Особенности корреляционных свойств шумоподобных сигналов

Шестакова Т.
Департамент Электронные системы и устройства
Технический Университет Молдовы
Кишинэу, Республика Молдова
t.sestacova@mail.ru

Сорокин Г.
Департамент Электронные системы и устройства
Технический Университет Молдовы
Кишинэу, Республика Молдова
ger_sor@mail.ru

***Abstract*: The paper discusses the basic properties of noise signals, which are used in modern data transmission systems. It is shown, that for obtaining these signals are used pseudo-random sequence with the highest possible base. The correlation characteristics of the main types of pseudo-random sequences that are used in the construction of spread spectrum systems are considered: Barker's codes, Barker-Volinskaya’s codes and M-sequences. The autocorrelation and cross-correlation functions of the signals are given. Substantiated is the possibility of applying these signals in the development of data transmission systems using noise-like signals.**

***Key words*: noise-like signal, pseudorandom signal, autocorrelation function, cross correlation function**

I. Введение

Системы передачи информации (СПИ), в настоящее время являются одним из наиболее развивающихся направлений в радиотехнике. Увеличиваются потоки информации и скорости её передачи, повышаются требования к точности и достоверности передаваемой информации, ужесточаются требования по электромагнитной совместимости с другими устройствами и использованию частотного ресурса. Необходимым требованием к СПИ стала надежная работа в условиях сложной электромагнитной обстановки, в том числе естественных и преднамеренных помех и помех от других радиотехнических систем, работающих на близких частотах. Так же предъявляются требования к массогабаритным показателям аппаратуры, её стоимости, простоте обслуживания и безопасности.

Среди всех существующих СПИ, наибольший интерес представляют системы связи с использованием шумоподобных сигналов (ШПС) [1-3,5,7,8]. Применение широкополосных методов позволяет получить такие результаты в области систем связи, навигации и управления, которые невозможно получить при использовании обычных сигналов, а именно: секретность передачи сообщения, скрытность сигналов, высокая помехозащищенность в условиях воздействия мощных помех. Кроме того, системы с ШПС способны обеспечить кодовую адресацию большого числа абонентов и их кодовое разделение при работе в общей полосе частот, и обладают гораздо лучшей электромагнитной совместимостью по сравнению с узкополосными системами радиосвязи.

Псевдослучайные последовательности (ПСП) широко используются для формирования шумоподобных сигналов (ШПС) в системах связи и навигации с расширением спектра методом прямой последовательности (DSSS – direct-sequence spread spectrum). Примерами таких систем являются DS-CDMA, GPS/Navstar, Glonass и беспроводные сети стандарта IEEE 802.11b.

II. Основная Часть

Как отмечено выше, ПСП широко применяются в различных системах и устройствах систем передачи данных. При использовании шумоподобных сигналов для передачи данных применяются корреляционные методы обработки принимаемых сигналов. В этом случае степень и качество использования ПСП во многом зависит от корреляционных характеристик используемых последовательностей. В общем случае к псевдослучайным последовательностям (ПСП), используемым для расширения спектра сигналов, предъявляются следующие требования:

- большой объем ансамбля последовательностей, формируемых с помощью единого алгоритма;
- "хорошие" авто- и взаимно-корреляционные свойства последовательностей, входящих в состав ансамбля;
- сбалансированность структуры;
- максимальность периода для заданной длины регистра сдвига, формирующего последовательность;
- непредсказуемость структуры последовательности по ее неискаженному сегменту ограниченной длины.

Выполним сравнительный анализ корреляционных характеристик ПСП, которые используются для получения шумоподобных сигналов. Характеристиками ПСП являются функции автокорреляции (АКФ) и взаимной корреляции (ВКФ), которые подразделяются на периодические и апериодические. АКФ и ВКФ вычисляются путем подсчета разности числа совпадающих и не совпадающих разрядов ПСП при сдвигах одной из них.

