

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

Cu titlu de manuscris

C. Z. U: 004.421:681.51:004.94(043)

MORARU DUMITRU

**METODE ȘI ALGORITMI DE ACORDARE A
REGULATOARELOR LA MODELE DE PROCESE
CU AVANS-ÎNTÂRZIERE**

122.03 – MODELARE, METODE MATEMATICE, PRODUSE PROGRAM

TEZĂ DE DOCTOR ÎN INFORMATICĂ

Conducător științific:

**IZVOREANU Bartolomeu,
dr., conf. univ.**

Autor:

**MORARU Dumitru,
inginer, magistru**

CHIȘINĂU, 2024

© MORARU Dumitru, 2024

CUPRINS

ADNOTARE	8
ABSTRACT	9
АННОТАЦИЯ	10
INTRODUCERE	11
1 METODE DE SINTEZĂ A SISTEMELOR AUTOMATE	17
1.1 Procese industriale și tehnologice ca modele de obiecte de reglare	17
1.2 Schema structurală a sistemului automat	22
1.3 Performanțele sistemelor automate.....	24
1.4 Algoritmi și structuri de conducere automată.....	26
1.4.1 Algoritmul proporțional <i>P</i>	27
1.4.2 Algoritmul proporțional-derivativ <i>PD</i>	27
1.4.3 Algoritmul proporțional-integrativ <i>PI</i>	28
1.4.4 Algoritmul proporțional-integro-derivativ <i>PID</i>	29
1.5 Metode de sinteză a regulatorului automat	29
1.5.1 Metoda Ziegler-Nichols.....	29
1.5.2 Metoda amplitudinii optimale.....	30
1.5.3 Metoda Coon	31
1.5.4 Metoda criteriilor integrale	32
1.5.5 Sinteza optimală a reguletoarelor după criteriul gradului maximal de stabilitate..	33
1.6 Formularea problemei și direcțiile de cercetare.....	36
1.7 Concluzii la capitolul 1	37
2 SINTEZA ALGORITMILOR DE CONDUCERE PENTRU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE CU FAZĂ MINIMĂ ȘI ASTATISM ÎN BAZA METODEI GRADULUI MAXIMAL	38
2.1 Algoritmul metodei gradului maximal de stabilitate	38
2.2 Acordarea algoritmilor PI, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu.....	40
2.3 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi.....	41
2.3.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul <i>P</i>	41
2.3.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul <i>PI</i>	42
2.3.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul <i>PD</i>	43
2.3.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul <i>PID</i>	43

2.4	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei.....	44
2.4.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	45
2.4.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	45
2.4.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	46
2.4.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	46
2.5	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru.....	48
2.5.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	48
2.5.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	49
2.5.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	49
2.5.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	50
2.6	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu și astatism	51
2.6.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	52
2.6.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	52
2.6.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	53
2.6.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	53
2.7	Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi și astatism	54
2.7.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	55
2.7.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	55
2.7.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	56
2.7.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	56
2.8	Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu anticipare-întârziere de ordinul trei și astatism	58
2.8.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	58
2.8.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	59
2.8.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	59
2.8.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	60
2.9	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru cu astatism.....	61
2.9.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	62
2.9.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	62
2.9.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	63

2.9.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	63
2.10	Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul cinci cu astatism.....	65
2.10.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	65
2.10.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	66
2.10.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	67
2.10.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	67
2.11	Concluzii la capitolul 2	69
3	SINTEZA ALGORITMILOR DE CONDUCERE PENTRU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE CU FAZĂ MINIMĂ, ASTATISM ȘI TIMP MORT ÎN BAZA METODEI GRADULUI MAXIMAL	70
3.1	Algoritmul metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații	70
3.2	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu și timp mort	72
3.2.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	72
3.2.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	73
3.2.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	73
3.2.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	74
3.3	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi și timp mort	76
3.3.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	76
3.3.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	76
3.3.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	77
3.3.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	78
3.4	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei și timp mort	80
3.4.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	80
3.4.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	81
3.4.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	82
3.4.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	83
3.5	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru și timp mort	85
3.5.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	85
3.5.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	85
3.5.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	86

