DEPENDENȚA VALORII CRITICE A PARAMETRULUI ÎNCĂRCĂRII AXIALE DE RAPORTUL RIGIDITAȚILOR ELEMENTELOR

Autor: Antonina CHERDEVAR
Conducător științific: conf. univ. Mihail BÎRCĂ

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *Se studiază influența raportului rigidităților elementelor la valoarea critică a parametrului de încărcare axială. Se consideră un cadru cu o deschidere și un nivel de formă simetrică. Problema se rezelvă cu aplicarea metodei deplasărilor. În dependență de valoarea raportului rigidității riglei către rigiditatea stîlpilor se determină valoarea critică a parametrului de încărcare axială. Ecuația de stabilitate se rezolvă prin aproximații succesive.*

Cuvinte cheie: *Forțe critice, parametrul încărcării axiale.*

1. Introducere

Calculul cadrelor la stabilitate se reduce la rezolvarea unei ecuații neliniare în care argumentul este parametrul încărcării axiale. Se admite ipoteza încărcării numai cu forțe concentrate aplicate în noduri, astfel ca să nu producă încovoiere pînă la pierderea stabilității. Sistemul de ecuații canonice în acest caz devine omogen. Existența soluțiilor diferite de zero este posibilă cînd determinantul principal al sistemului de ecuații este egal cu zero.

2. Datele de intrare la rezolvarea problemei sunt:

- Geometria structurii, inclusiv raportul rigidităților elementelor;
- Schema de încărcare și raportul dintre valorile forțelor de comprimare;

La aplicarea metodei deplasărilor se obține sistemul omogen de ecuații:

$$\begin{array}{l} r_{11}\cdot z_1 + r_{12}\cdot z_2 + \ldots + r_{1n}\cdot z_n = 0 \\ - - - - - - - - - - - - - - - - \\ r_{n1}\cdot z_1 + r_{n2}\cdot z_2 + \ldots + r_{nn}\cdot z_n = 0 \end{array} \tag{1}$$

unde: r_{ik} - coeficienții sistemului;

z_i - deplasările structurii inițiale pe direcția legăturilor introduse în structura fundamentală;

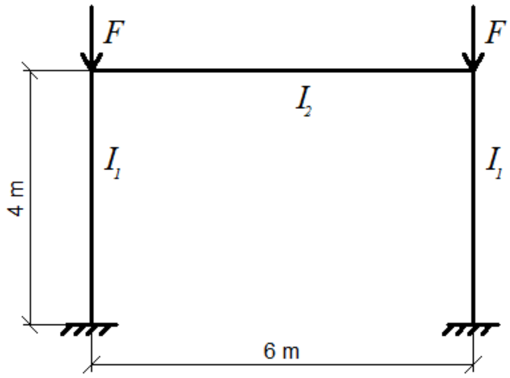
Din condiția existenței soluțiilor diferite de zero se obține ecuația de stabilitate:

$$det = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ - & - & - & - \\ r_{n1} & r_{n2} & \cdots & r_{nn} \end{vmatrix} = 0 \tag{2}$$

Coeficienții sistemului de ecuații r_{ik} sunt funcții de parametrul încărcării axiale. La rezolvarea ecuației (2) se obține valoarea critică a parametrul de încărcare axială, iar valorile deplasărilor z_i rămîn nedeterminate.

3. Formularea problemei:

Se consideră cadrul dat în Fig.1.a. Numărul necunoscutelor în metoda deplasărilor - $N_D = 3$. Structura fundamentală (Fig.1.b) se obține prin introducerea legăturilor de încastrare în nodurile rigide și a unei legături liniare pe direcția orizontală.



