DEFORMAREA UNEI SFERE DIN MATERIAL OMOGEN, IZOTROP, LINEAR ELASTIC CU STAREA DE TENSIUNE OMOGENĂ.

Autor: std. Sergiu COJUHARI
Conducator ştiintific: dr., conf. univ.Victor BALAN

Universitatea Tehnică a Moldovei

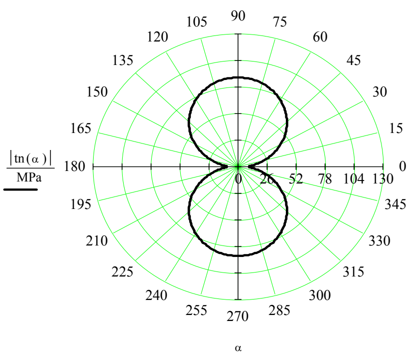
Abstract: *Este elaborat algoritmul si programul de calcul a starii de tensiuni ,starii de deformatii si a starii de deplasari a unei sfere fabricate din material omogen,izotrop,linear elastic. Este prezentata forma deformata a sferei cu ajutorul graficelor 3D in MATHCAD.*

Cuvinte cheie :material omogen,izotrop,linear elastic,deformatii,stare de tensiune omogena

1.Se determina tensiunile totale, tensiunile normale si tensiunile tangentiale care actioneaza pe suprafetele paralele cu axa x1 si inclinate cu grade fata de axa x2. Sa se dea interpretare geometrica. Vectorul unitar al normalei exterioare la suprafata paralela cu axa x1(se roteste in jurul axei x1):

$$n(\alpha) := \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix}$$

2.Variatia <u>modulului</u> vectorului tensiunii, ce actioneaza pe supafata paralela cu axa X1 si inclinata cu unghiul fata de axa X2



$$Vt = \begin{pmatrix} -11.988 \\ -98.012 \\ -10 \end{pmatrix} \cdot MPa \qquad \sigma = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 35 \\ 0 & -10 & 0 \\ 35 & 0 & -80 \end{pmatrix} \cdot MPa$$

Tensiunile normale pe aceste suprafete: $\sigma n(\alpha) := tn(\alpha) \cdot n(\alpha)$

Tensiunile tangentiale: $\tau n(\alpha) := \sqrt{(|tn(\alpha)|)^2 - \sigma n(\alpha)^2}$

3.Se determine in ce stare se afla particula (dupa Mises), reversibila (elastica) sau ireversibila (plastica), daca materialul este Otel 45 cu limita de elasticitate e=360MPa.

Calculam intensitatea tensiunilor pentru acest punct :

$$\sigma i := \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sigma_{1,1} - \sigma_{2,2})^2 + (\sigma_{2,2} - \sigma_{3,3})^2 + (\sigma_{1,1} - \sigma_{3,3})^2 + 6 \cdot \left[(\sigma_{1,2})^2 + (\sigma_{2,3})^2 + (\sigma_{1,3})^2\right]}$$

$$\sigma i = 87.034 \cdot MPa$$

Deoarece intensitatea tensiunilor este mai mica ca limita de elasticitate, materialul in acest punct se afla in stare reversibila.

Modulul de elasticitate longitudinal (Otel 45): $E := 2 \cdot 10^5 \text{MPa}$

Coeficientul lui Poisson (Otel 45): $\nu := 0.3$

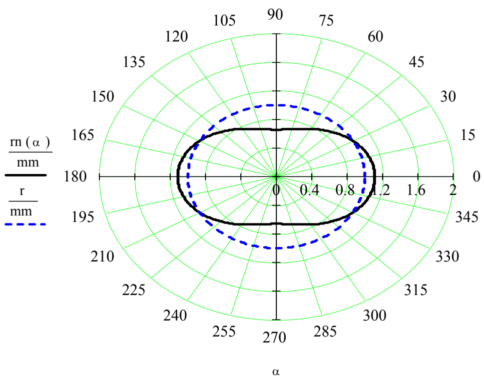
Matricea tensorului deformatiilor:

$$\varepsilon_{i,j} := \frac{1}{E} \cdot \left[(1+\nu) \cdot \sigma_{i,j} - \nu \cdot \sigma_{mm} \cdot \delta_{i,j}\right] \qquad \sigma = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 35 \\ 0 & -10 & 0 \\ 35 & 0 & -80 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa}$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} -0.000015 & 0 & 0.000227 \\ 0 & 0.000115 & 0 \\ 0.000227 & 0 & -0.00034 \end{pmatrix}$$

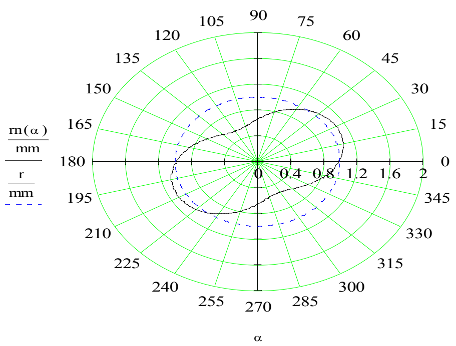
4.Formele sferei cu raza de 1mm sub actiunea tensiunilor in diferite plane

Forma sferei cu raza 1mm sub actiunea tensiunilor in planul X2-X3.
In interiorul sferei starea de deformatie este omogena.
Pentru vizualizare, deformatiile sunt marite de 1000 ori.