3.5.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	87
3.6	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, astatism și timp mort	90
3.6.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	90
3.6.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	90
3.6.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	91
3.6.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	92
3.7	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi, astatism și timp mort	93
3.7.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	93
3.7.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	94
3.7.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	95
3.7.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	96
3.8	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei, astatism și timp mort	97
3.8.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	97
3.8.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	98
3.8.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	99
3.8.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	100
3.9	Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort de ordinul patru.....	101
3.9.1	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P</i>	102
3.9.2	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI</i>	102
3.9.3	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD</i>	103
3.9.4	<i>Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID</i>	104
3.10	Concluzii la capitolul 3.....	106
4	ASPECTE PRACTICE DE SINTEZĂ A ALGORITMILOR DE CONDUCERE CU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE, ASTATISM ȘI TIMP MORT	107
4.1	Analiza metodelor de acordare a regulatorului la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul doi cu astatism	107
4.2	Sinteza algoritmului de reglare la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul trei cu oscilații	114
4.3	Sinteza algoritmului de reglare pentru proces termic în cuptor.....	118
4.3.1	<i>Identificarea modelului matematic a emulatorului cuptorului ЭИ10</i>	119

4.3.2 Acordarea regulatorului la modelul emulatorului cuptorului după metoda gradului maximal de stabilitate	121
4.3.3 Acordarea regulatorului la modelul emulatorului cuptorului după metoda Ziegler-Nichols.....	126
4.3.4 Verificarea la standul de laborator a rezultatelor obținute	128
4.4 Sinteza algoritmului de reglare al regimului termic în extruderul imprimantei 3D	131
4.5 Concluzii la capitolul 4	134
CONCLUZII GENERALE	136
RECOMANDĂRI	136
BIBLIOGRAFIE	138
ANEXE	149
Anexa 1. Analiza robusteții la variația parametrilor obiectului de reglare	149
Anexa 2. Codul sursă a programului <i>GMS-Calcul-DM</i>	149
Anexa 3. Certificate și dovezi de implementare	165
DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII	166
CURRICULUM VITAE	167

ADNOTARE

la teza „Metode și algoritmi de acordare a reguletoarelor la modele de procese cu avans-întârziere” prezentată de către MORARU Dumitru pentru conferirea titlului științific de doctor în informatică, Chișinău, 2023

Structura tezei: introducere, 4 capitole, concluzii, bibliografie – 123 titluri, 3 anexe, 120 de pagini text de bază, inclusiv 59 figuri și 15 tabele. Rezultatele sunt publicate în 8 lucrări.

Cuvinte-cheie: model de obiect de reglare cu avans-întârziere, funcție de transfer, regulator PID, parametri de acord, sistem automat, metode de acordare, acordarea regulatorului, răspunsul sistemului, performanțele, robustețea sistemului.

Domeniul de studiu: aspecte teoretice și practice ale sintezei algoritmilor de conducere cu procese complexe, approximate cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, evaluarea performanțelor și robusteții sistemului automat și produs program.

Scopul tezei: cercetarea și elaborarea algoritmilor de conducere în sisteme de conducere automată cu modele matematice de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort cu performanțe și robustețe ridicate.

Obiective: analiza particularităților principiului de conducere în sistemele de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort și analiza metodelor existente de acordare a reguletoarelor tipizate în cadrul acestor structuri; sinteza unor noi metode de acordare a reguletoarelor tipizate destinate asigurării performanțelor și robusteții ridicate ale sistemului automat sub influența semnalelor exogene; crearea și realizarea algoritmilor de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în baza metodei gradului de stabilitate; sinteza algoritmului iterativ de acordare a parametrilor reguletoarelor tipizate, care să asigure performanțele și robustețea sistemului automat; verificarea și validarea algoritmilor elaborați de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în pachetul de programe MATLAB; crearea instrumentarului destinat implementării metodei gradului maximal de stabilitate în forma grafo-analitică cu iterații pentru acordarea reguletoarelor tipizate cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în sisteme de reglare convenționale prin crearea pachetului de programe respectiv.

Noutatea și originalitatea științifică constă în elaborarea unui algoritm și a unui pachet de programe care implementează metoda gradului maximal de stabilitate în formă grafo-analitică cu iterații pentru acordarea reguletoarelor tipizate la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort.

Problema științifică soluționată constă în elaborarea unor metode, tehnici și algoritmi de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, care asigură performanțe și robustețe ridicate ale sistemului automat.

Semnificația teoretică constă în elaborarea metodei de sinteză a algoritmilor de conducere în sisteme de reglare la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, elaborarea algoritmului iterativ de acordare a reguletoarelor la aceste modele de obiecte, simularea sistemelor de reglare automată în pachetul de programe MATLAB, analiza și compararea rezultatelor obținute, evaluarea performanțelor și robusteții sistemului automat.

