PROBLEME „PREFĂCUTE”...

“Ştiinţa trebuie să fie accesibilă, veselă şi simplă”
***P.L. Capiţa, Premiul Nobel,* 1978**

Mihail CERNEI, Vladimir GHEŢIU*, Victoria MELINTE
*Universitatea de Stat din Tiraspol, *Liceul Teoretic “G. Meniuc”*
mihailcernei@mail.ru

Abstract — **An insignificant change of physical problems conditions can differentiate increase their level of difficulty. The problem becomes attractive for the students.**

Index Terms — **Problems, conditions, transformation, analysis**

I. INTRODUCERE

Deseori în culegerile de probleme de fizică se pot întâlni subiecte, care fiind mai amănunţit analizate, pot fi astfel modificate şi generalizate, încât se transformă în ceva deosebit de atrăgător nu numai pentru elevi, dar şi pentru profesorii de fizică.

II. PROBLEME „PREFĂCUTE”

Vom aduce aici doar câteva din cele mai interesante „prefaceri” ale problemelor. Vedeţi singuri!...

Problema Nr. 1. [2]

Mobilul A se mişcă uniform cu viteza v_2, astfel încât vectorul $\vec{v}_2$ permanent este orientat spre mobilul B, care la rândul său se mişcă rectiliniu şi uniform cu viteza $\vec{v}_1$. În momentul iniţial $\vec{v}_2 \perp \vec{v}_1$, iar distanţa dintre mobile era d. Peste cât timp va avea loc impactul mobilelor?

„Prefacerea” problemei:

„Urechilă” a „ţâşnit” din pădure perpendicular pe marginea ei cu viteza $\vec{v}_1$. „Cumătra vulpe”, care se află la distanţa *d* de la „urechilă” pe linia pădurii, l-a observat şi cu viteza $\vec{v}_2$ s-a „izbit” spre „urechilă”, „ţintindu-l” în tot timpul mişcării. Unde şi când va ospăta „cumătra vulpe”? Ce distanţă va trebui să alerge „cumătra” până va „ospăta”? În ce caz „urechilă” va scăpa de „năpastă”? Faceţi desenul!

Cum Vă place? Una şi aceeaşi problemă – dar formularea! Veţi găsi vre-un elev plictisit?! – credem, că - nu!

Iar vedeţi cum se rezolvă aşa problemă frumoasă (fără integrale. Pentru un elev bun de clasa a X!):

Alegem intervale mici de timp Δt_i, pe parcursul cărora „Cumătra” „ţinteşte” în „Urechilă” (Fig. 1.1) şi vom determina că viteza apropierii vulpii de iepure va fi $v_r = v_2 - v_1 \cos\alpha_i$, adică „Cumătra” se va apropia de „Urechilă” în timpul Δt_i la distanţa

$$\Delta S_i = (v_2 - v_1 \cos\alpha_i)\Delta t_i,$$

deci, până la urmă, vom avea

$$d = \sum_i v_2 \Delta t_i - \sum_i v_1 \cos\alpha_i \Delta t_i,$$

ori

$$d = v_2\tau - v_1 \cdot \sum_i \cos\alpha_i \Delta t_i. \qquad (1.1)$$

Pe de altă parte, „cumătra” se mişcă după „urechilă” cu viteza $v_2 \cos\alpha_i$, deci, în direcţia mişcării iepurelui ea va parcurge în timpul Δt_i distanţa $v_2 \cos\alpha_i \Delta t_i$, adică

$$\sum_i v_2 \cos\alpha_i \Delta t_i = v_1\tau \qquad (1.2)$$

(aici τ - timpul până la „ospăţul „cumătrei”).

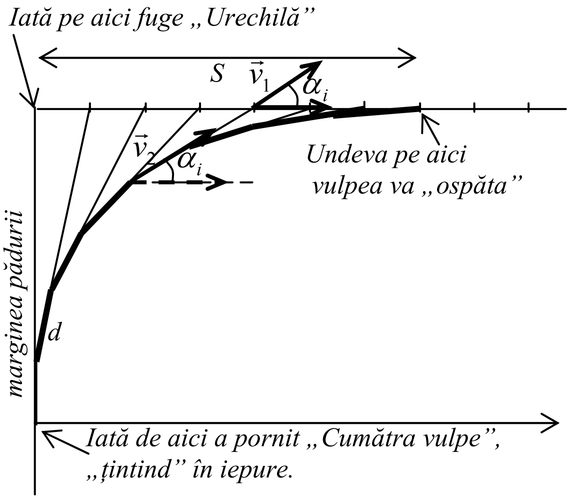


Fig. 1.1

Din (1.1) şi (1.2), obţinem:

