



Digitally signed by
Technical Scientific
Library, TUM
Reason: I attest to the
accuracy and integrity
of this document

Elena COJUHARI

Ana COSTAȘ

Ion LEAH

Elena RUSU

**ELEMENTE DE ALGEBRĂ LINIARĂ
ȘI
GEOMETRIE ANALITICĂ**

**Chișinău
2023**

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

FACULTATEA INGINERIE MECANICĂ,
INDUSTRIALĂ ȘI TRANSPORTURI

DEPARTAMENTUL MATEMATICA

**Elena Cojuhari
Ana Costăș
Ion Leah
Elena Rusu**

**ELEMENTE DE ALGEBRĂ LINIARĂ ȘI
GEOMETRIE ANALITICĂ**

Manual

**Chișinău
Editura „Tehnica-UTM”
2023**

CZU 512.64+514.12(075.8)

E 36

Manualul a fost discutat și aprobat pentru editare la ședința Senatului UTM din 25 aprilie 2023, proces-verbal nr. 10.

Prezenta lucrare este destinată studenților facultăților de profil tehnic și economic din învățământul superior. Acest manual reprezintă o inițiere în domeniul algebrei liniare și geometriei analitice, acoperind în întregime cursul respectiv ținut la Universitatea Tehnică a Moldovei. Conținutul lucrării poate fi util unui cerc mai larg de persoane interesate de matematică.

Autori: conf. univ., dr. Elena Cojuhari
conf. univ., dr. Ana Costăș
conf. univ., dr. Ion Leah
conf. univ., dr. Elena Rusu

Recenzenți: conf. univ., dr. Lilia Solovei, USM
conf. univ., dr. Ion Goian, USM
conf. univ., dr. Leonid Dohotaru, UTM

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN RM

Elemente de algebră liniară și geometrie analitică: Manual / Elena Cojuhari, Ana Costăș, Ion Leah, Elena Rusu; Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, Departamentul Matematica.

– Chișinău: Tehnica-UTM, 2023. – 255 p.: fig.

Referințe bibliogr.: p. 249 (11 tit.). – Index: p. 251-255. – 70 ex.

ISBN 978-9975-45-954-9.

512.64+514.12(075.8)

E 36

ISBN 978-9975-45-954-9

© UTM, 2023

CUPRINS

Introducere	5
Capitolul 1. Elemente de algebră vectorială	7
§ 1. Vectori liberi. Operații liniare cu vectori liberi	7
§ 2. Sistemul rectangular de coordonate în spațiu. Coordonatele vectorului. Operații cu vectori în coordonate	16
§ 3. Produse de vectori	23
Capitolul 2. Planul și dreapta	41
§ 1. Dreapta în plan	41
§ 2. Planul	56
§ 3. Dreapta în spațiu	64
Capitolul 3. Linii de ordinul 2	77
§ 1. Cercul	77
§ 2. Elipsa	81
§ 3. Hiperbola	92
§ 4. Parabola	101
§ 5. Transformarea coordonatelor	108
§ 6. Ecuatiile generale ale liniilor de ordinul 2	116
§ 7. Linii definite parametric	128
§ 8. Linii definite în coordonate polare	137
Capitolul 4. Suprafețe în spațiu	143
§ 1. Generalități	143
§ 2. Ecuatiile canonice ale suprafețelor de ordinul 2	148
Capitolul 5. Spații liniare	157
§ 1. Spații liniare, noțiuni și proprietăți de bază	157
§ 2. Baza și dimensiunea spațiului liniar	165
§ 3. Transformarea coordonatelor la o schimbare a bazei	176
Capitolul 6. Spații euclidiene	183
§ 1. Spații liniare euclidiene	183
§ 2. Baze ortonormate	192
Capitolul 7. Transformări liniare și operațiile asupra lor	203
§ 1. Transformări liniare	203
§ 2. Subspații invariante. Vectori proprii, valori proprii	211
§ 3. Înmulțirea transformărilor liniare	216
Capitolul 8. Forme biliniare și pătratice	221

§ 1. Forme liniare și biliniare	221
§ 2. Forma pătratică	226
Indicații și răspunsuri	237
Bibliografie	249
Index	251

INTRODUCERE

Algebra liniară este o ramură importantă a matematicii moderne, care are drept obiect de studiu vectorii, matricele și transformările liniare, iar acestea fiind utilizate pe scară largă în diferite ramuri ale matematicii, fizicii, științelor ingineresti și științelor sociale.

În mecanică vectorii descriu în mod natural astfel de mărimi ca viteza, accelerația, forța etc. În geometria analitică vectorii dau o altă culoare rezultatelor din geometria euclidiană, simplificând în careva măsură demonstrarea multora dintre ele. Matricele și operatorii liniari sunt prezenți în teoria circuitelor, teoria semnalelor, criptografie și machine learning. Astfel, cunoașterea algebrei liniare îi ajută pe ingineri să înțeleagă principiile, care stau la baza diverselor procese și fenomene.

Manualul dat este adresat studenților anului I universitar de la facultățile ingineresti și nu numai. Conținutul manualului este conturat pe baza programei analitice a cursului Algebră liniară și geometrie analitică ținut în cadrul facultăților Universității Tehnice a Moldovei.

Materialul este structurat în opt capitole. Primele două capitole sunt dedicate studierii spațiului vectorilor liberi și utilizarea acestora ca instrument în descrierea analitică a elementelor de geometrie euclidiană. Capitolele trei și patru conțin descrierea analitică a conicelor și cuatricelor, fără implicarea unui aparat teoretic sofisticat. În capitolele 5–8 sunt studiate spațiile liniare și cele euclidiene, transformările liniare, formele biliniare și pătratice, care au aplicații în diverse compartimente ale matematicii, cât și în alte domenii înrudite.

Pe parcursul expunerii materialului sunt prezentate un șir de exemple și exerciții rezolvate, care, prin varietatea lor, vin să faciliteze înțelegerea celor relatate. Iar la sfârșitul fiecărui paragraf sunt propuse o serie de exerciții pentru lucrul individual, însoțite de răspunsuri.

Autorii

BIBLIOGRAFIE

- [1] Gh. Atanasiu, Gh. Munteanu, M. Postolache. *Algebră liniară, geometrie analitică și diferențială, ecuații diferențiale*. București: Ed. ALL., 1998.
- [2] V. Bălan. *Algebră liniară, geometrie analitică*. București: Ed. Fair Partners., 1999.
- [3] S. Chiriță. *Probleme de matematici superioare*. București: Editura didactică și pedagogică, 1989.
- [4] I. Goian, V. Marin. *Spații vectoriale și operatori liniari*. Chișinău: Editura Lumina, 1993.
- [5] C. Năstăsescu, M. Țena, G. Andrei, I. Otărășanu. *Probleme de structuri algebrice*. București: Editura academiiei RSR, 1988.
- [6] Ильин В. А., Позняк Э. Г. *Линейная алгебра*. Москва: Наука, 1984.
- [7] Клетеник Д. В. *Сборник задач по аналитической геометрии*. Москва: Наука, Физматлит, 1967.
- [8] Serge Lang. *Introduction to Linear Algebra*. 3rd revised ed. Springer, 2004.
- [9] David Lay, Steven Lay, Judi McDonald. *Linear Algebra and Its Applications*. 5th Edition. Pearson, 2014.
- [10] Robert Messer. *Linear algebra: gateway to mathematics*. 2nd edition. Washington, DC: Mathematical Association of America (MAA), 2021.
- [11] James Stewart. *Calculus: Early Transcendentals*. 8th Edition. Boston: Cengage Learning, 2014.