

# Complementaritatea funcțiilor logice

Ion COJOCARU, Luca ȘERBANAȚI, Bujor PĂVĂLOIU, Alexandru RADOVICI, Andrei VASILOȚEANU

Universitatea POLITEHNICA București, Spl. Independenței 313, RO 77206, București  
[i\\_coj@yahoo.fr](mailto:i_coj@yahoo.fr)

*Abstract* - For more than 20 years Design for Testability (DFT) is in a big impasse: the solutions proposed do not represent general methods, well argued and formalized – they rather present cases of specific structures or particular design methods. The results obtained are far away from those expected to be achieved when the problem of design for testability raised in the 60's of the 20<sup>th</sup> century. This reality demonstrates the need to elaborate a new DFT paradigm, based on original concepts and non-standard approaches. The work-paper presents a study on complementarity properties of logical functions couples, representing the base of a new DFT paradigm elaboration. At the same time, the paper establishes the relationship between complementarity, equivalence and duality of the logical functions.

**Key words:** Design For Testability, complementarity, logical function, algebra of logic.

## I. INTRODUCERE

Cerințele creșterii permanente a funcționalității îi obligau pe producători să sporească complexitatea circuitelor digitale (CD), ceea ce îngreuna întregul șir de procese, începând cu procesul de proiectare și procesul tehnologic, și terminând cu procesul de verificare și, în caz de necesitate, diagnosticare a defectelor apărute. Complexitatea structurilor digitale adesea conducea la imposibilitatea detectării unor erori de funcționare, ceea ce putea avea urmări grave. În multe cazuri structura circuitului proiectat nu era adecvată concepțiilor de generare a testelor și, ca urmare, testele de depistare a anumitor erori nu puteau fi obținute. Deoarece această situație conducea la pierderi materiale enorme, iar uneori și la pierderi de vieți umane, ea nu putea fi tolerată de marii producători și utilizatori de circuite integrate (CI). Ca urmare, la mijlocul anilor 60 ai secolului XX, producătorii, împreună cu savanții, au trasat două posibile căi de soluționare a acestei probleme majore:

- 1) elaborarea unor metode și *algoritmi eficienți* de generare a testelor de verificare a circuitelor combinate (CC);
- 2) elaborarea principiilor și regulilor de sinteză (proiectare) a unor CC, pentru care testele pot fi ușor generate, adică soluționarea problemei de *proiectare pentru testabilitate (PPT)*.

Prima problemă a fost soluționată în anul 1967 de Roth și echipa sa [1], care a elaborat DALG-II – un algoritm de generare a testelor, ce permitea generarea testului unei erori în toate cazurile când acesta exista. Totuși, pentru CC cu fan-out cu parități opuse ale semnalelor porții de convergență sau cu redundanță logică nici DALG-II nu poate genera testele, aceasta fiind o consecință a imperfecțiunii structurii CC verificat și nu a ineficienței algoritmului DALG-II.

Ca urmare, s-au pus mari speranțe în cea de a doua direcție de cercetare – PPT.

Principalele obiective ale soluționării problemei PPT au fost enunțate în însăși proprietățile dezirabile ale acestor structuri:

- 1) generare simplă și rapidă a testelor de verificare sau reducerea acestora la teste universale sau standard;
- 2) plenitudinea seturilor de teste;

- 3) număr minim de teste;
- 4) posibilitatea localizării defecțiunilor deja în cadrul ajustării procesului tehnologic de fabricare a CI;
- 5) absența "paznicilor" care trebuie controlați.
- 6) metode simple și flexibile de trecere din modul de funcționare normală în modul de testare și invers.

Au fost obținute unele soluții specifice unor metode de soluționare, tipuri anumite de structuri logice sau tehnologii de fabricare a CI.

În cazul general, obiectivele enumerate nici pe de parte nu au fost atinse: deși se lucrează foarte intens, rezultatele scontate nu au fost obținute, problema fiind una foarte complexă, necesitând abordări ne standard de multe ori în domeniul limită de interacțiune a fenomenelor studiate.