$$d = v_2\tau - \frac{v_1^2}{v^2}\tau \quad \Leftrightarrow \quad \tau = \frac{d \cdot v_2}{v_2^2 - v_1^2},$$

$$S = v_1\tau = \frac{d \cdot v_1 \cdot v_2}{v_2^2 - v_1^2}$$

Evident, distanţa l parcursă de „cumătră” până la „ospăţ” va fi $l = v_2\tau = \frac{d}{1-(v_1/v_2)^2}$ (frumos rezultat! Mai relativist!).

E clar, că „cumătra” va „ospăta” numai dacă $v_2 > v_1$, adică „fuge” mai repede ca „urechilă”. (Trebuie de menţionat, că, după cum se demonstrează la canalele TV „National Geografic”, „Discovery” şi „ANIMAL PLANET”, anume pe aşa traiectorii (Fig. 1.1) se mişcă răpitorii după pradă în savanele Africii.)

Problema Nr. 2. [1]

Pe o suprafaţă netedă orizontală se află un corp cu masa $m_1 = 1kg$ legat de un resort uşor (Fig. 2.1). Spre el se deplasează un al doilea corp cu masa $m_2 = 4kg$, având viteza $v_2 = 4m/s$. Ce lucru maxim se va efectua asupra resortului cu constanta de elasticitate egală cu 100 *N/m*? Cu cât se va modifica lungimea resortului?

„Prefacere”...

De găsit dependenţa vitezelor corpurilor de raportul æ$= x/x_m$ (unde x_m este comprimarea maximă a arcului).

Rezolvare:

Conform legii conservării impulsului:

$$m_2 v_2 = m_2 v_2' + m_1 v_1', \quad (2.1)$$

aici v_1' şi v_2' sunt vitezele respective ale corpurilor după impactul corpului cu masa m_2 cu resortul.

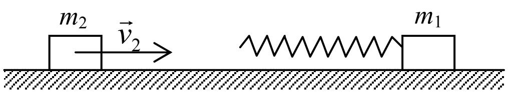


Fig. 2.1

Deoarece o parte din energia cinetică a corpului cu masa m_2 se cheltuie pentru comprimarea resortului şi comunicarea unei energii cinetice corpului cu masa m_1:

$$m_2 v_2^2 = kx^2 + m_2 v_2'^2 + m_1 v_1'^2 \quad (2.2)$$

Din relaţia (2.1) uşor obţinem:

$$v_1' = \frac{m_2\left(v_2 - v_2'\right)}{m_1} \quad (2.3)$$

Înlocuind (2.3) în (2.2), căpătăm o ecuaţie pătrată pentru determinarea vitezei corpului cu masa $m_2 - v_2'$:

$$v_2'^2 m_2\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right) - 2\frac{m_2^2}{m_1}v_2 v_2' + kx^2 + m_2 v_2^2\left(\frac{m_2}{m_1}-1\right) = 0. \quad (2.4)$$

Determinantul ecuaţiei (2.4) va fi:

$$\Delta = 4m_2^2 v_2^2\left(1-\frac{kx^2}{m^* v_2^2}\right), \quad (2.5)$$

unde $m^* = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1+m_2} = 0{,}8kg$ - masa eficace a sistemului.

Pentru ca ecuaţia pătrată (2.4) să aibă soluţii, e necesar ca determinantul ei Δ să fie nenegativ, ori $1-\frac{kx^2}{m^* v_2^2} \ge 0$, adică $x^2 \le \frac{m^* v_2^2}{k}$, prin urmare comprimarea maximă a resortului x_m va fi:

$$x_m = \sqrt{\frac{m^*}{k}}v_2 \cong 35{,}8cm, \quad (2.6)$$

lucrul maxim este respectiv:

$$L_m = \frac{1}{2}k \cdot x_m^2 \cong 6{,}4(J).$$

Folosind expresia (2.6), aducem relaţia (2.5) la forma:

$$\Delta = 4m_2^2 v_2^2\left(1-æ^2\right), \quad (2.7)$$

unde æ$= \frac{x}{x_m}$, şi capătă valori de la 0 până 1 (0≤ æ ≤ 1).