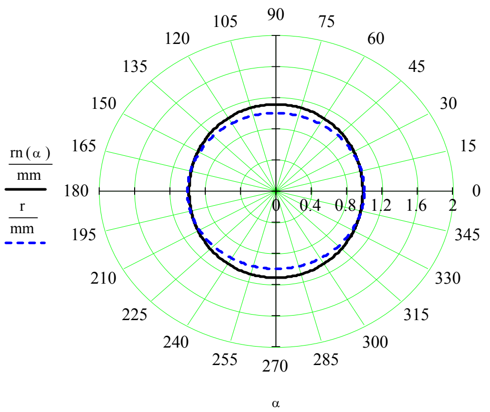
$$\sigma = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 35 \\ 0 & -10 & 0 \\ 35 & 0 & -80 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \qquad \varepsilon = \begin{pmatrix} -0.000015 & 0 & 0.000227 \\ 0 & 0.000115 & 0 \\ 0.000227 & 0 & -0.00034 \end{pmatrix}$$

Forma sferei cu raza 1mm sub actiunea tensiunilor in planul X1-X3.
In interiorul sferei starea de deformatie este omogena.
Pentru vizualizare, deformatiile sunt marite de 1000 ori.



$$\sigma = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 35 \\ 0 & -10 & 0 \\ 35 & 0 & -80 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \qquad \varepsilon = \begin{pmatrix} -0.000015 & 0 & 0.000227 \\ 0 & 0.000115 & 0 \\ 0.000227 & 0 & -0.00034 \end{pmatrix}$$

Forma sferei cu raza 1mm sub actiunea tensiunilor in planul X1-X2.
In interiorul sferei starea de deformatie este omogena.
Pentru vizualizare, deformatiile sunt marite de 1000 ori.



$$\sigma = \begin{pmatrix} -30 & 0 & 35 \\ 0 & -10 & 0 \\ 35 & 0 & -80 \end{pmatrix} \cdot \text{MPa} \qquad \varepsilon = \begin{pmatrix} -0.000015 & 0 & 0.000227 \\ 0 & 0.000115 & 0 \\ 0.000227 & 0 & -0.00034 \end{pmatrix}$$

5.Construim graficele 3D a sferei deformate in dependent de axele X1,X2,X3

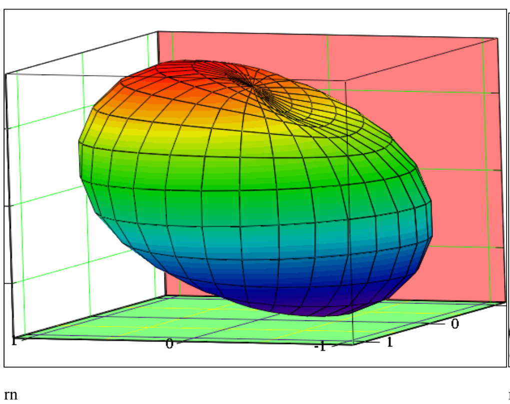
$$I3 := |\varepsilon| \qquad I3 = -5.365 \times 10^{-12}$$

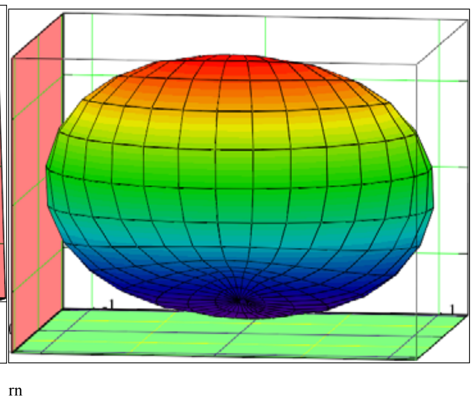
$$\varepsilon n(\phi,\theta) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..3 \\ \quad \varepsilon n \leftarrow \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{3} \left(\varepsilon_{i,j} \cdot n(\phi,\theta)_i \cdot n(\phi,\theta)_j\right) \\ \varepsilon n \end{array} \right.$$

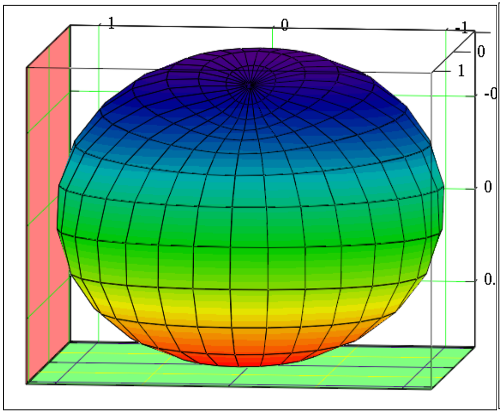
$$n(\phi,\theta) := \begin{pmatrix} \sin(\theta) \cdot \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \cdot \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

$$rn(\phi,\theta) := (1 + \varepsilon n(\phi,\theta) \cdot 1000)$$

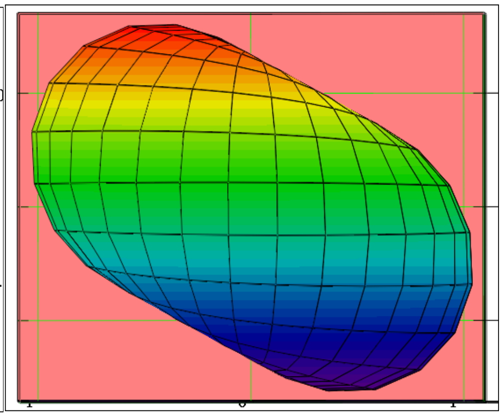
6.Reprezentarea graficelor 3D a sferei deformate







rn



rn

Bibliografie :

1. Vasile Marina *Introducere in mecanica corpului deformabil si rezistenta materialelor* Partea I si Partea II Chisinau,U.T.M. 1994
2. Vasile Masrina *Calcul tensorial pentru ingineri* vol.I Chisinau,U.T.M. 1994