Materialele conferințelor și simpozioanelor internaționale în domeniul proiectării pentru testabilitate, dar și lista celor mai valoroase publicații ale acestora sunt o dovadă în plus, că o soluție adecvată, care să răspundă cerințelor actuale de proiectare pentru testabilitate (PPT) și performanțelor tehnologiilor moderne de fabricare a circuitelor integrate, continuă să fie căutată chiar dacă în literatura de specialitate apar frecvent structuri digitale redundante sau proiectate ad-hoc.

Lucrarea prezintă unele rezultate ale studiului proprietăților cuplurilor de funcții logice (FL) din algebra logicii (AL) reprezentate în logica pozitivă (LP).

Noțiunile de bază sunt expuse în [7].

## 2. NOȚIUNI ȘI DEFINIȚII DE BAZĂ

*Valoare logică dominantă* (de blocare) a semnalului de intrare a unei PL cu cel puțin 2 intrări de tipul ȘI, ȘI-NU, SAU, SAU-NU se numește acea valoare logică a semnalului, care fiind aplicată la o singură intrare determină în mod univoc valoarea semnalului la ieșirea PL. De exemplu, semnalul "0" are valoare dominantă pentru porțile ȘI, ȘI-NU, semnalul "1" - pentru porțile SAU, SAU-NU.

*Valoarea logică* a semnalului de ieșire care este opusă tuturor celorlalte valori ale semnalelor de ieșire a PL se numește *valoare logică extraordinară a semnalului de ieșire*.

Setul valorilor logice ale semnalelor de intrare cărui i-i corespunde valoarea logică extraordinară a semnalului de ieşire se numeşte *set extraordinar (omogen)*.

*Valoare logică extraordinară* a semnalului de intrare a unei PL se numeşte valoare logică opusă valorii logice dominante a semnalului de intrare. Pentru porţile ŞI, ŞI-NU este extraordinară valoare logică "1", iar pentru porţile logice SAU, SAU-NU – "0".

Setul semnalelor intrărilor, cărui îi corespunde unica valoare logică opusă tuturor semnalelor la ieşirea porţii, se numeşte set extraordinar. Semnificaţia setului extraordinar constă în capacitatea detectării cu un singur vector-stimul a tuturor erorilor  $\equiv 0$  sau  $\equiv 1$  la intrările respective ale porţii.

### 2.1. FL complementare, echivalente sau duale

În afară de relaţiile dintre argumente şi FL există şi relaţii speciale între anumite tipuri de FL cu acelaşi număr de argumente. Analizând tabelele de adevăr a FL cu acelaşi număr de variabile ajungem la concluzia că pentru unele FL tabelele de adevăr coincid. Vom numi asemenea FL *echivalente*. De exemplu, echivalente sunt perechile de FL ŞI / NU-SAU-NU, SAU / NU-ŞI-NU, NU-ŞI / SAU-NU, NU-SAU / ŞI-NU. Semnificaţia FL echivalente constă în faptul că la înlocuirea unei porţi cu altă poartă echivalentă funcţia circuitului rezultat nu se schimbă.

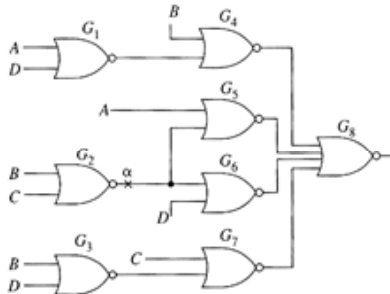
Două FL cu acelaşi număr de intrări se numesc *duale*, dacă pentru orice set al valorilor argumentelor valorile logice ale FL sunt reciproc opuse. De exemplu, sunt duale perechile de FL ŞI / NU-SAU, SAU / NU-ŞI, ŞI-NU / NU-SAU-NU, SAU-NU / NU-SI-NU.

Setul, valorile semnalelor cărui coincid, se numeşte omogen. De exemplu, omogene sunt seturile semnalelor binare 00, 11, neomogene – 01, 10.

Două FL cu acelaşi număr de variabile se numesc *complementare*, dacă la aplicarea oricărui set neomogen al variabilelor de intrare FL au valori opuse. De exemplu, cuplurile de FL ŞI/SAU, ŞI-NU/SAU-NU, NU-ŞI/NU-SAU, NU-ŞI-NU/NU-SAU-NU.

### 3. RAVAGIILE PROIECTĂRII AD-HOC

Redundanţa CC al contraexemplului Schneider [2] într-un anumit mod poate fi înţeleasă: Hayes a introdus



noţiunea de redundanţă logică [3] peste 10 ani după apariţia DALG-II.

