

DOI: 10.5281/zenodo.5075663

УДК: 664.84/.85.03(478)

## УСТАНОВЛЕНИЕ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА ПО СЕВЕРНОЙ АГРОКЛИМАТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ ПРИДНЕСТРОВЬЯ В ПЕРИОД ХРАНЕНИЯ ФРУКТОВ И ОВОЩЕЙ

Алла КИРСАНОВА

**Abstract.** This article presents the results of a study on the establishment of the laws of temperature distribution in the northern agroclimatic zone of Transnistria in the period 2014–2019 during the seasons of fruit and vegetable storage, when the average daily outdoor air temperature does not exceed the established limit for the storage of horticultural products. The establishment of temperature distribution laws is necessary for further calculation of the parameters of the use of ice storage facilities and natural cold storage facilities (water accumulators) for storing fruits and vegetables, as well as the duration of ice freezing in the ice storage facility. The article presents the results of the application of statistical and mathematical modeling methods for the time intervals under study, and the laws of temperature distribution are found.

**Key words:** Storage; Fruits; Vegetables; Energy-saving systems; Natural cold installation; Distribution law; Probability density function.

**Реферат.** В данной статье приводятся результаты исследования по установлению законов распределения температур атмосферного воздуха по северной агроклиматической зоне Приднестровья в период 2014–2019 гг. в течение сезонов хранения фруктов и овощей, когда среднесуточная наружная температура воздуха не превышает установленную предельную норму для хранения плодоовощной продукции. Установление законов распределения температур атмосферного воздуха необходимо для дальнейшего расчета параметров использования льдохранилищ и установок естественного холода (аккумуляторов с водой) для хранения фруктов и овощей, а также продолжительности намораживания льда в льдохранилище. В статье изложены результаты применения методов статистического, математического моделирования для исследуемых интервалов времени, найдены законы распределения температур.

**Ключевые слова:** Хранение; Фрукты; Овощи; Энергосберегающие системы; Установки естественного холода; Закон распределения; Функция плотности вероятности.

### ВВЕДЕНИЕ

Традиционные технологии и установки, применяемые для хранения фруктов и овощей, обладают рядом недостатков: низкая надежность, негативное воздействие на окружающую среду, высокий расход электроэнергии, что естественно является критичным для сельского хозяйства при решении проблемы хранения плодоовощной продукции. Поэтому разработка новых и усовершенствование существующих установок естественного холода для хранения фруктов и овощей является одной из важнейших задач в нашей стране. В отличие от холодильных установок, разработанные нами установки отличаются не только экологичностью, но и энергосберегающей характеристикой за счет снижения потребления электроэнергии. Если учесть, что на территории Республики Молдова холодильное оборудование не производится, то становится понятной особая актуальность использования установок естественного холода для хранения фруктов и овощей.

Цель настоящего исследования – выполнение подготовительной работы перед непосредственным расчетом следующих параметров льдохранилищ и установок естественного холода (аккумуляторов с водой) для хранения фруктов и овощей: продолжительность использования установок естественного холода и продолжительность намораживания льда в льдохранилище. В данной статье описаны результаты исследования по установлению экспериментальных законов распределения среднесуточных значений температур атмосферного воздуха, нахождение уравнения функции плотности вероятности и функции распределения по северной агроклиматической зоне Приднестровья за 2014–2019 гг.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Задачи исследования решаются с помощью методик исследования энергосберегающих систем для хранения фруктов и овощей с применением естественного и искусственного холода (Волконович, Л., Черней, М. 2019; Дайку, А. 2019), а также на основе обработки исходных

данных с помощью существующих методов теории вероятностей, математической статистики и математического моделирования (Долгов, Ю. 2011; Долгов, Ю. 2015).

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Исследование проводится на основе данных систематических метеонаблюдений по северной агроклиматической зоне Приднестровья. Таким образом, исходные данные настоящего исследования – это среднесуточные значения температуры атмосферного воздуха по метеостанции г. Каменка (Кирсанова, А. 2019). Исследование проводилось в пятилетний период 2014-2019 гг. для сезонов хранения фруктов и овощей, когда среднесуточная температура воздуха не поднималась выше предельной температуры +14 °С, установленной для хранения плодоовощной продукции. Для данного исследования по северной агроклиматической зоне Приднестровья исходными выборками являются среднесуточные значения температур атмосферного воздуха за непрерывные периоды: 23.09.2014-23.04.2015 гг., 28.09.2015-06.04.2016 гг., 19.09.2016-27.04.2017 гг., 27.09.2017-21.04.2018 г., 23.09.2018-25.04.2019 г.