Valoarea aplicativă: Rezultatele obținute în teză de doctor pot servi drept bază la automatizarea proceselor industriale complexe lente sau rapide în cazul soluționării problemei de sinteză a algoritmilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort. În comparație cu metodele existente, metoda propusă – metoda gradului maximal de stabilitate în formă analitică și grafo-analitică cu iterații se caracterizează prin faptul că este aplicabilă la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, care permite obținerea rezervei de stabilitate, performanțelor și robusteții ridicate ale sistemului automat.

Implementarea rezultatelor științifice a avut loc în cadrul companiei „INFORMINSTRUMENT” S.A., Chișinău, precum și în diverse proiecte individuale.

ABSTRACT

to thesis “Methods and Algorithms for Tuning Controllers for Advance-Delay Process Models”, presented by MORARU Dumitru for the conferral of the scientific title of doctor in Informatics, Chişinău, 2023.

The thesis Structure: introduction, 4 chapters, conclusions, bibliography with 123 titles, 3 appendices, 120 pages of main text, including 59 figures and 15 tables. The results are published in 8 papers.

Keywords: inertia control object model, transfer function, PID controller, tuning parameters, automatic system, tuning methods, controller tuning, system response, system performance.

Field of study: theoretical and practical aspects of algorithm synthesis for complex processes approximated by advance-delay object models, static and dead-time systems, performance evaluation and robustness of automatic systems and product programs.

Thesis aim: research and development of automatic control algorithms with mathematical models of objects with advance-delay, astatism and dead time with high performance and robustness.

Objectives: analysis of the particularities of the control principle in automatic control systems with advance-delay, astatism and dead time object models and analysis of existing methods of tuning typified controllers within these structures; the synthesis of new methods of tuning the typical controllers intended to ensure the high performance and robustness of the automatic system under the influence of exogenous signals; creation and realization of algorithms for the synthesis of driving laws in control systems with advance-delay, astatism and dead time object models based on the degree of stability method; the synthesis of the iterative algorithm for setting the parameters of the typical controllers, which ensures the performance and robustness of the automatic system; verification and validation of developed algorithms for the synthesis of driving laws in control systems with advance-delay, astatism and dead-time object models in the MATLAB software package; the creation of the tools for the implementation of the method of the maximum degree of stability in grapho-analytical form with iterations for tuning the typical controllers with advance-delay, astatism and dead time object models in conventional control systems by creating the respective software package.

Scientific novelty and originality consist in developing a software package for calculating the maximal stability degree method in graphical-analytical form with iterations for tuning standardized controllers for advance-delay object models, static and dead-time.

The solved scientific problem consists of developing methods, techniques, and algorithms for synthesizing control laws in control systems with advance-delay object models, static and dead-time, ensuring high performance and robustness of the automatic system.

The theoretical importance consists in developing a method for synthesizing control algorithms in control systems with advance-delay object models, static and dead-time, developing an iterative algorithm for tuning controllers for these object models, simulating automatic control systems using the MATLAB software package, analyzing and comparing the obtained results, evaluating the performance and robustness of the automatic system.

Applicative value: The results obtained in the doctoral thesis can serve as a basis for automating complex industrial processes, whether slow or fast, in the case of synthesizing control algorithms for control systems with advance-delay object models, static and dead-time. Compared to existing methods, the proposed method – the maximal stability degree method in analytical and graphical-analytical form with iterations – is characterized by its applicability to advance-delay object models, static and dead-time, allowing for the attainment of stability reserves, high performance, and robustness of the automatic system.

The implementation of scientific results took place within the company ‘INFORMINSTRUMENT’ S.A., Chisinau, as well as in various individual projects.

АННОТАЦИЯ

к диссертации «Методы и алгоритмы настройки регуляторов для моделей процессов с инерцией и упреждением», представленной МОРАРУ Думитру на соискание ученой степени доктора в информатике, Кишинэу, 2023

Структура диссертации: введение, 4 главы, заключение, библиография – 123 наименований, 3 приложений, 120 страниц основного текста, включая 59 рисунков и 15 таблиц. Результаты опубликованы в 8 работах.

Ключевые слова: модель инерционного объекта управления с упреждением, автоматическая система, передаточная функция, регулятор PID, методы настройки, настройка регулятора, настройка параметров, переходный процесс системы, показатели качества системы, робастность системы.