Calculăm vitezele corpurilor v_2' şi v_1' după impactul corpului cu masa m_2 cu resortul, având în vedere că viteza corpului cu masa m_2 se micşorează, iar al corpului cu masa m_1, creşte. Obţinem:

$$v_2' = \frac{m_2 + m_1\sqrt{1-æ^2}}{m_1+m_2}v_2 \quad (2.8)$$

şi

$$v_1' = \frac{m_2\left(1-\sqrt{1-æ^2}\right)}{m_1+m_2}v_2. \quad (2.9)$$

Graficele dependenţei $v_2' = v_2'(æ)$ şi $v_1' = v_1'(æ)$ sunt prezentate în Fig. 2.2.

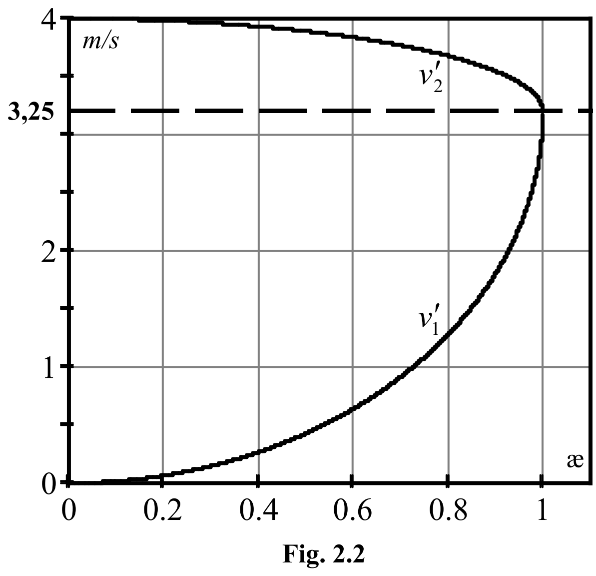


Fig. 2.2

Problema Nr. 3. [3]

Să se demonstreze că dacă două bile metalice identice, încărcate cu sarcini inegale de acelaşi semn, sunt aduse în contact şi apoi îndepărtate la distanţa iniţială, atunci forţa de interacţiune se măreşte neapărat, şi cu atât mai mult, cu cât este mai mare diferenţa dintre mărimea sarcinilor.

Rezolvare:

Când bilele au sarcinile q_1 şi q_2 de acelaşi semn, forţa de respingere coulombiană va fi:

$$F_1 = k\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}.$$

După contactul bilelor identice, aduse la aceeaşi distanţă, forţa de interacţiune va fi

$$F_2 = k\frac{(q_1 + q_2)^2}{4r^2},$$

prin urmare

$$F_1 - F_2 = \frac{k}{r^2}\left(q_1 \cdot q_2 - \frac{(q_1 + q_2)^2}{4}\right) =$$

$$= -\frac{k}{r^2}(q_1 - q_2)^2 \le 0$$

$F_2 \ge F_1$ (egal în cazul $q_1 = q_2$).

„Prefacerea" problemei...

De analizat cazul când sarcinile q_1 şi q_2 sunt de semne diefrite.

Şi să se compare modulele forţelor $|F_1|$ şi $|F_2|$.

Rezolvare:

Fie $q_1 > 0$, iar $q_2 < 0$, atunci modulul forţei de interacţiune până la contactul sarcinilor $|F_1|$ va fi:

$$|F_1| = k\frac{q_1 \cdot |q_2|}{r^2}.$$

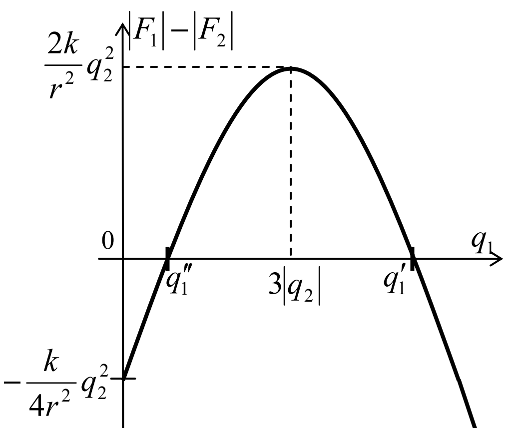


Fig. 3.1

După contactul bilelor, fiecăre din ele va avea sarcina $q' = \frac{q_1 - |q_2|}{2}$, iar forţa de interacţiune a acestor sarcini, aduse la aceeaşi distanţă *r* va fi

$$|F_2| = k\frac{(q_1 - |q_2|)^2}{4r^2}.$$

Deci

$$\left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right| = -\frac{k}{4r^2}\left(q_1^2 - 6q_1 \cdot |q_2| + q_2^2\right).$$