Период 23.09.2014-23.04.2015 гг. Расчеты параметров и установление закона распределения среднесуточных температур воздуха проводились, как указано в статье (Кирсанова, 2019b). Проверим гипотезу о подчинении распределения среднесуточных температур воздуха нормальному закону. Для данного периода исследования результаты расчетов параметров исходной выборки для проверки указанной гипотезы следующие:

- объем  $N = 213$ ;
- количество интервалов группировки (разрядов гистограммы)  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 213 \approx 9$ ;
- величина разряда (шага гистограммы)  $C = 3,6$ ;
- математическое ожидание  $M[X] = 3,6653$ ;
- дисперсия  $S^2 = D = 33,9681$ ;
- среднеквадратическое отклонение  $S = 5,7530$ ;
- центральные моменты ряда распределения  $\mu_3 = -25,3384$ ;  $\mu_4 = 3287,4523$ ;
- основные моменты  $r_3 = -0,1331$ ,  $r_4 = 3,0011$ ;
- полученная асимметрия (мера косости)  $\alpha = r_3 = -0,1331$ ;
- эксцесс (мера крутости)  $\tau = r_4 - 3 = 0,0011$ .

С учетом найденных параметров выборки получим, что функция плотности вероятности исходной выборки температур исследуемого периода задается формулой:

$$f(X) = 1/(14,4206 \cdot \sqrt{2\pi}) \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{X - 3,6653}{5,7530} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Найдем выборочные (выравнивающие) частоты, числовое значение масштабного числа  $\tilde{n}_0 = 52,8456$ , квантили распределения и результаты расчета внесём в таблицу 1.

**Таблица 1.** Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона нормального распределения

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-12,6	-2,8292	3	0,9658	0,0301
2	-9,0	-2,2073	3	4,6241	
3	-5,5	-1,5854	14	15,0387	0,0717
4	-1,9	-0,9635	30	33,2217	0,3124
5	1,7	-0,3416	57	49,8505	1,0254
6	5,3	0,2803	49	50,8100	0,0645
7	8,9	0,9022	30	35,1773	0,7620
8	12,4	1,5241	21	16,5428	1,2009
9	16,0	2,1460	6	5,2843	0,0969
$\Sigma$	–	–	213	211,5152	3,5639

Эмпирические и выравнивающие частоты не совпали, поэтому необходимо выполнить выравнивание (Долгов, Ю. 2011). После выравнивания частот получим таблицу 2.

Таблица 2. Повторный расчет критерия  $\chi^2$ -Пирсона

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-12,6	-2,8292	3	0,9658	0,0301
2	-9,0	-2,2073	3	4,6241	
3	-5,5	-1,5854	14	15,0387	0,0717
4	-1,9	-0,9635	30	33,2217	0,3124
5	1,7	-0,3416	57	49,8505	1,0254
6	5,3	0,2803	49	50,8100	0,0645
7	8,9	0,9022	30	35,1773	0,7620
8	12,4	1,5241	21	16,5428	1,2009
9	16,0	2,1460	6	5,2843	0,0289
10	19,6	2,7679	0	1,1466	
$\Sigma$			213	212,6618	3,4959

Выравнивающие и эмпирические частоты совпали, проверим адекватность полученной модели. Так как  $\chi^2_p = 3,50 < \chi^2_{\text{таб}} (5\%; \nu = 8 - 3 = 5) = 11,07$ , то гипотеза о нормальном распределении принимается. Таким образом, за период 23.09.2014-23.04.2015 гг. закон распределения среднесуточных температур по северной агроклиматической зоне Приднестровья является **нормальным**.

Интегральная функция нормального закона распределения для исследуемого периода имеет вид:

$$F(X) = \frac{1}{5,7530 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t-3,6653}{5,7530} \right)^2 \right] dt \quad (2)$$

Для периода 23.09.2014-23.04.2015 гг. графики функций плотности вероятности нормального распределения  $f(X)$  и функции распределения  $F(X)$  приведены на рисунке 1.