Область исследования: теоретические и практические аспекты синтеза алгоритмов управления сложными процессами, аппроксимированными моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием, оценка показателей качества системы и программных продуктов.

Цель диссертации: исследование и разработка алгоритмов управления в системах автоматического регулирования с математическими моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием, обладающих высокой производительностью и надежностью.

Задачи: анализ особенностей принципа управления в системах регулирования с моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием и анализ существующих методов настройки регуляторов; создание и реализация алгоритмов синтеза законов регулирования в системах с моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием на основе метода степени устойчивости; синтез алгоритма с итерациями для расчета параметров типовых регуляторов, обеспечивающего качество и надежность системы; проверка и валидация разработанных алгоритмов синтеза законов регулирования в системах управления с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием в программном комплексе MATLAB; создание средств реализации метода максимальной степени устойчивости в графоаналитической форме с итерациями для настройки типизированных регуляторов путем создания соответствующего программного пакета.

Научная новизна и оригинальность заключается в разработке алгоритма в графоаналитической форме на основе метода максимальной степени устойчивости и программного пакета для расчета параметров типовых регуляторов для моделей объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием.

Решенная научная проблема заключается в разработке методов, методик и алгоритмов синтеза управляющих законов в системах управления с моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием, обеспечивающих высокие показатели качества и робастностью системы.

Теоретическая значимость состоит в разработке метода синтеза алгоритмов управления в системах управления с моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием, разработке итеративного алгоритма настройки регуляторов для этих моделей объектов, моделировании автоматических систем управления с использованием пакета программ MATLAB, анализе и сравнении полученных результатов, оценке показателей качества и робастностью автоматической системы.

Практическая ценность: Полученные результаты в докторской диссертации могут служить основой для автоматизации сложных промышленных процессов, независимо от их скорости, в случае решения проблемы синтеза алгоритмов управления в системах управления с моделями объектов с инерцией и упреждением, астатизмом и запаздыванием.

Внедрение научных результатов было осуществлено в компании "INFORMINSTRUMENT" S.A., Кишинэу, а также в различных индивидуальных проектах.

INTRODUCERE

Actualitatea și importanța temei de cercetare. Problema sintezei regulatorului automat, care presupune proiectarea sau alegerea unui algoritm de reglare și determinarea parametrilor lui optimali, este una din problemele de bază a conducerii automate. Obținerea parametrilor optimali ai regulatorului presupune cunoașterea modelului matematic al procesului, astfel încât să fie atins și menținut obiectivul conducerii și să fie satisfăcute cerințele de performanță impuse sistemului automat: stabilitate, sensibilitate, proprietăți statice și dinamice, insensibilitate și robustețe la perturbații [11], [12], [32], [33], [48], [49], [89], [90], [97].

Teoria conducerii automate elaborează algoritmi de conducere (reglare) cu diverse procese industriale, tehnologice etc. Este cunoscut faptul că conducerea automată, prin viziune inter- și multidisciplinară și prin utilizarea limbajului matematic, este o matrice a teoriei sistemelor, ce pleacă de la conceptul că un sistem este un complex de elemente în interacțiune, care este o entitate relativ unificată în raport cu mediul. Comportamentul unui sistem depinde nu numai de proprietățile elementelor sale, dar și de interacțiunile dintre acestea și de acțiunea semnalelor externe. Idei și concepte similare, apărute simultan și relativ autonome în diverse domenii științifice, au condus la apariția reguletoarelor automate, la formularea legilor în baza cărora funcționează și la descoperirea izomorfismelor între diversele sisteme existente în natură [11], [12], [89], [90].

Tehnologia originală pentru conducerea în baza regulatorului industrial proporțional, integrator și derivator (PID) era pneumatică, hidraulică sau mecanică, iar regulatorul avea de obicei o interfață simplă pentru reglarea manuală. Prima analiză teoretică a unui regulator PID datează din 1922 [11], [12], [97], [119], [120], când inginerul rus-american Nicolas Minorsky a dezvoltat un sistem automat de conducere a navei pentru Marina S.U.A., bazat pe observațiile privind utilizarea de către conducători a erorii curente, a erorii precedente și a ratei de schimbare pentru a menține nava pe curs [11], [12], [32], [33].

