

ASUPRA TEORIEI DEBITMETRELOR ELECTROMAGNETICE CU CÂMP MAGNETIC CONSTANT

Ion CERNICA

Universitatea Tehnică a Moldovei

Rezumat. Pe baza legii fundamentale a inducției electromagnetice se prezintă deducerea relației tensiunii electromotoare induse și implicit a debitului de fluid măsurat de debitmetrul electromagnetic cu câmp magnetic constant. Pentru verificarea corectitudinii demonstrației propuse, se recurge la argumentul dimensional, care conduce la aceleași rezultate, cu excepția unei constante adimensionale k , a cărei valoare numerică poate fi stabilită numai prin determinări experimentale. Rezultatele obținute în lucrare constituie o bază reală pentru extinderea cercetărilor în domeniul debitmetriei electromagnetice cu câmp magnetic variabil.

Cuvinte cheie: fluid, viteză, debit, inducție magnetică, câmp magnetic, tensiune electromotoare, debitmetru electromagnetic.

1. Introducere

Primele încercări în domeniul debitmetriei electromagnetice au fost făcute încă în anul 1831 de către ilustrul fizician englez Michael Faraday, dar rezultate plauzibile au fost obținute abia după ce au fost soluționate o serie de probleme specifice acestui domeniu, ca [1, 5, 6]: separarea semnalului util de semnalele perturbatoare, amplificarea semnalului recepționat și înregistrarea lui. Îmbunătățiri importante acestor instrumente au fost aduse după anul 1940, când ele au început să fie folosite pe larg în industrie pentru măsurarea debitelor unor lichide bune conducătoare de electricitate, soluții și matalice lichide.

Debitmetrele electromagnetice, denumite și inductive, se folosesc pentru măsurarea debitelor tuturor fluidelor cu conductivitatea electrică σ_f mai mare de 10^{-4} S/m [5, 6]. Au principiul de funcționare bazat pe legea fundamentală a inducției electromagnetice, formulată de M. Faraday la 1831 și completată de Heinrich Friedrich Emil Lenz.

2. Formularea problemei

Subiectul propus în prezentul studiu este stabilirea relației tensiunii electromotoare induse și deci a debitului de fluid măsurat de debitmetrul cu câmp magnetic constant, folosindu-se în acest scop legea inducției electromagnetice și una dintre metodele analizei dimensionale. Deși debitmetria electromagnetică este suficient studiată [1, 5, 6], totuși literatura de specialitate abordează acest important subiect superficial. Excepție în acest sens fac lucrările [1, 3], în care se arată doar relațiile de bază folosite, fără a se prezenta și demonstrația ca atare.

3. Tensiunea electromotoare de contur

Pentru stabilirea relației tensiunii electromotoare induse și implicit a debitului de fluid măsurat de debitmetrul electromagnetic cu câmp magnetic constant, se pleacă de la legea inducției electromagnetice, care sub formă integrală precizează [3]: tensiunea electromotoare produsă prin fenomenul inducției electromagnetice în lungul unui contur închis Γ este egală cu viteza de scădere în timp a fluxului magnetic prin orice suprafață S sprijinită pe acest contur (fig. 1), deci

$$e_{\Gamma} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Dacă se ține seama de relația de definiție a fluxului magnetic [3]

$$\Phi = \iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot d\vec{A}, \quad (2)$$

în care $d\vec{A}$ este aria unui element de suprafață dS orientat, expresia (1) devine

$$e_{\Gamma} = -\frac{d}{dt} \iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot d\vec{A}. \quad (3)$$

Prin aplicarea transformării Legendre, relația (3) ia forma

$$e_{\Gamma} = -\iint_{S_{\Gamma}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} - \left[\iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot \frac{d}{dt} (d\vec{A}) \right]_{\vec{B}}. \quad (4)$$

Se observă că tensiunea electromotoare are două componente în cuadratură: una indusă prin transformare e_t și alta indusă prin deplasare e_d . Componenta indusă prin transformare este prin definiție

$$e_t = -\iint_{S_{\Gamma}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} \quad (5)$$

și reprezintă derivata fluxului magnetic în raport cu timpul, atunci când suprafața S_{Γ} este fixă. Însă această tensiune este nulă, deoarece în debitmetrele cu câmp magnetic constant nu se produce variația în timp a inducției magnetice \vec{B} ($\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$).