Периодические АКФ и ВКФ вычисляются при циклическом сдвиге ПСП, а апериодические АКФ и ВКФ вычисляются при обычном сдвиге ПСП (сравниваются части ПСП различной длины – от максимальной до минимальной).

Автокорреляционная функция дискретных сигналов вычисляется по формуле:

$$\boldsymbol{R_u(n)} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{u_j u_{j-n}}, \qquad (1.1)$$

где n – целое число, положительное, отрицательное или нуль.

Взаимная корреляционная функция между двумя дискретными сигналами вычисляется по аналогичной формуле:

$$\boldsymbol{R_{uv}(n)} = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{u_j v_{j-n}}, \qquad (1.2)$$

К дискретным сигналам с наилучшей структурой ФАК можно отнести сигналы (коды) Баркера. Эти сигналы обладают уникальным свойством: независимо от числа позиций М в кодовой комбинации значения АКФ, вычисляемые по формуле (1.1), при всех n ≠ 0 не превышают единицы. В то же время энергия этих сигналов, т.е. величина $R_u(0)$, численно равна М. Известно всего семь сигналов Баркера, самый сложный из них состоит из 13 символов и имеет отношение высоты главного пика АКФ к боковым равное 13. Это свойство позволяет надежно обнаруживать такой сигнал при отношениях сигнал/помеха С/П < 1. В частности, данные коды используются в системах с расширенным спектром стандарта IEEE 802.11.

Однако в каналах передачи данных, в которых действуют значительные помехи, например, каналах телемеханики электрифицированного железнодорожного транспорта даже сигналы Баркера не обеспечивают требуемой надежности их обнаружения.

В [4] для увеличения отношения сигнал/помеха и увеличения вероятности правильного обнаружения предлагают использовать модифицированные сигналы Баркера, обладающие лучшими корреляционными свойствами – сигналы Баркера – Волынской.

Способ получения таких сигналов основан на комбинировании сигналов Баркера. В качестве «материнской» последовательности берется последовательность Баркера, а затем каждый символ материнской последовательности заменяется прямой или инверсной «дочерней» последовательностью Баркера, в зависимости от того, ноль или единица в материнской последовательности.

Из всех возможных парных комбинаций материнских и дочерних последовательностей кодов Баркера с наибольшим отношением центрального пика АКФ к боковым лепесткам удовлетворяют только 10 последовательностей:

3×4,1; 3×3; 3×7; 3×11; 7×3; 7×7; 7×11; 11×3; 11×7;11×11, (1.3)

где первое число – материнская последовательность, а второе число – дочерняя последовательность. Например, для последовательности 3×7 материнская

Из рис.1.2 видно, что при том же самом отношении сигнал/помеха использование сигналов Баркера –

последовательность – 1 1 0, а дочерняя – 1 1 1 0 0 1 0, тогда новая последовательность имеет вид:

$$\underbrace{1110010}_{«1»} \quad \underbrace{1110010}_{«1»} \quad \underbrace{0001101}_{«0»} \qquad (1.4)$$

Помехи снижают главный пик корреляционной функции и поднимают боковые пики, поэтому чем больше отношение высоты главного пика АКФ к боковым, тем выше вероятность правильного приема сигналов.

Корреляционные свойства некоторых широкополосных сигналов были исследованы в среде LabVIEW, результаты которых представлены на рисунках 1.1 и 1.2.

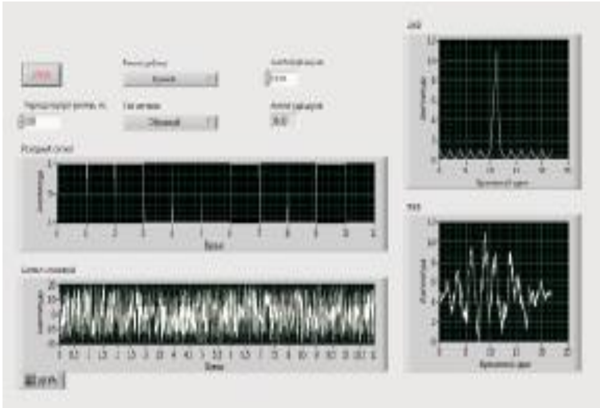

Рис.1.1. АКФ 11-ти позиционного кода Баркера и ВКФ сигнала Баркера и сигнала Баркера с шумом