Regulatorul PID este utilizat pentru a conduce și întreține starea proceselor, cum ar fi reglarea temperaturii, presiunii, debitului, nivelului în rezervor etc. Tehnica este utilizată pe scară largă în industria de producție de astăzi pentru a conduce și menține evoluția procesului în diferite condiții ale acestuia. Algoritmul PID prezintă modelul matematic care descrie dinamica regulatorului ce se folosește pentru reglarea stării procesului. O temperatură variabilă de proces, de exemplu, este măsurată și un semnal de reacție este trimis controlerului. În urma comparării semnalului de reacție cu cel de referință, se generează valoarea erorii, care este supusă procesării cu una sau mai multe dintre cele trei componente: proporționale, integrative și derivative. Ca urmare, regulatorul elaborează comenzile necesare sau modifică variabila de conducere pentru a

minimiza eroarea sistemului. Aceste proceduri formează un proces iterativ de elaborare a mărimii de conducere [11], [12], [30], [32], [63], [68], [88], [116].

Evoluția microprocesoarelor a dus la apariția reguletoarelor de tip PID numerice, pe lângă cele construite cu elemente analogice. Reguletoarele numerice, din punct de vedere fizic, sunt mai ușor de implementat și au o rezistență mai bună la perturbații din mediul ambiant datorită faptului că operează cu semnale numerice [17], [18], [19], [87], [88], [100].

În literatura de specialitate există mai multe metode de sinteză a algoritmilor de conducere a reguletoarelor tipizate care diferă prin flexibilitate, complexitate și cantitatea informației necesare privind dinamica procesului. La etapa actuală de dezvoltare a metodelor de proiectare a sistemelor automate s-au propus un șir de metode empirice, analitice, grafo-analitice și metode de acordare bazate pe tehnici de optimizare [4], [5], [12], [30], [32], [68], [69], [70], [104], [114]. Datorită complexității proceselor industriale, metodele analitice au o utilizare limitată. Metodele grafo-analitice implică utilizarea relațiilor grafo-analitice, necesitând construcții grafice complexe și calcule elaborate. Metodele empirice sunt metode care au la bază tehnici empirice de calcul a parametrilor de acord ai algoritmului de reglare dezvoltate de Ziegler–Nichols etc. [65], [114]. Pentru a fi utilizate majoritatea acestor metode necesită cunoașterea modelului matematic al procesului industrial supus automatizării. Pentru determinarea modelului matematic al procesului industrial se aplică procedurile de identificare și se obține modelul matematic cu parametrii apreciați ai procesului [19], [120].

Metodele de acordare a reguletoarelor tipizate au fost propuse și dezvoltate pentru sinteza algoritmilor de conducere în cadrul structurilor de reglare convențională. Structura de reglare convențională cu reguletoare PID se caracterizează prin faptul că aceasta conține o singură mărime reglată și o singură variabilă de comandă și are la bază principiul conexiunii inverse (reacție inversă negativă), care realizează o interinfluență între reglator și obiectul condus (proces industrial), minimizând eroarea sistemului și atenuând perturbațiile externe care acționează asupra procesului [11], [12], [30], [32], [63], [66], [68], [88].

În teză se propune de elaborat metode de sinteză a algoritmilor de conducere cu procese complexe, care se aproximează cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort astfel încât sistemul automat să aibă performanțe ridicate și o robustețe bună.

Domeniul de cercetare. Domeniul de cercetare include aspecte teoretice și practice ale sintezei algoritmilor de conducere cu procese complexe, approximate cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, evaluarea performanțelor și robusteții sistemului automat.

Scopul lucrării. Cercetarea și elaborarea algoritmilor de conducere în sisteme de conducere automată cu modele matematice de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort cu performanțe și robustețe ridicate.

Obiectivele lucrării. Din scopul propus rezultă următoarele obiective ale cercetării:

- analiza particularităților principiului de conducere în sistemele de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort și analiza metodelor existente de acordare a reguletoarelor tipizate în cadrul acestor structuri, analiza eficienței, avantajelor și dezavantajelor acestor metode;

- sinteza unor noi metode de acordare a reguletoarelor tipizate destinate asigurării performanțelor și robusteții ridicate ale sistemului automat sub influența semnalelor exogene;

- crearea și realizarea algoritmilor de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în baza metodei gradului de stabilitate;

- sinteza algoritmului iterativ de acordare a parametrilor reguletoarelor tipizate, care să asigure performanțele și robustețea sistemului automat;

- verificarea și validarea algoritmilor elaborați de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în pachetul de programe MATLAB;

- crearea instrumentarului destinat implementării metodei gradului maximal de stabilitate în forma grafo-analitică cu iterații pentru acordarea reguletoarelor tipizate cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în sisteme de reglare convenționale prin crearea pachetului de programe respectiv.