Componenta indusă prin deplasare este prin definiție

$$e_d = -\left[\iint_{S_{\Gamma}} \vec{B} \cdot \frac{d}{dt} (d\vec{A}) \right]_{\vec{B}} \quad (6)$$

și reprezintă derivată fluxului în cazul în care vectorul inducție magnetică \vec{B} nu depinde de timp, iar suprafața S_{Γ} este mobilă.

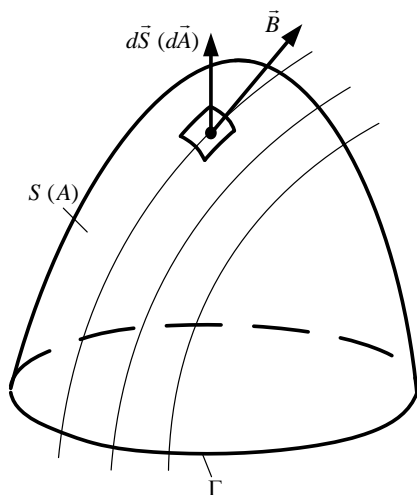


Fig. 1. Tensiune electromotoare de contur [3]

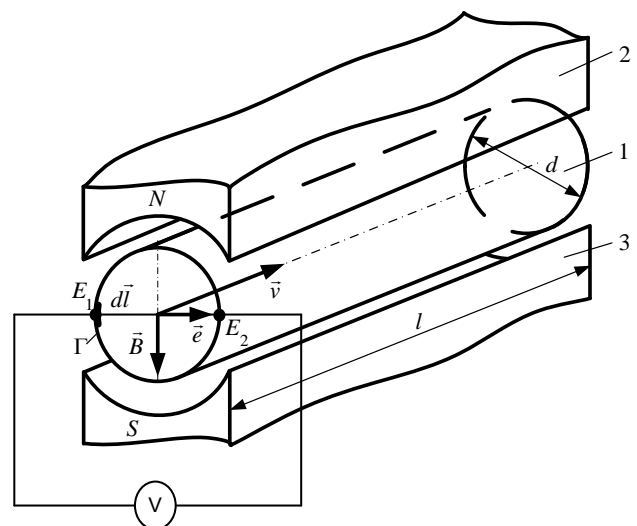


Fig. 2. Traductorul de debit cu câmp magnetic constant: 1 – conductă; 2, 3 – poli ai magnetului permanent

Pentru determinarea celei de-a doua componente a tensiunii electromotoare induse, se consideră o conductă nemagnetică 1, prin care curge un fluid electroconductor și care se află între poli 2 și 3 ai unui magnet permanent, astfel încât deplasarea fluidului să aibă loc după o direcție perpendiculară pe liniile de forță ale câmpului magnetic de inducție \vec{B} (fig. 2).

Prin translarea cu viteza \vec{v} constată a unui contur Γ într-un câmp magnetic staționar de inducție \vec{B} , elementul de lungime $d\vec{l}$ din conturul Γ descrie, în timpul elementar dt , o suprafață de arie $d\vec{A} = (\vec{v} \times d\vec{l}) \cdot dt$. Fluxul magnetic $d\Phi$ care traversează această suprafață are expresia

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{A} = \vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{l}) dt, \quad (7)$$

iar tensiunea electromotoare elementară indusă prin deplasare sub acțiunea acestui flux magnetic este

$$de_d = -\frac{d\Phi}{dt} = -\vec{B} \cdot (\vec{v} \times d\vec{l}) = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}. \quad (8)$$

Prin urmare, tensiunea electromotoare rezultantă indusă între cei doi electrozi E_1 și E_2 , plasați ca în figura 2, are expresia

$$e_d = \oint_{\Gamma} (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} = B \int_{E_1}^{E_2} v dl. \quad (9)$$

Deoarece viteza v este o viteză medie pe secțiune V și constantă în lungul curgerii, relația (9) devine

$$e_d = BVd, \quad (10)$$

unde d este diametrul interior al conductei de secțiune circulară, egal cu distanța dintre electrozi. Sensul acestei tensiuni electromotoare se determină cu regula mâinii drepte.

Relația (10) reprezintă expresia matematică a legii inducției electromagnetice care, în cazul fluidelor în mișcare, poate fi formulată astfel: *dacă un fluid electroconductor se mișcă cu viteză constantă printr-o conductă nemagnetică aflată într-un câmp magnetic permanent, sub acțiunea acestuia în fluid se induce o tensiune electromotoare, care este normală la liniile câmpului magnetic și în același timp normală pe direcția de mișcare a fluidului.*

Exprimând viteza medie pe secțiune V prin debitul de fluid $Q = \frac{\pi d^2}{4} V$, se obține relația [1, 4-6]

$$e = e_d = \frac{4BQ}{\pi d}, \quad (11)$$

din care se constată o dependență liniară între tensiunea electromotoare de inducție și debitul de fluid transportat. Prin urmare, măsurând tensiunea electromotoare indusă în fluidul în mișcare prin traductorul electromagnetic, montat într-o conductă, se poate determina viteza medie a fluidului și implicit debitul lui.