Cu regret, şi actualmente continuă să apară lucrări în care anumite lucruri, importante pentru crearea şi dezvoltarea teoriei testării şi, în particular, pentru proiectarea pentru testabilitate, sunt demonstrate în baza CC redundante sau proiectate ad-hoc. Fără voia autorilor

sau premeditat, aceste lucrări aduc daune imense ştiinţei, frânează dezvoltarea acesteia sau o aruncă cu mulţi ani înapoi. De exemplu, fig. 1 reprezintă un CC, luat din [4] şi utilizat în [5] - fig. 2.5, pag. 20, pentru demonstrarea eficienţei DALG-II la activarea simultană a căilor prin CC.

Metodologia detectării redundanţei unui CC este următoarea.

Utilizând metoda analitică de analiză a CC din fig. 1 obţinem:

$$\begin{aligned} & \overline{a \vee d \vee b \vee a \vee b \vee c \vee b \vee c \vee d \vee c \vee b \vee d} = \\ & = (\overline{a \cdot d \vee b}) \cdot (\overline{a \vee b \cdot c}) \cdot (\overline{b \cdot c \vee d}) \cdot (\overline{c \vee b \cdot d}) = \\ & = (\overline{a \cdot d} \cdot a \vee \overline{a \cdot d} \cdot b \cdot c \vee a \cdot b \vee b \cdot b \cdot c) \cdot \\ & \cdot (\overline{b \cdot c} \cdot c \vee \overline{b \cdot c} \cdot b \cdot d \vee d \cdot c \vee d \cdot b \cdot d) = \\ & = (\overline{a \cdot d} \cdot \overline{b \cdot c} \vee a \cdot b) \cdot (\overline{b \cdot c} \cdot \overline{d} \vee cd) = \\ & = \overline{a \cdot b \cdot c \cdot d} \vee a \cdot b \cdot c \cdot d \end{aligned} \quad (1)$$

Expresia logică (1) coincide cu rezultatul din [2].

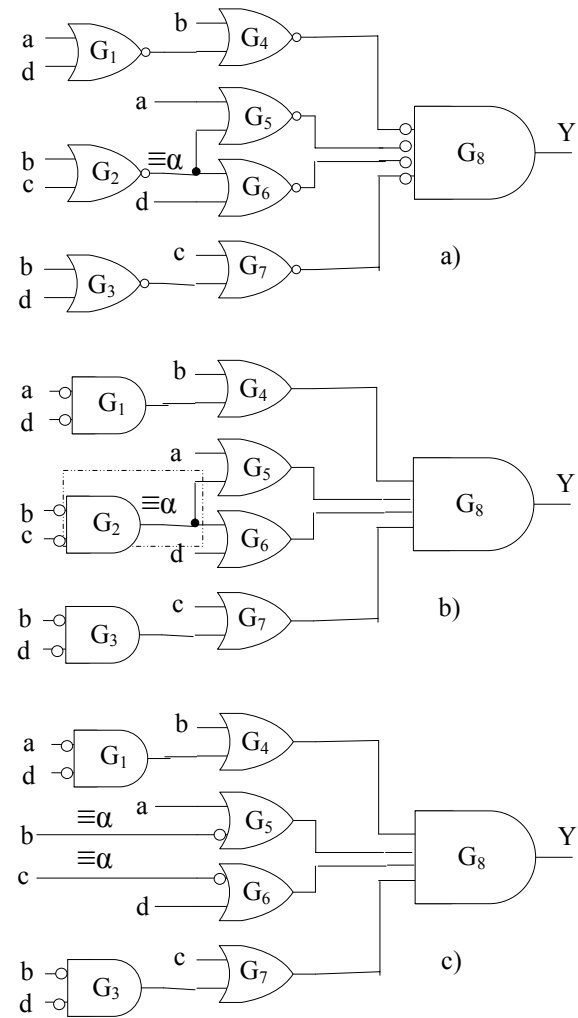


Fig. 2. Analiza de redundanţă a CC din fig. 1

Să fie oare aceasta fantoma circuitului contraexemplului Schneider? Deocamdată nu se poate afirma acest lucru: este necesară studiarea a însăşi structurii circuitului din fig. 1, detectarea posibilei redundanţe logice şi, eventual, excluderea acesteia, obţinerea descrierii analitice a CC restant şi compararea acestei descrieri analitice cu expresia logică (1). Coincidenţa expresiilor logice

respective va semnifica redundanța CC din fig. 1, iar ne coincidența va semnifica doar că partea eliminată nu este redundantă, dar nu și iredundanța CC inițial: este necesară studierea tuturor factorilor potențiali ale unei posibile redundanțe.