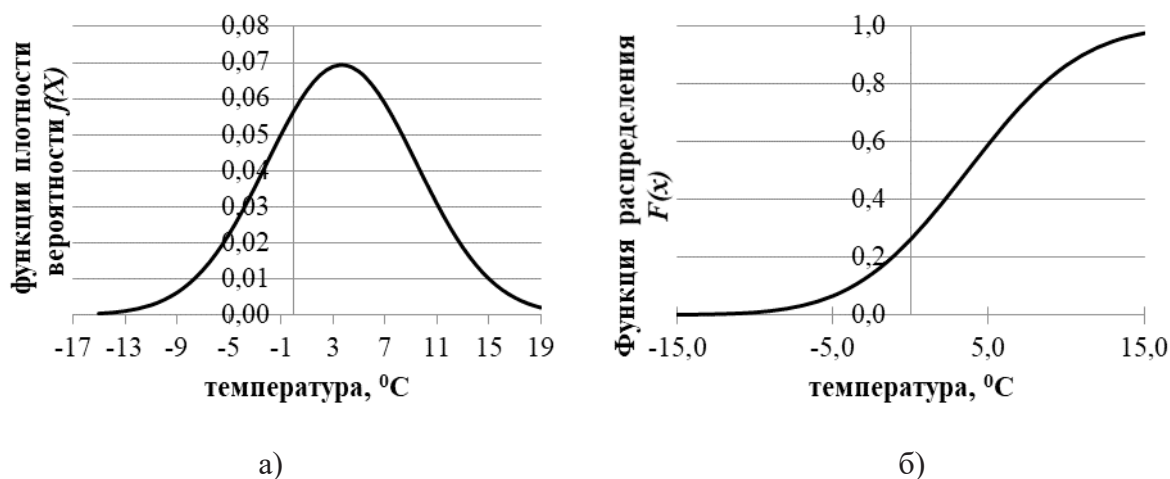


Рисунок 1. Графики для периода 23.09.2014-23.04.2015 гг.

а) функция плотности вероятности б) функция распределения

Период 28.09.2015-06.04.2016 г. Аналогичные результаты расчетов параметров исходной выборки за исследуемый период:  $N = 192$ ;  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 183 \approx 9$ ;  $C = 3,8$ ;  $M[X] = 3,99$ ;  $S^2 = D = 33,9029$ ;  $S = 5,7987$ ;  $\mu_3 = -107,1034$ ;  $\mu_4 = 4205,2530$ ;  $r_3 = -0,5493$ ,  $r_4 = 3,7192$ ;  $\alpha = -0,5493$ ;  $\tau = 0,7192$ .

Проверим гипотезу о нормальном распределении. Найдем выборочные (выравнивающие) частоты, числовое значение масштабного числа  $\tilde{n}_0 = 50,3418$ , квантили распределения и результаты расчета внесем в таблицу 3.

Эмпирические и выборочные частоты не совпали до целого. Выполняем выравнивание (Долгов, Ю. 2011). Добившись совпадения частот, сравним значение критерия Пирсона  $\chi^2_p = 9,47 < \chi^2_{\text{таб}} (5\%; \nu = 6 - 3 = 3) = 7,82$ , значит гипотеза о нормальном распределении отвергается.

**Таблица 3.** Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона нормального распределения

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-14,1	-3,1184	3	0,3893	0,8479
2	-10,3	-2,4612	3	2,4354	
3	-6,5	-1,8040	10	9,8918	
4	-2,7	-1,1467	15	26,0845	4,7103
5	1,2	-0,4895	43	44,6579	0,0615
6	5,0	0,1677	63	49,6386	3,5965
7	8,8	0,8250	33	35,8218	0,2223
8	12,6	1,4822	18	16,7834	0,0882
9	16,4	2,1394	4	5,1053	0,2393
$\Sigma$	-	-	192	190,8079	9,7660

Проверим гипотезу о том, что средние арифметические значения температур исследуемого периода подчиняются закону распределения Вейбулла. Для определения плотности вероятности распределения Вейбулла найдем дополнительные параметры выборки: параметр масштаба  $b$ , формы  $\eta$ , параметр смещения  $\theta$  (Долгов, Ю. 2015).