Obţinem o ecuaţie pătrată în raport cu q_1. Vom avea: $\Delta = 32q_2^2 > 0$, iar rădăcini a acestei ecuaţii pătrate vor fi:

$$q_1' = |q_2|\left(3 + 2\sqrt{2}\right) \cong 5{,}83|q_2|,$$

$$q_1'' = |q_2|\left(3 - 2\sqrt{2}\right) \cong 0{,}17|q_2|.$$

$\left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right|$ când $q_1 = 3|q_2|$ va fi $\left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right| = 2\frac{k}{r^2}q_2^2$ şi capătă valoarea maximă.

Când $q_1 = 0$, atunci

$$\left|\vec{F}_1\right| - \left|\vec{F}_2\right| = -\frac{k}{4r^2}q_2^2.$$

Deci, dacă

$$q_1 \in (\left(3 - 2\sqrt{2}\right)|q_2|;\ \left(3 + 2\sqrt{2}\right)|q_2|),$$

atunci $|F_2| < |F_1|$, însă cînd

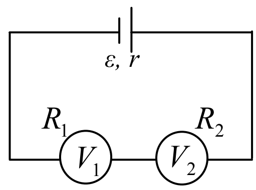
$$q_1 \in \left[0; \left(3 - 2\sqrt{2}\right)|q_2|\right) \cup \left(\left(3 + 2\sqrt{2}\right)|q_2|; \infty\right),$$

$\left|\vec{F}_2\right| > \left|\vec{F}_1\right|$. (Fig. 3.1)

Problema 4. [3]

O sursă de curent are rezistenţa interioară comparabilă cu cea a două voltmetre. Primul voltmetru, conectat la bornele sursei, a indicat 10*V*. Al doilea voltmetru, conectat în locul primului a indicat 15*V*. Când, însă, ambele voltmetre au fost legate în serie şi unite la sursa de curent, atunci primul voltmetru indica 4*V*, iar al doilea – 12*V*. Să se afle TEM a sursei.

$U_1 = 10\text{V}$ $\quad U_1' = 4\text{V}$
$U_2 = 15\text{V}$ $\quad U_2' = 12\text{V}$
$U_3 = 16\text{V}$



Rezolvare:

La legarea în serie a voltmetrelor cu rezistenţele respectiv R_1 şi R_2,

$$U_1'/U_2' = R_1/R_2 = 1/3. \qquad (4.1)$$

Când se uneşte fiecare voltmetru în parte la sursa de curent, vom avea, conform legii Ohm pentru un circuit închis:

$$U_1 = \varepsilon R_1/(R_1 + r) \quad \text{şi} \quad U_2 = \varepsilon R_2/(R_2 + r)$$

Or, cu ajutorul (4.1)

$$U_1 = \varepsilon R_1/(R_1 + r) \quad \text{şi} \quad U_2 = 3\varepsilon R_1/(3R_1 + r).$$

Adică

$U_2/U_1 = 3(R_1+r)/(3R_1+r) = 3/2 \Leftrightarrow R_1/r = 1$

Deci

$\varepsilon = U_1(r+R_1)/R_1 = U_1 \cdot 2R_1/R_1 = 2U_1 = 20(V)$

R. $\varepsilon = 20V$

„Prefacerea" problemei:

Un elev „căscat" a uitat cât e U_1' şi U_2', ţinând minte doar că suma $U_1' + U_2'$ era 16V. Ajutaţi-l pe „micuţ" să găsească TEM şi, mai mult ca atât, să afle rezistenţa interioară a sursei *r* şi a celui de al doilea voltmetru R_2, dacă rezistenţa primului voltmetru $R_1 = 100\Omega$.