Ipoteza de cercetare. Problema de acordare a reguletoarelor în sisteme de reglare automată se rezolvă prin sinteza algoritmului de conducere în baza modelului matematic identificat al procesului industrial condus, asigurând performanțele și robustețea sistemului. În teză se sintetizează regulatorul pentru modele de obiecte cu avans-întârziere cu sau fără astatism, cu sau fără timp mort de ordinul unu, doi, trei și 4.

Sinteza metodologiei de cercetare și justificarea metodelor de cercetare alese. Modelarea matematică reprezintă un proces esențial pentru înțelegerea și analiza comportamentului sistemelor automate. Aceasta implică reprezentarea matematică a unui sistem, utilizând ecuații diferențiale și funcții de transfer, pentru a descrie relațiile dintre diferite componente ale sistemului. Aspecte cheie ale modelării matematice sunt: definirea sistemului, identificarea modelului matematic al obiectului de reglare, sinteza regulatorului automat, simularea și analiza sistemului cu parametri calculați, validarea rezultatelor, opțional poate fi și optimizarea parametrilor regulatorului.

Simularea sistemelor automate cu regulator tipizat P, PI, PD, PID oferă o posibilitate de a verifica și valida într-un timp scurt și costuri minime rezultatele acordării regulatorului, ca mai apoi să fie luată decizia despre calitatea acordării. Totodată simularea permite de a verifica

aplicabilitatea metodelor de acordare a reguletoarelor la modele de obiecte cu avans-întârziere cu sau fără astatism și cu sau fără timp mort.

Elaborarea unui pachet de programe pentru calculul parametrilor de acord a reguletoarelor tipizate P, PI, PD și PID în baza metodei gradului maximal de stabilitate în formă grafo-analitică cu iterații pentru modele de obiecte cu avans-întârziere va reduce considerabil timpul de efectuare a calculelor respective.

Rezultatele cercetării și sintezei algoritmului de conducere se prezintă prin următoarele componente:

Componenta 1. Noutatea științifică a rezultatelor obținute constă în cercetarea și elaborarea unor noi metode, tehnici și algoritmi de sinteză a legilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, care asigură performanțe și robustețe ridicate ale sistemului automat.

Componenta 2. Rezultatele obținute în teză de doctor pot servi drept bază la sinteza sistemelor de conducere automată la automatizarea proceselor industriale complexe, în cazul soluționării problemei de sinteză a algoritmilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort. Prin elaborarea algoritmului analitic și cu iterații se soluționează problema de sinteză a reguletoarelor tipizate, astfel încât să fie satisfăcute performanțele ridicate și asigurată robustețea sistemului. În comparație cu metodele existente, metoda utilizată – metoda gradului maximal de stabilitate în formă analitică și grafo-analitică cu iterații se caracterizează prin faptul că este aplicabilă la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, care permite asigurarea rezervei de stabilitate, performanțelor și robusteții ridicate ale sistemului automat.

Componenta 3. Algoritmul analitic și iterativ de acordare a reguletoarelor în baza metodei gradului maximal de stabilitate în formă grafo-analitică a fost implementat în produsul program *GMS-Calcul-DM*, care permite realizarea procedurii de acordare a reguletoarelor tipizate la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în cadrul structurilor de reglare convenționale. Acest produs program este utilizat în scopul instruirii studenților de la Departamentul Ingineria Software și Automatică, Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică a Universității Tehnice a Moldovei în cadrul Programului de studii Automatică și Informatică la disciplinele: Sisteme cu Microprocesoare, Modelare și Identificare, Ingineria Sistemelor Automate, Sisteme Integrate de Conducere. Metodele de sinteză a algoritmilor de reglare elaborate în teza de doctor au fost propuse și utilizate la CȘI InformInstrument S.A. Chișinău la automatizarea procesului de producere a straturilor epitaxiale de *GaAs*, în cadrul stabilizării regimului termic al dopanților și al concentrației de hidrogen, unde s-au calculat

parametrii de acord ai reguletoarelor în sistemul automat, și propuse la utilizarea la Termoelectrica S.A. Chișinău la automatizarea cazanelor de preparare a apei calde menajere.