Rezultatele studiului structural în vederea modificării echivalente a structurii CC din fig. 1 sunt prezentate în figurile 2,a-2,c. Figura 2,a este obținută din fig.1 prin înlocuirea PL  $G_8$  – SAU-NU cu PL echivalentă NU-ȘI. Ca urmare, pe conexiunile de intrare ale PL  $G_8$  – de tipul NU-ȘI vor apare câte 2 inversoare (fig. 2,a). În virtutea legii involuției (dublei negații) eliminăm aceste inversoare, aceasta ne influențând în vre-un fel funcționalitatea CC (2,b). Totodată, înlocuim PL SAU-NU din fig. 2,a cu PL echivalente ȘI-NU (fig. 2,b). Ca rezultat obținem CC echivalent din fig. 2,b. Presupunem, la fel ca și în cazul CC al contraexemplului Schneider [6], că PL  $G_2$  de tipul ȘI (fără inversoare pe intrările primare) – încadrată într-un dreptunghi cu laturi punctate - este redundantă. Excludem din fig. 2,b poarta  $G_2$  de tipul ȘI, păstrând inversoarele intacte pe conexiunile de intrare a acesteia și prelungind aceste conexiuni până la intrările respective ale PL  $G_5$  și  $G_6$ . În cazul, în care CC rezultat din fig. 2,c va fi echivalent CC inițial (din fig.1), vom avea dovada redundanței CC din fig. 1. Analiza structurală nu permite în mod direct să demonstrăm redundanța: este necesară utilizarea metodei analitice.

Obținem descrierea analitică a structurii logice, rămasă după eliminarea PL ȘI din fig. 2,b, adică a CC din fig. 2,c.

$$\begin{aligned} Y &= (b \vee \bar{a} \cdot \bar{d}) \cdot (a \vee \bar{b}) \cdot (\bar{c} \vee d) \cdot (c \vee \bar{b} \cdot \bar{d}) = \\ &= (a \cdot b \vee b \cdot \bar{b} \vee \bar{a} \cdot \bar{d} \cdot a \vee \bar{a} \cdot \bar{d} \cdot \bar{b}) \cdot \\ &\cdot (\bar{c} \cdot c \vee \bar{c} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d} \vee c \cdot d \vee d \cdot \bar{b} \cdot \bar{d}) = \\ &= (a \cdot b \vee \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{d}) \cdot (\bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \vee c \cdot d) = \\ &= a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \vee a \cdot b \cdot c \cdot d \vee \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \vee \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d = \\ &= a \cdot b \cdot c \cdot d \vee \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \quad , \quad (2) \end{aligned}$$

Expresia logică (2), obținută după eliminarea PL  $G_2$ , coincide cu expresia logică (1) a CC inițial din fig. 1. Rezultă, că CC din fig. 1 este redundant și că ipotezele și teoriile legate de testare și proiectarea pentru testare trebuie făcute în mod strict în baza unor structuri logice supuse minimizării și sintezei în conformitate cu metodele existente bine formalizate.

Este important nu atât faptul redundanței acestui circuit-fantomă [2] și apariției acestuia în formă originală sau modificată, ci faptul că în miile de lucrări, care se referă la acest circuit, nimeni nu a încercat să obțină testul pentru eroarea opusă, adică  $\alpha \equiv 1$ , prin metoda DALG-I și, respectiv, DALG-II. Oare de ce ?

Există zeci și sute de cazuri de utilizare a structurilor digitale obținute ad-hoc, în baza cărora au fost demonstrate anumite ipoteze și teorii ale testării. Dar este oare corect ca obiectul de studiu să fie unul cu probleme ? Oare nu cumva și rezultatele studiului unui asemenea obiect vor fi cu probleme?