Поправка Шепарда  $\hat{\mu}_3 = -117,8238$ , основной момент (коэффициент асимметрии) с учетом данной поправки  $\hat{r}_3 = -0,6043$ . Имея значение  $\hat{r}_3$ , по вспомогательной таблице расчетов некоторых параметров распределения Вейбулла после аппроксимации получим:  $\hat{\eta} = 9,1858$ ;  $\hat{k} = 0,9477$ ;  $\hat{c} = 0,1238$ . Значения  $b = 46,8509$ ,  $\theta = -40,3260$ . Функция распределения Вейбулла для данного периода имеет вид:

$$f(X) = 0,1961 \cdot \left( \frac{X + 40,3260}{46,8509} \right)^{8,19} \cdot \exp \left[ - \left( \frac{X + 40,3260}{46,8509} \right)^{9,19} \right] \quad (3)$$

Выполнив необходимые расчеты и построив на их основании таблицу 4, можно судить о правильности гипотезы о распределении Вейбулла.

**Таблица 4.** Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона распределения Вейбулла

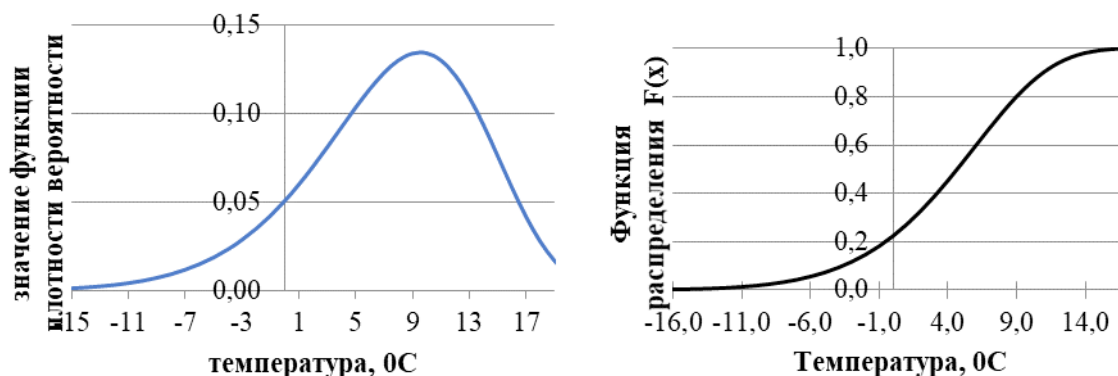
$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$f(X)$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-14,09	0,5599	0,0017	3	1,2384	0,2214
2	-10,28	0,6412	0,0051	3	3,7144	
3	-6,47	0,7226	0,0130	10	9,5467	0,0215
4	-2,66	0,8039	0,0287	15	21,0163	1,7223
5	1,15	0,8853	0,0522	43	38,1871	0,6066
6	4,96	0,9666	0,0714	63	52,2731	2,2013
7	8,77	1,0480	0,0618	33	45,2476	3,3152
8	12,58	1,1293	0,0250	18	18,2834	0,1282
9	16,39	1,2107	0,0029	4	2,1002	
сумма	-	-	0,2618	192	191,6072	8,2164

Добились совпадения частот, критерий  $\chi^2_p = 8,22 < \chi^2_{таб} (5\%; \nu = 7-3 = 4) = 9,49$ , значит модель адекватна, и гипотеза о распределении Вейбулла принимается.

Функция распределения Вейбулла для данного периода имеет вид:

$$F(X) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{X + 40,3260}{46,8509} \right)^{9,19} \right] \quad (4)$$

График функции плотности вероятности распределения Вейбулла и функции распределения для периода 28.09.2015-06.04.2016 гг. приведены на рисунке 2.



а)

б)

**Рисунок 2.** Графики функций для периода 28.09.2015-06.04.2016 гг.

а) плотности вероятности распределения Вейбулла б) функции распределения Вейбулла

Период 19.09.2016-27.04.2017 гг. Для данного периода проведены аналогичные расчеты параметров исходной выборки:  $N = 221$ ;  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 221 \approx 9$ ;  $C = 3,74$ ;  $M[X] = 3,2546$ ;  $S^2 = D = 44,7360$ ;  $S = 6,7218$ ;  $\mu_3 = -43,4622$ ;  $\mu_4 = 4929,8559$ ;  $r_3 = -0,1398$ ,  $r_4 = 2,4149$ ;  $\alpha = -0,1398$ ;  $\tau = -0,5851$ . Проверим гипотезу о нормальном распределении. Найдем выборочные (выравнивающие) частоты, числовое значение масштабного числа  $\tilde{n}_0 = 49,1141$  и результаты расчета внесем в таблицу 5.

