MODELE DE CALCUL ALE TURNURILOR CU ZĂBRELE

Autorul: Victor CEMÎRTAN
Conducătorul științific: Mihai BÎRCĂ

Universitatea Tehnică a Moldovei

Rezumat: *Dinamica structurilor este unul din domeniile primordial de importante din ramura construcțiilor. Astfel încât țara noastră se află într-o zona seismică dezvoltarea și aprofundarea în acest domeniu are sens fundamental în știința inginerească a Republicii Moldova.*

Se prezentă trei metode de calcul dinamic al turnurilor cu zăbrele, dintre care doua metode presupun divizarea structurii pe tronsoane si concentrarea maselor in centrele de greutate al acestora, obținând un model de calcul discret. Pentru un rezultat mai exact al răspunsului dinamic, dar cu o rezolvare mai complicată, în a treia metoda este utilizat un model de calcul continuu.

În formă succintă sunt prezentate metodele principale de analiză dinamică a turnurilor.

Cuvinte cheie: *Dinamica; turnuri; discret; matricea spectrală; matricea modală; continuu.*

1. Modelul de calcul discret

1.1 . Metoda matricei de flexibilitate

Pentru obținerea modelului de calcul al turnului cu zabrele, structura se împarte pe tronsoane, după care se determină masele fiecărui tronson, care includ masa proprie, masa echipamentului montat pe acesta, masa scărilor de acces, masa cablurilor și respectiv masa maximă posibilă a chiciurii depusă pe timp rece. Se reprezintă grafic o bară în consolă, (Fig.1) încastrată în partea inferioară pe care se discretizează masele sumare a fiecărui tronson la nivelul centrului de greutate al acestora.

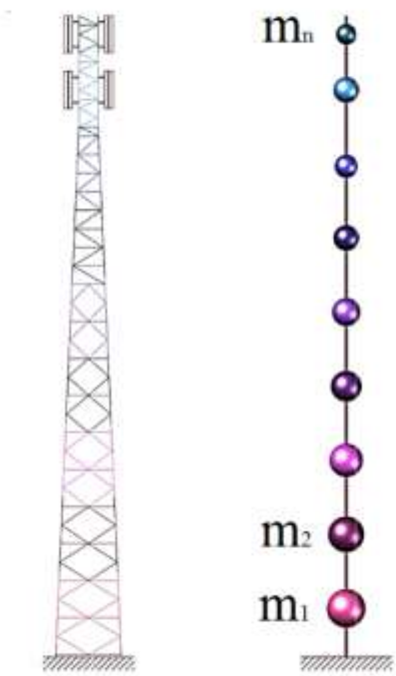

Fig.1 Model discret la calculul dinamic

Se calculează momentele de inerție a secțiunilor structurii la nivelul fiecărei mase concentrate, considerând o variație a momentului de inerție în trepte, constant pe lungimea fiecărui tronson. Matricea diagonală de inerție are forma:

$$[M]=\begin{bmatrix} m_{11} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & m_{22} & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ 0 & 0 & \vdots & m_{nn} \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

În acest mod vom avea un sistem cu un număr finit de GLD egal cu numărul tronsoanelor, neglijând rotirile minore a maselor. Conform figurii 1.1 se determinăm deplasările generalizate direct și indirect de la forțele unitare aplicate succesiv pe direcția GLD.

Matricea de flexibilitate de forma:

$$[D]=\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \vdots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \vdots & \delta_{2n} \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \vdots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \tag{1.2}$$

Din ecuația (1.3), calculăm valorile propriiλ

$$[D][M]-\lambda[I]=0 \tag{1.3}$$

unde $[I]$ – matricea unitate, și

$$\lambda=\frac{1}{\omega^2} \tag{1.4}$$

Reieșind din condiția(1.4), se determină pulsațiile proprii ω, care caracterizează matricea spectrală $[\Omega]$, și perioadele proprii din relațiile următoare:

$$[F]=\frac{1}{2\pi}[\Omega] \tag{1.5}$$

$$[T]=2\pi[\Omega]^{-1} \tag{1.6}$$

Vectorii proprii de vibrație se obțin dezvoltînd ecuația generală a valorilor proprii:

$$\{[D][M]-\lambda[I]\}\{\Phi\}=0 \tag{1.7}$$

Introducând valori arbitrare pentru o formă de vibrație și înlocuind succesiv valorile proprii obținute mai sus, se obțin ordonatele celorlalte forme de vibrații. Ca rezultat se va obține matricea modală de forma:

$$[\Phi]=\begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \vdots & \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & \vdots & \Phi_{2n} \\ \cdots & \cdots & \vdots & \cdots \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} & \vdots & \Phi_{nn} \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

Fiecare coloana reprezintă o formă de vibrație a structurii. Prima coloană reprezintă forma fundamentală.

1.2 . **Metoda matriceală iterativă**

Această metodă este o metodă numerică la baza căreia stau considerațiile:

$$[\mathcal{D}] = [D][M] \tag{1.9}$$

Unde $[\mathcal{D}]$ – matricea dinamică
Respectiv substituind în expresia (1.7) obținem:

$$[\mathcal{D}]\{\Phi\} = \lambda\{\Phi\} \tag{1.10}$$

Din relația (1.10) observăm că $\{\Phi\}$ este un vector propriu a matricei dinamice.

