

ТРАЕКТОРИЯ РЕШЕНИЯ КОМБИНАТОРНЫХ И ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАДАЧ ОТ ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ДО ПРИКЛАДНЫХ ДИСЦИПЛИН В ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗАХ

Елена Ивановна МИРОНОВА¹,
Инара Артшовуна АЗИЗЯН^{1*},
Анна Сергеевна СИВИРКИНА¹

¹Рязанский институт (филиал) Московского политехнического университета, кафедра «Информатика и информационные технологии», г. Рязань, Российская Федерация.

*Автор корреспонденции: Азизян Инара Артушовна, inara_azizyan@mail.ru

Аннотация: В данной статье рассматриваются некоторые аспекты изучения комбинаторики и теории вероятностей в контексте преемственности школьного и вузовского образования. Представлены общие задачи комбинаторики, рассмотрены частные задачи в рамках изучения прикладных дисциплин. Обоснована необходимость усиления вероятностно-статистического мышления обучающегося, на всех этапах обучения математике, для лучшего усвоения задач практического характера.

Ключевые слова: комбинаторика, теория вероятностей, теория надежности.

Введение.

В результате освоения прикладных дисциплин математического цикла в политехническом вузе у обучающегося формируются общепрофессиональные и профессиональные компетенции, которые можно охарактеризовать, как личностную способность решать определенный класс задач. Например, в рамках изучения дисциплин математического цикла, способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу, применению системы фундаментальных знаний для идентификации, формулирования и решения технических задач.

В данной статье проследим траекторию изучения и решения комбинаторных и вероятностных задач от школьной программы до вузовского материала. Выбор данного раздела объясняется тем, что значимость комбинаторики не ограничивается математическим знанием, а предполагает у обучающегося развитие способности определять, рассматривать и учитывать все возможные варианты сочетания каких-либо признаков или событий, что служит предпосылкой логического рассуждения и формирования профессиональной компетентности.

Комбинаторика — раздел математики, в котором изучаются задачи выбора элементов из заданного множества и расположения их в группы по заданным правилам, в частности, задачи о подсчете числа комбинаций (выборки), получаемых из элементов заданного конечного множества [1].

Комбинаторика как раздел математики (алгебры) достаточно молодой, многие учителя не рассматривают и не воспринимают этот раздел как необходимый элемент школьного математического образования, который также требует детального изучения для глубокого знания теоретического материала, умения их использовать в контексте заданной проблемы, навыков по применению в задачах прикладного характера.

Целенаправленная работа по внедрению вопросов комбинаторики и вероятностно-статистической линии в школьный курс, с целью повышения математического образования, прослеживается в методике преподавания математики с 60-х годов в работах А.Н. Колмогорова, Б.В. Гнеденко и других. Спустя 20 лет теория вероятностей и комбинаторика рассматривались в школьной программе в качестве факультативного курса или раздела для

дополнительного изучения. Далее были попытки изучения теории вероятностей и комбинаторики в основном разделе школьного курса, но полноценное внедрение можно считать с 2004–2008 гг. с выходом новых учебных пособий под авторством Макарычева Ю.Н., Ткачева М.В. и др.

Некоторые аспекты преемственности школьного и вузовского образования в контексте изучения теории вероятностей и комбинаторики.

В технических вузах в рабочую программу включена дисциплина «Математические основы теории надежности», которая является вычислительной базой для таких дисциплин как «Теория надежности и диагностики», «Инженерные расчеты конструкций» и т.д.

В рамках изучения данной дисциплины представим следующие частные задачи: найти вероятность безотказной работы устройства и определения относительной частоты годных приборов при испытании партий, с учетом правил сложения и умножения комбинаторики и схем с возвращением и без них; для определения числа стандартных и бракованных деталей и вероятности отказа одного элемента, хотя бы одного элемента, всех элементов системы и т. д.

Для решения данных задач предполагается наличие базовых понятий комбинаторики и теории вероятностей у студентов, которые они приобрели в школьном курсе математики. Однако, хотя и по учебной программе отводится определенное число часов, но в свете современных реалий, в рамках учебного процесса старшего звена, комбинаторика представляется в строго-формализованном виде и с учетом только тех заданий, которые так или иначе встречаются в контексте подготовки к единому государственному экзамену, что не способствует лучшему пониманию.

Сформулируем общие задачи комбинаторики следующим образом: 1) составить новое множество из заданного, состоящее в установлении определенного порядка следования элементов множества друг за другом, —составление перестановок; 2) составить подмножество из заданного множества, — составление сочетаний; 3) составить упорядоченное подмножество из заданного множества, — составление размещений.

Для решения данных задач необходимо сначала выстроить логическую базу для последующего математического решения.