Proiectarea ad-hoc este o cale greșită, care nu poate decât să dăuneze științei și să conducă «ne încotro» (nicăieri) rezultatele unui studiu. Mai mult, asemenea practici pot stopa sau chiar întoarce înapoi pentru mulți ani dezvoltarea științei.

#### 4. ANALIZA COMPLEMENTARITĂȚII FL

##### 4.1. Semnificația noțiunii de complementar și complementaritate

*Complementaritatea* este o proprietate caracteristică anumitor procese, legi, noțiuni, structuri și a. m. d., care are doi poli, într-un anumit mod, opozabili (contradictorii, duali, opuși, complementari).

În cazul general, cuvântul *complementaritate* face referință la noțiunea de două proprietăți – directă și inversă. Pentru a înțelege mai bine semnificația acestei noțiuni vom utiliza noțiunile din [7] și ne vom referi la câteva dicționare explicative.

(– DEX al limbii române, pag. 203):

- Complement – ceea ce se adaugă la ceva spre a-l întregi; complinire;
  - Complementar - care complinește, care completează;
  - Complementaritate – însușirea de a prezenta un caracter complementar, de a fi alcătuit din părți complementare.
- (DEX Francez):

În matematică *complementaritatea* este o noțiune care are numeroase semnificații.

- ("I Ching" – „Cartea schimbărilor”, filosofia chineză antică: mileniu I î. e. n.). Filozofia antică chineză este bazată pe două principii antagoniste-complementare – Yin și Yang, luate în diferite proporții. Se consideră că însăși ordinea și echilibrul Universului sunt menținute de echilibrul dintre aceste două principii antagonist-complementare. Alternanța dintre acestea sau interacțiunea lor au ca rezultat, în conceptul filozofiei antice chineze, transformările continue ale Universului și ale vieții

Din aceste definiții rezultă că noțiunea de complementaritate nu are o definiție strictă: aceasta poate fi definită în mod direct cu raport la toți vectorii argumentelor FL (complementaritate totală) sau doar la vectorii cu anumite proprietăți (*complementaritate parțială*). În continuare termenul de complementaritate va fi utilizat cu înțelesul de *complementaritate parțială*.

##### 4.2. Complementaritatea în algebra logicii

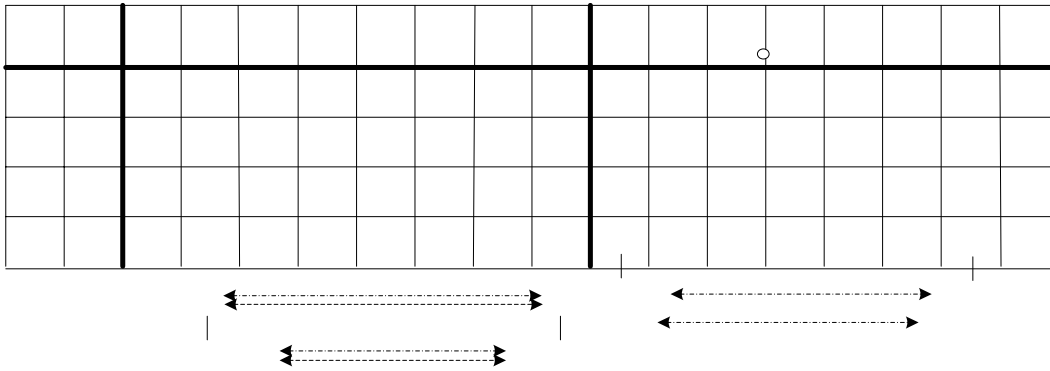
Studiul de stabilire a complementarității (C) FL este deosebit de important, fiindcă complementaritatea permite depistarea unor cupluri de FL cu proprietăți deosebite, pe care nu le are fiecare FL aparte a cuplului. De obicei, C are suport doar în același domeniu de definiție al argumentelor, adică sau în LP sau în logica negativă (LN). De aceea vom studia această proprietate a cuplurilor de FL doar în cazul general, care este reprezentat de AL și LP (tab. 1).