Из рис.1.1 видно, что при воздействии шума в канале передачи на передаваемый сигнал в ВКФ сильно увеличиваются амплитуды боковых лепестков, что может привести к ошибкам при обработке сигнала.

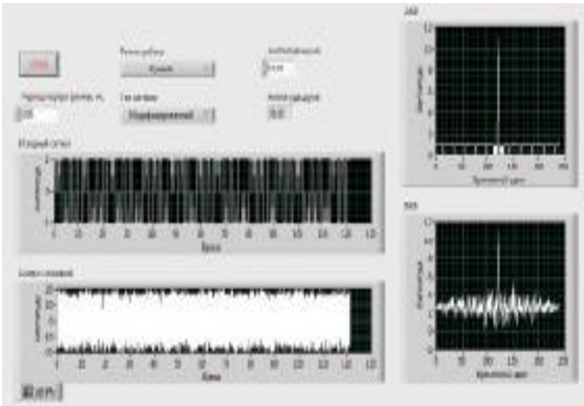

Рис.1.2. АКФ 11x11 сигнала Баркера – Волынской и ВКФ 11 x11сигнала Баркера – Волынской и 11x11сигнала Баркера-Волынской с шумом.

Волынской приводит к однозначному определению полезного сигнала.

Следует отметить следующее - коды Баркера, в основном, используются для высокоскоростных ШПС систем, предназначенных для передачи информации, но не для кодового разделения абонентов.

Кодовые последовательности Баркера, имеющие длину более 13 символов, неизвестны, поэтому для получения большей помехоустойчивости, а также для кодового разделения абонентов, используют последовательности большей длины, значительную часть которых образуют М-последовательности.

Последовательностями максимальной длины или М - последовательностями называются последовательности, формируемые регистрами сдвига с линейной обратной связью и имеющие период L = 2^n – 1, где n – длина регистра. Наиболее важная особенность М - последовательностей состоит в том, что их периодическая автокорреляционная функция является оптимальной в классе возможных автокорреляционных функций двоичных последовательностей длиной L = 2^n – 1. Оптимальность здесь понимается в смысле минимума максимального значения боковых выбросов автокорреляционной функции. Именно хорошие автокорреляционные свойства М - последовательностей и простота их формирования обусловили широкое их применение в системах связи [2,5,8].

В соответствии с алгоритмами формирования различные ПСП можно классифицировать на линейные, нелинейные, комбинированные и каскадные. Закон формирования линейных ПСП определяется линейным рекуррентным соотношением:

$$a_j = \sum_{i=1}^{n} C_i a_{j-i}, \qquad (1.5)$$

где сложение производится по *mod2*.

Коэффициенты C_i принимают значения 0 или 1 и определяются характеристическим многочленом:

$$f(x) = x^n \oplus C_{n-1}x^{n-1} \oplus \ldots. \oplus C_1 x \oplus 1. \qquad (1.6)$$

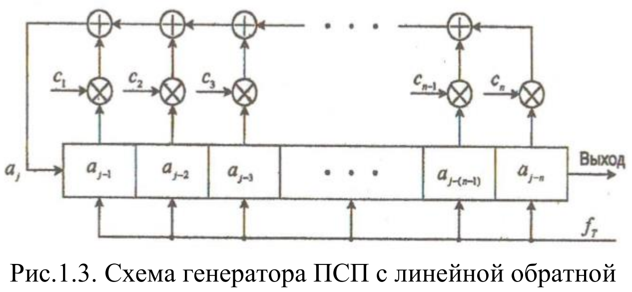

Рис.1.3. Схема генератора ПСП с линейной обратной связью (ЛОС)

Для формирования нелинейных ПСП используют следующие методы:

- использование внешней нелинейной логической функции для комбинирования элементов ПСП, получаемых с помощью ЛОС, с периодом L = 2^n -1;

- использование регистров сдвига (РС) с нелинейной логической функцией в цепи обратной связи (внутренней логической функцией), позволяющей получать ПСП с периодом L = 2^n (последовательности де Брейна).