Prin înmulțirea matricei dinamice $[\mathcal{D}]$ cu un vector $\{\Phi\}^{(j-1)}$, în care prima ordonata este întotdeauna egală cu unu obținem un alt vector $\{\Phi\}^{(j)}$:

$$[\mathcal{D}]\{\Phi\}^{(j-1)} = \{\Phi\}^{(j)} \tag{1.11}$$

În prima iterație se alege un vector oarecare$\{\Phi\}$ asemănător cu prima formă de vibrație și se multiplică cu matricea dinamică de unde se obține produsul dintre o valoare proprie λ și următoarea formă de vibrație. Iterațiile continua până $\{\Phi\}^{(j-1)} \approx \{\Phi\}^{(j)}$, unde $\{\Phi\}^{(j)}$ este prima formă de vibrație reală, iar coeficientul de proporționalitate îl prezintă prima valoare proprie reală λ, după care se determină prima pulsație.

Pentru fiecare următoare formă de vibrație se stabilește o matrice de eliminare care înmulțind-o cu matricea dinamică a formei anterioare de vibrație se obține matricea dinamică a modului curent de vibrație:

$$[\mathcal{D}_n][E_n] = [\mathcal{D}_{n+1}] \tag{1.12}$$

După care urmează procesul iterativ după relația (1.11) , până iarăși se satisface condiția $\{\Phi\}^{(j-1)} \approx \{\Phi\}^{(j)}$. Etapele se repetă până se află numărul necesar de forme a vibrațiilor, și se reprezintă grafic.

2. Modelul de calcul continuu

În calculul dinamic cu model continuu se distribuie masa turnului, pe toată înălțimea acestuia continuu variabil (Fig.2) de unde se obține un model cu un număr infinit de GLD, respectiv formele de vibrație se vor exprima prin funcții de încovoiere.

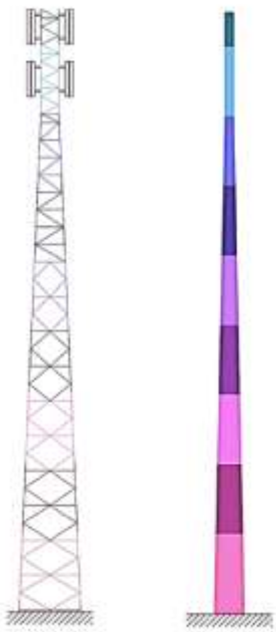

Fig.2 Model continuu la calculul dinamic

În analiza dinamică a turnului după un model continuu, pentru început se stabilesc condițiile la limită și se obțin vectorii de stare, care se introduc în funcțiile de încovoiere:

$$\begin{cases} \Phi(x)=F_1(\alpha x)\Phi_0+\frac{1}{\alpha}F_2(\alpha x)\Theta_0-\frac{1}{\alpha^2 EI}F_3(\alpha x)\mathrm{M}_0-\frac{1}{\alpha^3 EI}F_4(\alpha x)\mathrm{Q}_0 \\ \Theta(x)=\alpha F_4(\alpha x)\Phi_0+F_1(\alpha x)\Theta_0-\frac{1}{\alpha EI}F_2(\alpha x)\mathrm{M}_0-\frac{1}{\alpha^2 EI}F_3(\alpha x)\mathrm{Q}_0 \\ \mathrm{M}(x)=-\alpha^2 EIF_3(\alpha x)\Phi_0-\alpha F_4(\alpha x)\Theta_0+F_1(\alpha x)\mathrm{M}_0-\frac{1}{\alpha}F_2(\alpha x)\mathrm{Q}_0 \\ \mathrm{Q}(x)=-\alpha^3 EIF_2(\alpha x)\Phi_0-\alpha^2 EIF_3(\alpha x)\Theta_0+\alpha F_4(\alpha x)\mathrm{M}_0+F_1(\alpha x)\mathrm{Q}_0 \end{cases} \tag{2.1}$$

Acestea pot fi scrise în formă matriceală:

$$\{V\}_x = [T]\{V\}_0 \tag{2.2}$$

După efectuarea unor operații matematice se obțin ecuații în funcție de α, care reprezintă o valoare proprie a sistemului datorită relației:

$$\alpha^4 = \frac{\mu}{EI}\omega^2 \tag{2.3}$$

Prin substituirea funcțiilor obținute în expresiile de simplificare la determinarea constantelor de integrare introduse de A. N. Krîlov:

$$\begin{cases} F_1(\alpha x)=\frac{1}{2}[\cosh(\alpha x)+\cos(\alpha x)] \\ F_2(\alpha x)=\frac{1}{2}[\sinh(\alpha x)+\sin(\alpha x)] \\ F_3(\alpha x)=\frac{1}{2}[\cosh(\alpha x)-\cos(\alpha x)] \\ F_4(\alpha x)=\frac{1}{2}[\sinh(\alpha x)-\sin(\alpha x)] \end{cases} \tag{2.4}$$

Se obține ecuația caracteristică a sistemului. După determinarea soluțiilor acesteia, se formează matricea spectrală $[\Omega]$.

În final revenind la funcțiile încovoierii (2.1), și introducând succesiv valorile proprii, obținem caracteristicile geometrice a formelor proprii de vibrație.

Concluzii:

1. Calculul dinamic al turnurilor amplasate în zonele seismice reprezintă o problemă importantă la proiectarea acestora.
2. Veridicitatea rezultatelor poate fi apreciată prin utilizarea diferitor modele – discrete şi continue.

Bibliografie

1. Cătărig A., Bănuț V. *"Statica stabilitatea și dinamica construcțiilor"* vol.2. Cluj-Napoca, 1985.
2. Ifrim M., Dobrescu A. *"Aplicații în analiza dinamică a structurilor și inginerie seismică"*. București, 1973.
3. Ifrim M. *"Dinamica structurilor și inginerie seismică"*. București, 1973.
4. Soare M., Filimon I. *"Ecuații diferențiale cu aplicații în mecanica construcțiilor"*. București, 1983.
5. Soare M. *"Structuri discrete și structuri continue în mecanica construcțiilor"*. București, 1986.