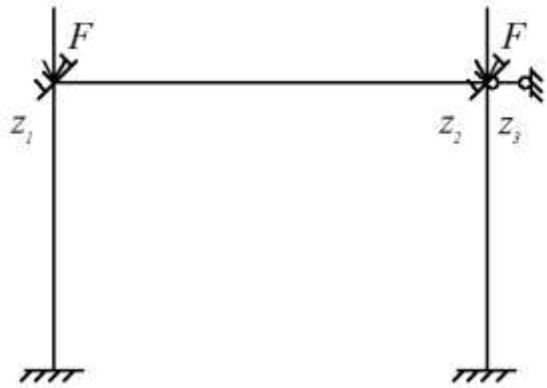
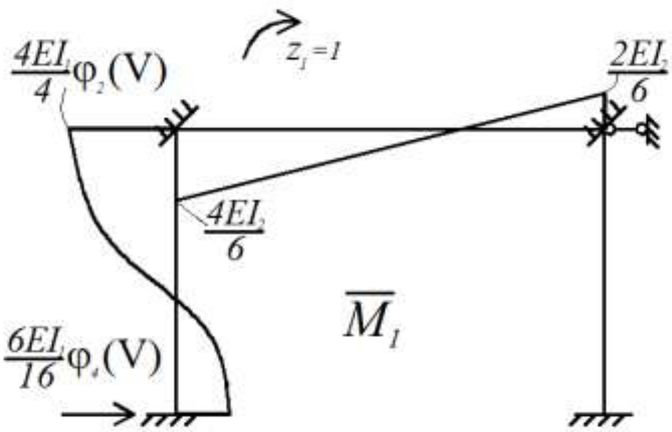


Fig.1.a

Fig.1.b

Diagramele unitare ale momentelor de încovoiere $\overline{M_i}$ se construiesc de la deplasările impuse $z_i = 1$ a legăturilor introduse. Acestea sunt redate în Fig.1.c, 1.d,1.e.

Fig.1.c



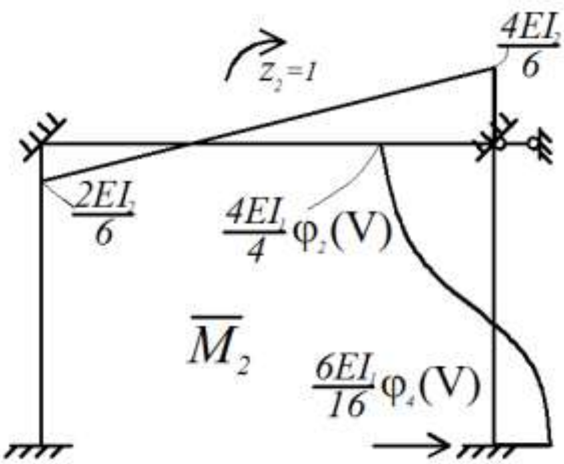


Fig.1.d

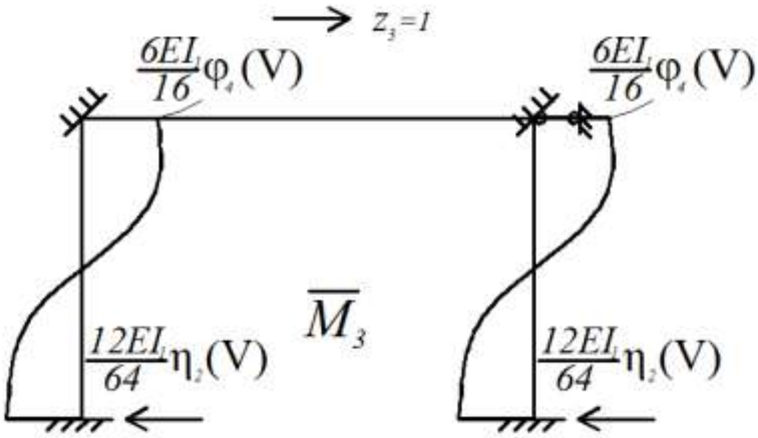


Fig.1.e

Funcțiile de corecție $\varphi_2(V)$, $\varphi_4(V)$, $\eta_2(V)$ au expresiile urmatoare:

$$\varphi_2(V) = \frac{1 - \frac{V}{\mathrm{tg}V}}{4 \cdot \left(\frac{\mathrm{tg}(0.5V)}{0.5V} - 1\right)} \tag{3}$$

$$\varphi_4(V) = \frac{\left(\frac{V}{2}\right)^2}{3 \cdot \left(1 - \frac{\frac{V}{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{V}{2}\right)}\right)} \tag{4}$$

$$\eta_2(V) = \varphi_4(V) - \frac{V^2}{12} \tag{5}$$

Coeficienții ecuațiilor canonice se determină cu aplicarea metodei statice și au expresiile următoare:

$$r_{11} = EI_1\varphi_2(V) + \frac{2}{3}EI_2 \tag{6}$$

$$r_{21} = \frac{2}{6}EI_2 \tag{7}$$

$$r_{31} = -\frac{6EI_1}{16}\varphi_4(V) \tag{8}$$

$$r_{33} = \frac{24EI_1}{64}\eta_2(V) \tag{9}$$

Ceilalți coeficienți se determină din condiția de simetrie și anume:

$r_{11} = r_{22} \qquad r_{32} = r_{31}$

După desfășurarea determinantului și introducerea raportului $R = I_2/I_1$, se obține ecuația de stabilitate:

$$det = \left[\varphi_2(V) + \frac{2}{3}R\right]^2 \cdot \left[\frac{24}{64}\eta_2(V)\right] + 2R \cdot \frac{1}{3}\left[\frac{6}{16}\varphi_4(V)\right]^2$$
$$-2\left[\varphi_2(V) + \frac{2}{3}R\right] \cdot \left[\frac{6}{16}\varphi_4(V)\right]^2 - \frac{24}{64}\eta_2(V)\left[\frac{R}{3}\right]^2 = 0 \tag{10}$$

Ecuația (10) se rezolvă prin aproximații succesive a parametrului V pentru diferite valori ale raportului R.

Rezultatele sunt date în tabela 1. Dependența V(R) este ilustrată in Fig.2

Tabelul 1

R	Vcr	R	Vcr
0,6	2,35	2	2,85
0,7	2,45	2,2	2,85
0,8	2,45	2,4	2,85
0,9	2,55	2,6	2,85
1	2,55	2,8	2,85
1,2	2,65	3	2,95
1,4	2,65	3,5	2,95
1,6	2,75	4	2,95
1,8	2,75	5	2,95

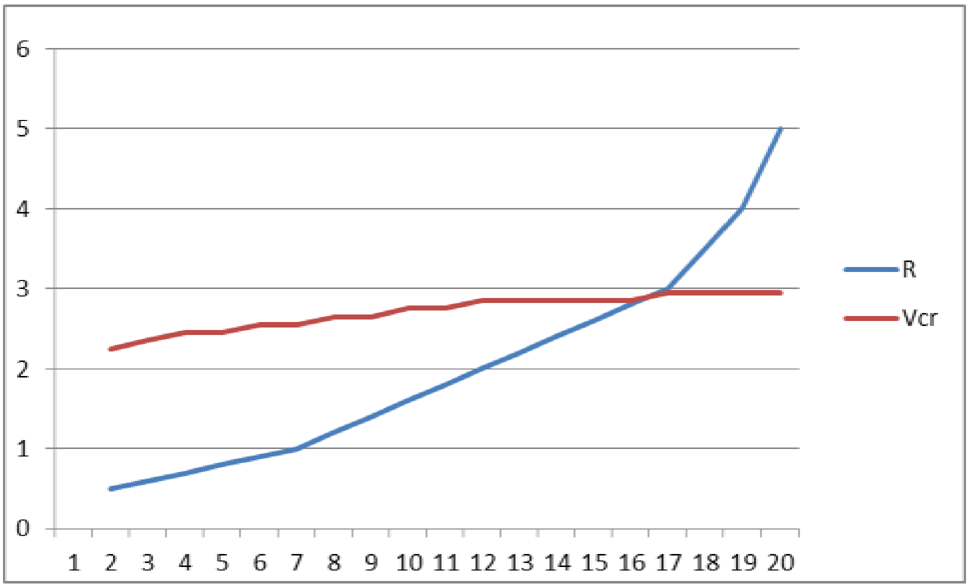


Fig.2

Concluzii:

- Rigiditatea riglei influențează la valoarea critică a parametrului de încărcare în limitele 0,6≤R≤3.
- Creșterea valorii R de la 0,6 pină la 2,0 conduce la creșterea valorii forței critice cu 60,5%, de la 2,0 pînă la 3,0 cu 7,2% și în continuarea creșterii R forța critică rămîne practic constantă.
- Majorarea valorii forței critice din contul rigidității riglei este oportună pentru $R = I_2/I_1 \leq 3$.

Bibliografie:

1. Colcin G., Bîrcă M., Pîrțac I. Mecanica structurilor din bare. Chișinău 1992.
2. Киселев В.А. Строительная механика. Спецальный курс. Москва 1980.
3. Безухов Н. И., Лужин О. В., Колкунов Н. В. Устойчивость и динамика сооружений. Москва 1987.
4. Тимошенко С. П. Устойчивость стержней пластин и оболочек. Москва 1971.