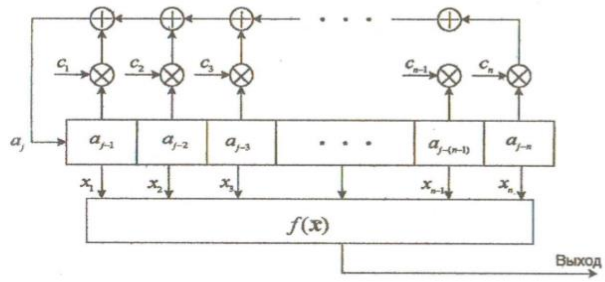

Рис.1.4. Схема генератора нелинейной ПСП с внешней логической функцией

При этом одной из ключевых проблем является проблема формирования двоичных псевдослучайных последовательностей (ПСП) максимальной длины с приемлемыми статистическими характеристиками.

Чтобы использовать алгебраические методы при анализе характеристик ПСП, алгоритм ее формирования описывают характеристическим (порождающим) многочленом относительно фиктивной переменной «x»:

$$f(x) = x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \ldots + c_1 x + 1 \qquad (1.7)$$

Необходимым условием получения М – последовательности с помощью характеристического полинома (1.7) является его неприводимость. Многочлен *f(x)* степени "*n*" называется неприводимым, если он не может быть разложен на многочлены-сомножители меньшей степени. Например, многочлен *f(x)* = x^5+x+1 является приводимым, так как $x^5+x+1=(x^3+x^2+1) \cdot (x^2+x+1)$. Если 2^n -1 является простым числом, то неприводимый многочлен порождает М - последовательность.

Неприводимый многочлен *f*(*x*) степени "*n*" называется примитивным, если период коэффициентов 1/*f(x)* равен 2^n-1. Примитивность многочлена *f(x)* является необходимым и достаточным условием получения М - последовательности. Примитивные многочлены существуют для всех *n* >1. Количество таких многочленов определяется следующим выражением:

$$N_p(n) = \frac{F_p(L)}{n} = \frac{1}{n}\prod_{i=1}^{k}(p_i - 1)\cdot p_i^{n_i - 1}, \qquad (1.8)$$

где $F_p(L)$ - функция Эйлера, определяющая количество целых чисел, взаимно простых и не превышающих *L;*

p_i – сомножители чисел 2^n-1. Если L может быть представлено в виде произведения некратных сомножителей, т. е.n_i = 1, то выражение (1.8) принимает вид:

$$N_p(n) = \frac{F_p(L)}{n} = \frac{1}{n}\prod_{i=1}^{k}(p_i - 1). \qquad (1.9)$$

Например, при n =8 получаем L = 255 = 3·5·17 и количество неприводимых многочленов равно $N_p(n)$ = (1/8)(3 -1)(5 - 1)(17 - 1) = 16.

В таблице 1.1 приведены некоторые данные, касающиеся количества и номеров отводов генераторов М-последовательностей, для различного числа разрядов регистра сдвига.

Как следует из данных, приведенных в табл. 1.1, с увеличением " n " количество М -последовательностей возрастает.

Некоторые из многочленов, представленных в табл.1.1 являются зеркальными по отношению к другой половине.