**Таблица 5.** Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона нормального распределения

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-13,0	-2,4223	3	2,6124	0,2769
2	-9,3	-1,8653	10	8,6237	
3	-5,5	-1,3082	24	20,8725	0,4686
4	-1,8	-0,7512	37	37,0412	0,0000
5	2,0	-0,1941	36	48,1977	3,0869
6	5,7	0,3630	51	45,9830	0,5474
7	9,4	0,9200	33	32,1661	0,0216
8	13,2	1,4771	21	16,4980	1,2285
9	16,9	2,0342	6	6,2043	0,0067
$\Sigma$	–	–	221	218,1990	5,6367

Частоты не совпали до целого, выполняем выравнивание выборочных и эмпирических частот.

**Таблица 6.** Повторный расчет критерия  $\chi^2$ -Пирсона

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-13,0	-2,4223	3	2,6124	0,2769
2	-9,3	-1,8653	10	8,6237	
3	-5,5	-1,3082	24	20,8725	0,4686
4	-1,8	-0,7512	37	37,0412	0,000046
5	2,0	-0,1941	36	48,1977	3,0869
6	5,7	0,3630	51	45,9830	0,5474
7	9,4	0,9200	33	32,1661	0,0216
8	13,2	1,4771	21	16,4980	1,2286
9	16,9	2,0342	6	6,2043	0,6188
10	20,7	2,5912	0	1,7107	
11	24,4	3,1483	0	0,3459	
$\Sigma$	–	–	221	220,2556	6,2488

Выравнивающие частоты совпали, причем  $\chi^2_p = 6,25 < \chi^2_{\text{таб}} (5\%; \nu = 8 - 3 = 5) = 11,07$ , значит гипотеза о нормальном распределении принимается.

Таким образом, доказано, что закон распределения среднесуточных температур для исследуемого периода является *нормальным*. Функция плотности вероятности имеет вид:

$$f(X) = \frac{1}{6,7218 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - 3,2546}{6,7218} \right)^2 \right] \quad (5)$$

Интегральная функция нормального распределения с учетом найденных параметров для данного периода задается формулой:

$$F = \frac{1}{6,7218 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - 3,2546}{6,7218} \right)^2 \right] dt \quad (6)$$

Графики функции плотности вероятности нормального закона и функции распределения для периода 19.09.2016-27.04.2017 гг. имеет вид:

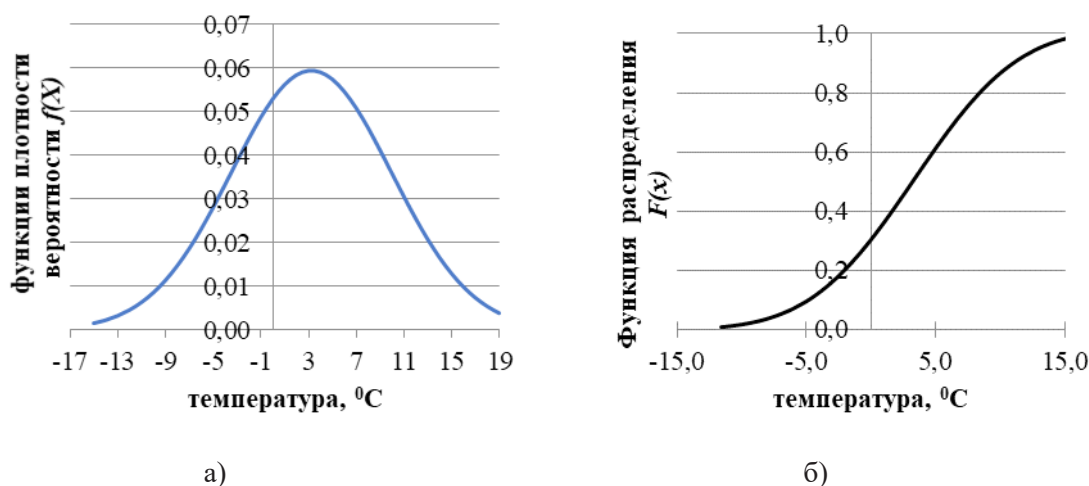


Рисунок 3. Графики функций для периода 19.09.2016-27.04.2017 гг.