FL  $f_1(x_1, \dots, x_n)$  este complementară FL  $f_2(x_1, \dots, x_n)$ , dacă

$$f_2(x_1, \dots, x_n) = \overline{f_1(x_1, \dots, x_n)} \quad , \quad (3)$$

Dacă notăm prin  $\equiv$  ( $\neq \neq \neq$ ) relația este complementar, echivalent, dual (nu este complementar, echivalent, dual), atunci relațiile de complementaritate între diverse FL ale AL pot fi prezentate în felul următor:

$$\begin{aligned} f_1 \cdot f_2 &= (f_1 \vee f_2) \\ \overline{f_1 \cdot f_2} &= \overline{(f_1 \vee f_2)} \end{aligned}$$



		X1	X2	f <sub>0</sub>	f <sub>1</sub>	f <sub>2</sub>
	$a \cdot b = a \vee b$	$\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b}$	$\bar{a} \cdot b = \bar{a} \vee b$	$a \cdot \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b}$	0	0
	$a \cdot b = \bar{a} \vee \bar{b}$	$\bar{a} \cdot \bar{b} = a \vee b$	$\bar{a} \cdot b = \bar{a} \vee b$	$a \cdot \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b}$	0	0
	$a \cdot b = \overline{\bar{a} \vee \bar{b}}$	$\bar{a} \cdot \bar{b} = a \vee b$	$\bar{a} \cdot b = \bar{a} \vee b$	$a \cdot \bar{b} = \bar{a} \vee \bar{b}$	0	0

$$\overline{f_1 \vee f_2} = \bar{f}_1 \cdot \bar{f}_2$$

$$\overline{\bar{f}_1 \vee \bar{f}_2} = f_1 \cdot f_2$$

Anumite proprietăți ale cuplurilor de FL pot fi comparate doar în cazul când acestea au același domeniu de definiție al variabilelor. Din tabela 1 se poate observa că două FL cu același număr de argumente sunt complementare, dacă acestea au valori opuse la aplicarea oricărui set neomogen al argumentelor. Astfel sunt complementare FL ȘI / SAU, ȘI-NU / SAU-NU, NU-ȘI / NU-SAU, NU-ȘI-NU / NU-SAU-NU (vezi în tab. 1 relațiile cu linie punctată).

AB este bazată pe utilizarea doar a operațiilor logice ȘI, SAU, NU. Ca urmare, în AB cuplul de FL cu caracter complementar este compus din ȘI ori SAU (vezi în tab. 1 relația cu linie întreruptă).

#### 4.3. Relații de complementaritate, dualitate și echivalență

Între proprietățile de complementaritate (C), dualitate (D) și echivalență (E) ale cuplurilor de FL există anumite relații logice (tabela 2). Astfel, pentru a trece la dualitate de la complementaritate este suficient să efectuăm „dualizarea” FL din partea dreaptă a expresiei respective. În mod similar, pentru a trece de la dualitate la complementaritate este suficient să efectuăm „dualizarea” FL din partea dreaptă a expresiei respective. Pentru a trece de la dualitate la echivalență și viceversa este suficient „complementarizăm” una din FL ale cuoulului.

1 Rezultatele obținute permit crearea unor cupluri de porți cu proprietăți moștenite de la ambele porți, ceea ce conduce la un nou concept de proiectare pentru testabilitate.

#### 4. REFERINȚE

[1]. Roth J. P., Bouricius W. G., Schneider P. R. Programmed Algorithms to Compute Tests to Detect and Distinguish Between Failures in Logic Circuits. - IEEE Trans. On Electronic Computers, vol. EC-16, No. 5, p. 567-579, 1967.

[2]. Schneider P. R. On the Necessity to Examine D-Chains in Diagnostic Test Generation – An Example, IBM Journal of Research and Development, vol. 11, No.1, p. 114-115, 1967.

[3]. J. P. Hayes. On the Properties of Irredundant Logic Networks. *IEEE Transactions on Computers*, C-25(9), pag. 884-892, Sept. 1976.

[4] McCluskey, E. J. and S. B. Nesbet, “Design for autonomous test,” *IEEE Trans. Circuits Syst.*, 10709 (November 1981).

[5]. Parag K. Lala. An Introduction to Logic Circuit Testing, 2009. ISBN: 9781598293517 ebo.

[6]. Ion Cojocaru. Studiu analitic al redundanței CD al contraexemplului Schneider. – În curs de apariție.

[7]. Ion Cojocaru și a. Principiul dualității în algebra logică. În curs de apariție.

Tipul de  
relație între  
FL ale

Tabela 2. C  
Funcții