Таблица 1.1. Номера отводов и количество М - последовательностей

Количе-ство разрядов, n	Период (длина L) М – последова-тельности	Количество М – последова-тельностей	Номера отводов регистра для цепи обратной связи
2	3	1	[2,1]
3	7	2	[3,2];[3,1]
4	15	2	[4,3],[4,1]
5	31	6	[5,3],[5,2]
6	63	6	[6,5],[6,1]
7	127	18	[7,6],[7,3,[7,1]
8	255	16	[8,6,5,4],[8,6,5,3]
9	511	48	[9,5],[9,6,4,3]
10	1023	60	[10,7],[10,3]

Зеркальный многочлен степени n по отношению к исходному определяется с помощью выражения:

$$f(x) = x^n \cdot f(x^{-1}). \qquad (1.10)$$

Например, для неприводимого многочлена $f(x) = x^4 + x + 1$ зеркальным будет следующий неприводимый многочлен:

$$f_{зерк.}(x) = x^4 \cdot (f(x^{-4} + x^{-1} + 1) = x^4 + x^3 + 1. \qquad (1.11)$$

В табл.1.2 приведены некоторые неприводимые многочлены и их двоичные эквиваленты.

Таблица 1.2 Неприводимые многочлены и их эквиваленты

Степень	Неприводимый многочлен	Двоичная последовательность
3	$x^3 + x + 1$ $x^3 + x^2 + 1$	1011 1101
4	$x^4 + x + 1$ $x^4 + x^3 + 1$	10011 11001
5	$x^5 + x^2 + 1$ $x^5 + x^3 + 1$ $x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$ $x^5 + x^4 + x^2 + x + 1$ $x^5 + x^4 + x^3 + x + 1$ $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$	100101 101001 101111 110111 111011 111101
6	$x^6 + x + 1$ $x^6 + x^4 + x^2 + x + 1$ $x^6 + x^4 + x^3 + x + 1$ $x^6 + x^5 + 1$ $x^6 + x^5 + x^2 + x + 1$ $x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + 1$ $x^6 + x^5 + x^4 + x + 1$	1000011 1010111 1011011 1100001 1100111 1101101 1110011

Автокорреляционную функцию М-последовательности можно определить так:

$$R_u(n) = \frac{k - l}{L} = \frac{L - 2d}{L}, \qquad (1.12)$$

где k – количество совпадений;
l – количество несовпадений;
L – общее количество символов;
d - расстояние Хемминга.

Следовательно, АКФ может принимать только два значения:

$$R_u(n) = \begin{cases} 1, n = 0\ modL, \\ -1/L, n \neq 0\ modL. \end{cases} \qquad (1.13)$$

В табл.1.3 приведены значения периодической АКФ М – последовательности с характеристическим многочленом $f_.(x) = x^4 + x^3 + 1$ и начальным состоянием регистра сдвига [0 0 1 0], а на рис.1.5 осциллограмма этой АКФ.

Таблица 1.3 Значения периодической АКФ М - последовательности

Сдвиг,n	0	1	2	3	4	5	6
Значение	15	-1	-1	-1	-1	-1	-1
Сдвиг,n	7	8	9	10	11	12	13
Значение	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1