Dar relația (10) a tensiunii electromotoare induse se poate obține direct din expresia fluxului magnetic

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot ld \quad (12)$$

și legea inducției magnetice (1). Într-adevăr, exprimând fluxul Φ prin inducția magnetică \vec{B} , în ipoteza $B = const$, se obține

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dl}{dt} d = -Bvd. \quad (13)$$

Cu excepția semnelui minus, relațiile (10) și (11) coincid.

4. Argumentul dimensional

O demonstrație nu mai puțin riguroasă și elegantă a relațiilor (10) sau (11) se poate da folosind una dintre metodele analizei dimensionale [2, 7, 8]. În acest caz, pare normal să presupunem – și acest lucru este confirmat de practica exploataării debitmetrelor cu câmp magnetic constant – că tensiunea electromotoare e depinde de inducția magnetică \vec{B} , de viteza medie pe secțiune \vec{V} (sau de debitul de fluid Q) și de distanța

d dintre electrozi. Deoarece numărul mărimilor fizice care intervin în desfășurarea fenomenului de inducție electromagnetică este relativ mic ($n = 4$), este indicată utilizarea metodei Rayleigh [7, 8]. Se admite deci că tensiunea electromotoare indusă e poate fi pusă sub forma

$$e = f(\vec{B}, \vec{V}, d) = kB^a V^b d^c, \quad (14)$$

unde k este o constantă adimensională, iar a, b, c sunt exponenți dimensionali care urmează a fi determinați.

Mărimile care intervin în relația (14) au dimensiunile [2, 7, 8]:

$$[e] = L^2MT^{-3}I^{-1}, [B] = MT^{-2}I^{-1}, [V] = LT^{-1}, [d] = L.$$

Substituind mărimile fizice cu dimensiunile lor, se obține ecuația dimensională

$$L^2MT^{-3}I^{-1} = (MT^{-2}I^{-1})^a \cdot (LT^{-1})^b \cdot (L)^c$$

sau

$$L^2MT^{-3}I^{-1} = (L)^{b+c} \cdot (M)^a \cdot (T)^{-2a-b} \cdot (I^{-a}). \quad (15)$$

Prin identificare, rezultă sistemul de ecuații

$$b + c = 2, a = 1, -2a - b = -3, -a = -1. \quad (16)$$

Soluția sistemului este $a = b = c = 1$. Înlocuind exponenții dimensionali cu valorile lor numerice, se obține relația tensiunii electromotoare

$$e = kBVd. \quad (17)$$

Aceasta este tot ceea ce se poate obține aplicând argumentul dimensional. Prin identificarea relațiilor (10) și (17) obținute prin metoda fizicii și metoda Rayleigh a analizei dimensionale, pentru constanta adimensională k se precizează valoarea $k = 1$.

5. CONCLUZII

Rezultatele obținute în lucrare constituie o bază reală pentru extinderea cercetărilor teoretice în domeniul debitmetriei electromagnetice cu câmp magnetic variabil, care spre deosebire de cele studiate aici au o mai largă utilizare în tehnica măsurărilor [1, 5, 6].

BIBLIOGRAFIE

1. Bărglăzan, M. *Măsurări hidraulice și pneumatice*. Editura Universității Tehnice din Timișoara, Timișoara, 1992, 277 p.
2. Бриджмен, П. *Анализ размерностей*. Научно-издательский центр „Регулярная и хаотическая динамика”, Москва Ижевск, 2001, 148 с.
3. Crețu, Ad., Dobreă, V., Cociu, R. *Electrotehnică și mașini electrice*. Editura Cuant, Chișinău, 1998, 408 p.
4. Кремлёвский, П. П. *Расходомеры и счётчики количества веществ*: Справочник: Кн 2. Политехника, Санкт-Петербург, 2004, 412 с.
5. Преображенский В. П. *Теплотехнические измерения и приборы*. Энергия, Москва, 1978, 704 с.
6. Sonin, A. A. *The physical basis of dimensional analysis*. Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, 2001, 55 p.
7. Vasilescu, Al. A. *Analiza dimensională și teoria similitudinii*. Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1969, 210 p.