Rezolvare:

Fie $U_1' + U_2' = U_3$,

atunci

$$U_3 = I(R_1+R_2) = \frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{r+R_1+R_2}.$$

Am obţinut sistemul:

$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{\varepsilon R_1}{r+R_1} \\ U_2 = \dfrac{\varepsilon R_2}{r+R_2} \\ U_3 = \dfrac{\varepsilon(R_1+R_2)}{r+R_1+R_2} \end{cases} \tag{4.2}$$

Din sistemul de ecuaţii (4.2), căpătăm:

$$\begin{cases} U_1 = \dfrac{\varepsilon}{1+x} \\ U_2 = \dfrac{\varepsilon}{1+y} \\ U_3 = \dfrac{\varepsilon}{1+\dfrac{xy}{x+y}} \end{cases}$$

unde am notat: $x = \dfrac{r}{R_1}$; $y = \dfrac{r}{R_2}$

şi obţinem:

$$x = \frac{\varepsilon}{U_1} - 1; \quad y = \frac{\varepsilon}{U_2} - 1 \quad \text{şi} \quad U_3 = \frac{\varepsilon}{1+\dfrac{xy}{x+y}}.$$

Însă $$1+\frac{xy}{x+y} = 1 + \frac{\left(\dfrac{\varepsilon}{U_1}-1\right)\left(\dfrac{\varepsilon}{U_2}-1\right)}{\dfrac{\varepsilon}{U_1}+\dfrac{\varepsilon}{U_2}-2} =$$

$$= \frac{\varepsilon^2 - U_1U_2}{\varepsilon(U_1+U_2) - 2U_1U_2}.$$

Adică

$$U_3 = \frac{\varepsilon^2(U_1+U_2) - 2\varepsilon U_1U_2}{\varepsilon^2 - U_1U_2} \Leftrightarrow$$

$$\varepsilon^2(U_1+U_2-U_3) - 2\varepsilon U_1U_2 + U_1U_2U_3 = 0.$$

Numeric

$3\cdot\varepsilon^2 - 100\cdot\varepsilon + 800 = 0$, de unde $\varepsilon_1 = 20(V)$ şi $\varepsilon_2 = \dfrac{40}{3} < 16$ (n-are sens fizic)

Prin urmare: $x = \dfrac{r}{R_1} = 1$ şi $y = \dfrac{r}{R_2} = \dfrac{1}{3}$,

deci $r = R_1 = 100(\Omega)$,

iar $R_2 = 3R_1 = 300(\Omega)$.

Răspuns:

$\varepsilon = 20V; \quad r = R_1 = 100\Omega; \quad R_2 = 3r = 300\Omega.$

(Of, am ajutat „micuţul căscat"!)

III. CONCLUZII

Reformularea condiţiilor („prefacerea") problemei este o metodă eficace de sporire a curiozităţii elevilor faţă de fizică, de creare şi rezolvare a situaţiilor nestandarde.

Rezolvarea problemelor „prefăcute" necesită aplicarea unui aparat matematic mai avansat, ceea ce ţine de abordarea interdisciplinară a acestor două obiecte de studiu. Astfel elevii capătă abilităţi de a recurge la concepte fizice şi matematice ce pot fi aplicate în situaţii cotidiene sau la rezolvarea unor probleme practice.

Aceste procedee au drept scop formarea unor personalităţi moderne, cu gandire analitică, sistemică, cu capacităţi de înţelegere profundă şi aptitudini de modelare a fenomenelor şi proceselor din jur.

Mai mult ca atât, această metodă e utilă şi interesantă pentru profesorii de fizică, provoacă discuţii aprinse şi constructive intre ei, ceea ce autorii au constatat la cursurile de reciclare şi perfecţionare pe lângă Universitatea de Stat din Tiraspol (cu sediul la Chişinău).

REFERINŢE

1. Mihai Marinciuc, Spiridon Rusu, Ion Scutelnic, Vladimir Gheţu, Anatolie Homenco, Mircea Miglei. Fizica, culegere de probleme clasele 10-12. Lyceum, Chişinău, 2008.
2. И.Е. Иродов. Задачи по общей физике. М., 1979.
3. A.P. Rîmkievici. Culegere de probleme de fizică. Lumina, Chişinău, 1992.
4. Mihai Marinciuc. Examene de bacalaureat. Subiecte rezolvate şi comentate. INTERGRITAS, Chişinău, 2008.
5. Traian I. Creţu, Livia M. Dinică. Probleme şi... greşeli de fizică. Editura tehnică, Bucureşti, 1992.