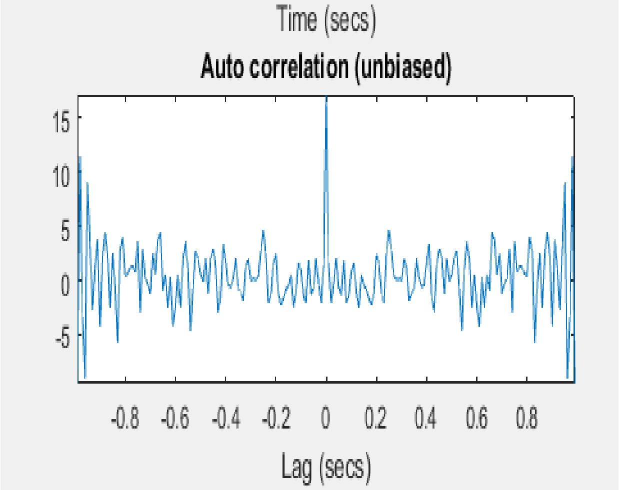

Рис.1.5 АКФ М – последовательности с характеристическим многочленом

$$f(x) = x^4 + x^3 + 1.$$

III. Заключение

Результаты анализа автокорреляционных и взаимно-корреляционных свойств, рассмотренных ПСП: кодов Баркера, кодов Баркера – Волынской и М - последовательностей показали, что рассмотренные ПСП для шумоподобных сигналов обладают примерно одинаковыми корреляционными свойствами. Однако только небольшое количество из всего ансамбля М-последовательностей с заданным периодом обладает удовлетворительными корреляционными свойствами. Например, при n = 4 из таблицы №1.1 следует, что такими свойствами обладают только две последовательности.

Можно показать, что если к 13 символьной кодовой последовательности Баркера добавить два нуля, то АКФ полученной последовательности 001 1111 0011 0101 будет значительно лучше, чем описанная АКФ М-последовательности, состоящей также из 15 символов. Короткие М-последовательности таким образом значительно уступают последовательностям Баркера по автокорреляционным свойствам, несмотря на лучший баланс нулей и единиц.

Увеличение степени полинома приводит к увеличению числа «хороших» последовательностей, однако при этом значительно увеличивается период М – последовательности. А это приводит, в свою очередь, к увеличению чиповой скорости и расширению ширины спектра шумоподобного сигнала больше допустимого.

Кроме М - последовательностей как таковых в системах связи нашли применения составные кодовые последовательности, представляющие собой комбинации М-последовательностей и обладающие некоторыми специфическими свойствами. Наиболее известными и применяемыми из них являются последовательности Гоулда. Кодовые последовательности Гоулда формируются с помощью простого генератора последовательностей на основе двух регистров сдвига одинаковой разрядности и обладают по отношению к М-последовательностям двумя достоинствами.

Во-первых, генератор кодовых последовательностей, построенный на основе двух регистров сдвига длиной N каждый, может генерировать кроме двух исходных М-последовательностей еще N последовательностей длиной 2^N-1, то есть значительно расширяется число генерируемых кодовых последовательностей.

Во-вторых, коды Гоулда могут быть выбраны так, что ВКФ для всех получаемых от одного генератора кодовых последовательностей будет одинаковой, а величина ее боковых пиков ограничена.

Для М-последовательностей такого гарантировать нельзя, что боковые пики ВКФ не будут превосходить определенную заданную величину.

Область применения М – последовательностей огромна и разнообразна. Путем подбора соответствующих свойств М – последовательности можно добиться удовлетворительного результата в большинстве случаев работы широкополосных систем.

Следовательно, требуется дальнейшее тщательное изучение свойств М – последовательностей для решения соответствующей прикладной задачи.

Библиографический список:

[1] Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. – М.: Радио и связь, 1985. – 348с.

[2] Кислов В.Я. и др. Корреляционные свойства шумоподобных сигналов, генерируемых системами с динамическим хаосом // Радиотехника и электроника, 1997. Том 42, № 11. С. 1341 – 1349.

[3] Феер К. Беспроводная цифровая связь, методы модуляции и расширения спектра. Перевод с англ. / Под ред. В.И.Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000.

[4] Волынская А.В., Калинин П.М. Новые помехоустойчивые сигналы для интеллектуального канала телемеханики // Фундаментальные исследования. – 2012. – № 11-4. – С. 922-926;

[5] Сарвате Д.В., Персли М.Б. Взаимно-корреляционные свойства псевдослучайных и родственных последовательностей // ТИИЭР. 1980. № 5. С. 59-90.

[6] Солонина А. И., С. М. Арбузов. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008.

[7] Урядников Ю.Ф., Аджемов С.С. Сверхширокополосная связь. Теория и приме нение. —М.: СОЛОНПресс, 2005. —368 с.

[8] Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез и обработка —Спб.: Наука и техника, 2005. —400 с