Согласно опыту большинства школьных учителей, самая большая проблема при решении комбинаторных задач заключается в формализации, переходе от вербальной формы к математической. В данном случае, это 1) опознание вида задачи (комбинаторная); 2) выбор комбинаторной схемы для решения; 3) применение формулы комбинаторики с конкретными числовыми данными.

Помимо непосредственного вычисления по формулам комбинаторики, в задачах прикладного характера используются ряд комбинаторных методов.

Рассмотрим несколько классов основных задач теории надежности на основе комбинаторики, при решении которых используются:

— *методы рекуррентных соотношений* (решение поставленной задачи с определенным количеством предметов выражается через решение аналогичной задачи с меньшим числом предметов с помощью некоторого соотношения, которое называется рекуррентным (например, при расчетах условий для оптимального резервирования, для определения начальных моментов распределения числа нормально функционирующих исполнительных элементов и т.д.);

— *метод включения и исключения* (определение числа элементов объединения множеств, состоящий в поочередном сложении и вычитании, увеличении и уменьшении числа элементов), например, при расчете надежности невозстанавливаемых и восстанавливаемых резервированных систем (при дробном резервировании или системе

типа “к из n”, т. е. система состоит из n элементов, но для ее работоспособности нужно, чтобы не менее k из них были работоспособны);

— *метод траекторий* (геометрическая интерпретация (схемы, чертежи, графы), которая сводит задачу к подсчету числа путей (траекторий), обладающих определенным свойством (например, при определении связности графика для расчета надежности электрических систем при различном виде соединений).

Комбинаторные методы используются широко и в статистике, например, для оценки и контроля надежности технических устройств по результатам их испытаний.

В производстве приходится решать задачи: по определению надежности большой партии произведенных изделий; по выявлению количества деталей, не соответствующих конструкторской документации (КД); по распределению на поправимые и непоправимые.

Испытания технических устройств производятся с целью определения реального уровня их надежности. Испытаниям подвергается выборка из генеральной совокупности. При оценке и контроле основных критериев надежности используются инструменты комбинаторики: контроль числа дефектных изделий, контроль по наработке, при однократном, двукратном, последовательном наблюдении за результатами.

Контроль надежности имеет своей целью проверить гипотезу о том, что надежность рассматриваемого объекта (системы, партии) не ниже установленного уровня.

Так как контроль надежности производится на основе анализа элементов выборки, то при принятии решений возможны два вида ошибок: первого рода — когда хорошая партия не принимается из-за несоответствия КД; второго рода — когда плохая партия готовой продукции принимается. Вероятность ошибки первого рода называется риском поставщика (α), а второго рода — риском заказчика (β).

Рассмотрим метод однократной выборки: из контролируемой партии готовой продукции большого объема (N) берется партия меньшего объема (n), сформированная случайным образом. Исходя из исходных данных, устанавливаются оценочные нормативы (A_0 и A_1). Если выборочное значение контролируемого параметра меньше или равно A_0 , то партия признается надежной; если больше или равно A_1 , то партия бракуется. При решении задач в качестве исходных данных необходимо учитывать ряд условий: ограничения по принятию партии, объем испытаний и т. д. Пусть требуется оценить надежность малой контрольной партии изделий из 50 экземпляров. В качестве опорных точек можно выбрать вероятности принятия партии: партия хорошая, если в ней содержится не более 10 процентов дефектных изделий, и плохая — при содержании 20 процентов дефектных изделий. Риск заказчика (частной компании) и риск поставщика (завода) оценим по 10 процентов. Необходимо определить оптимальные значения приемочного и браковочного числа.

При решении практической задачи достаточно случайным образом выбрать 20 изделий из 50. Такое количество изделий дает возможность провести расчеты на основе гипергеометрического распределения.

Десять процентов от нашей партии D_0 составляет 5 изделий, а при 20 % дефектных изделий D_1 — 10 изделий.

Определение приемочного числа дефектных изделий проводится с помощью формул комбинаторики (расчет числа сочетаний различных комбинаций). Суммирование вероятностей гипергеометрического распределения производится до тех пор, пока накопленная вероятность: риск поставщика не приблизится к 90 процентам, а браковочное число (риск заказчика) к 10 процентам. В интересах заказчика уменьшение браковочного числа готовой продукции, в интересах завода — увеличение числа изделий, не соответствующих конструкторской документации.

Выводы.

Рассматривая серию прикладных задач, мы приходим к выводу, что в настоящее время, комбинаторика и теория вероятностей заложены в теоретическую и практическую основу естественных и технических дисциплин, организацию производства, экономику, планирование и прогнозирование.

Чтобы обеспечить качественную преемственность при изучении представленных вопросов, необходимо, начиная с начального этапа школьного образования уделять должное внимание формированию вероятностно-статистического мышления, умению оперирования методами перебора и выбора комбинаторики.

Список литературы:

1. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. – М., 2007, 288 с.