а) функция плотности вероятности б) функции распределения

Период 27.09.2017-21.04.2018 гг. Результаты расчетов параметров исходной выборки:  $N = 207$ ;  $k = 1 + 3,32 \cdot \lg 207 \approx 9$ ;  $C = 3,63$ ;  $M[X] = 3,5930$ ;  $S^2 = D = 46,7496$ ;  $S = 6,8312$ ;  $\mu_3 = -34,1848$ ;  $\mu_4 = 6052,2673$ ;  $r_3 = -0,1072$ ,  $r_4 = 2,7792$ ;  $\alpha = -0,1072$ ;  $\tau = -0,2208$ . Проверим гипотезу о нормальном распределении. Найдем выборочные (выравнивающие) частоты, числовое значение масштабного числа  $\tilde{n}_0 = 43,9225$ , квантили распределения и результаты расчета внесем в таблицу 7.

Таблица 7. Проверка на статистическую неразличимость эмпирических данных и теоретического закона нормального распределения

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-12,8	-2,3973	6	2,4817	0,3207
2	-9,2	-1,8654	6	7,7103	
3	-5,5	-1,3335	14	18,0523	0,9096
4	-1,9	-0,8017	34	31,8519	0,1449
5	1,8	-0,2698	44	42,3528	0,0641
6	5,4	0,2621	43	42,4397	0,0074
7	9,0	0,7940	30	32,0484	0,1309
8	12,7	1,3258	14	18,2382	0,9849
9	16,3	1,8577	16	7,8217	8,5510
$\Sigma$	–	–	207	202,9971	11,1135



Выборочные и эмпирические частоты не совпали до целого, выравниваем.

**Таблица 8.** Повторный расчет критерия  $\chi^2$ -Пирсона

$j$	$\bar{x}_j$	$\xi_j$	$\eta_j$	$\tilde{n}_j$	$\chi^2$
1	-12,8	-2,3973	6	2,4817	4,9877
2	-9,2	-1,8654	6	7,7103	0,3794
3	-5,5	-1,3335	14	18,0523	0,9096
4	-1,9	-0,8017	34	31,8519	0,1449
5	1,8	-0,2698	44	42,3528	0,0641
6	5,4	0,2621	43	42,4397	0,0074
7	9,0	0,7940	30	32,0484	0,1309
8	12,7	1,3258	14	18,2382	0,9849
9	16,3	1,8577	16	7,8217	2,3116
10	19,9	2,3896	0	2,5279	
11	23,6	2,9214	0	0,6157	
$\Sigma$	–	–	207	206,1407	9,9204

Выравнивающие частоты совпали и  $\chi^2_p = 9,92 < \chi^2_{таб} (5\%; v = 9 - 3 = 5) = 12,59$ , следовательно гипотеза о нормальном распределении принимается. С учетом найденных параметров для исследуемого периода функция плотности вероятности и интегральная функция нормального распределения задаются формулами (7) и (8) соответственно:

$$f(X) = \frac{1}{6,8312 \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - 3,5930}{6,8312} \right)^2 \right] \quad (7)$$

$$F = \frac{1}{6,8312 \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{t - 3,5930}{6,8312} \right)^2 \right] dt \quad (8)$$

Графики функции плотности вероятности нормального распределения и интегральной функции нормального распределения для периода 27.09.2017-21.04.2018 гг. представлены на рисунке 4:

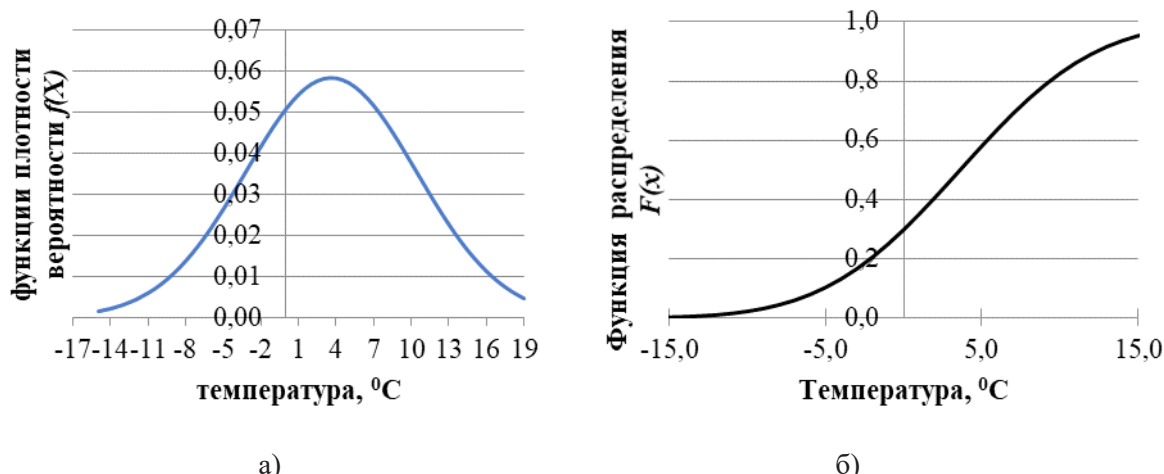


Рисунок 4. Графики функций для периода 27.09.2017-21.04.2018 гг.

а) функция плотности вероятности б) функции распределения

Таким образом, найдены законы распределения температур за исследуемые периоды по северной агроклиматической зоне Приднестровья и доказана адекватность полученных математических моделей.

## ВЫВОДЫ


Среди основных задач сельского хозяйства, одной из важных является снижение энергозатрат путем использования энергосберегающих систем природного (естественного) холода, в том числе и при хранении фруктов и овощей. Для того чтобы непосредственно приступить к расчетам параметров льдохранилищ и установок естественного холода для хранения плодоовощной продукции на территории северной агроклиматической зоны Приднестровья в данной статье приведены результаты по установлению экспериментальных законов распределения среднесуточной температуры воздуха на указанной территории за пять сезонов хранения фруктов и овощей, найдены уравнения функции плотности вероятности и функции распределения. Проверена и подтверждена адекватность каждой полученной математической модели.

В качестве продолжения исследования планируется выполнить расчеты следующих параметров установок естественного холода и льдохранилищ: продолжительность использования установок естественного холода, продолжительность использования льдохранилищ, а также продолжительность намораживания льда в льдохранилище. Кроме этого необходимо выполнить аналогичные исследования для южной агроклиматической зоны Приднестровья.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ВОЛКОНОВИЧ, Л., ЧЕРНЕЙ, М., ВОЛКОНОВИЧ, А. и др. (2019). Применение холода для охлаждения молока и хранения плодоовощной продукции. Кишинев. 228 с. ISBN 978-9975-56-625-4.
2. ДАЙКУ, А. (2019). Разработка алгоритмов управления процесса хранения фруктов и овощей с применением естественного холода. In: Știința agricolă, № 1, с. 131-137. ISSN 1857-0003.
3. ДОЛГОВ, Ю. (2015). Случайные числа: справочник. Тирасполь: Изд-во ПУ. 692 с. ISBN 978-9975-3010-2-2.
4. ДОЛГОВ, Ю. (2011). Статистическое моделирование. Тирасполь: Полиграфист. 352 с. ISBN 9975-9630-1-3.
5. КИРСАНОВА, А., ВОЛКОНОВИЧ О. (2019). Анализ температур воздуха для идентификации зон применения установок искусственного и естественного холода для охлаждения молока и хранения фруктов и овощей на территории Приднестровья. In: Știința agricolă, № 2, с. 114-120. ISSN 1857-0003.
6. КИРСАНОВА, А. (2019). Установление закона распределения температур для расчета параметров установок естественного холода, применяемых для хранения фруктов и овощей. In: Știința agricolă, № 1, с. 138-146. ISSN 1857-0003.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**КИРСАНОВА Алла**  <https://orcid.org/0000-0001-6541-5678>

кандидат педагогических наук, Государственный Аграрный Университет Молдовы

*E-mail*: avki@mail.ru

Data prezentării articolului: 21.04.2021

Data acceptării articolului: 15.05.2021