Postulatele științifice înaintate spre susținere:

1. Metoda de sinteză a algoritmilor de conducere în sisteme de reglare cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort.

2. Instrumentarul matematic pentru acordarea reguletoarelor tipizate la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort pe baza metodei gradului maximal de stabilitate.

3. Algoritmii iterativi de acordare a reguletoarelor tipizate la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort în baza metodei gradului maximal de stabilitate în formă grafo-analitică în sisteme de reglare automată, care asigură obținerea performanțelor și robusteții ridicate ale sistemului automat.

4. Pachetul de programe *GMS-Calcul-DM* (3 module) de sinteză a algoritmilor de reglare P, PI, PD și PID pentru modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort.

Aprobarea rezultatelor științifice. Rezultatele științifice de bază obținute și reflectate în lucrare, au fost prezentate la conferințe științifice naționale, internaționale și publicate în reviste științifice din țară și de peste hotare:

– *Proceedings of the 2018 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE-2018)*, Iași, România, October 18-19, 2018.

– *Proceedings of the 12th International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE-2022)*, Iași, Romania, 19-21 octombrie, 2022.

– *Conferința Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM, 5-7 aprilie 2023*, Chișinău.

– *Analele Universității din Craiova, seria: Ingineria Electrică. 2017, No. 41, Vol. 41.*

– *Meridian Ingineresc, UTM. 2016, Nr. 2.*

– „*Intellectus*”, *Revista de proprietate intelectuală, știință și educație, 2023, No. 2.*

– *Acta et Commentationes Exact and Natural Sciences. 2023, Volume 2(16).*

Publicații științifice. La tema tezei au fost publicate 8 articole științifice (dintre care 3 fără coautori) cu un volum total de 3.87 coli de tipar, inclusiv 3 articole recenzate publicate în reviste.

Structura și volumul lucrării. Teza este compusă din introducere, patru capitole, concluzii finale, bibliografie (123 titluri) și 3 anexe. Conținutul de bază al tezei este expus pe 120 pagini și inserează 59 figuri și 15 tabele.

Conținutul de bază al lucrării / Sumarul compartimentelor tezei.

Teza este structurată în patru capitole, în care sunt analizate modelele matematice ale obiectelor de reglare cu avans-întârziere, astatism și timp mort fiind elaborați și testați algoritmi de acordare ai reguletoarelor automate. Lucrarea conține introducere, adnotări în limbile română,

engleză și rusă, concluzii generale și recomandări, o listă bibliografică ce cuprinde 122 titluri, 3 anexe, declarația privind asumarea răspunderii și CV-ul autorului.

În introducere, se argumentează actualitatea temei de cercetare, se formulează scopul tezei, se prezintă domeniul și obiectul cercetării. De asemenea, se evidențiază elementele de noutate științifică ale rezultatelor obținute și se redă semnificația teoretică și valoarea aplicativă a domeniului de studiu. În continuare, se face o scurtă prezentare a conținutului tezei pe capitole.

În capitolul 1, **Metode de sinteză a sistemelor automate**, se descrie noțiunea de proces industrial, au fost prezentate caracteristicile unui proces industrial și modelele matematice care descriu procesele industriale. S-au prezentat exemple de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort și procedura de identificare. Au fost reprezentate sub formă de tabel modele matematice ale obiectelor care sunt puse în discuție în următoarele capitole ale tezei de doctor. S-a formulat problema sintezei algoritmului de reglare și au fost prezentați algoritmi tipizați de reglare. Tot în cadrul acestui capitol au fost prezentate și descrise metodele existente de acordare a reguletoarelor tipizate care pot fi aplicate în cadrul structurilor de reglare automată.

În capitolul 2, **Sinteza algoritmilor de conducere pentru obiecte cu avans-întârziere cu fază minimă și astatism în baza metodei gradului maximal**, a fost descrisă metoda gradului maximal de stabilitate și elaborați algoritmi de sinteză a reguletoarelor tipizate P, PI, PD și PID pentru modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, doi, trei și patru, fără și cu astatism. Pentru fiecare tip de model al obiectului sunt prezentate algoritmul și exemplul de calcul a reguletoarelor tipizate cu verificarea rezultatelor în pachetul de programe MATLAB.

În capitolul 3, **Sinteza algoritmilor de conducere pentru obiecte cu avans-întârziere cu fază minimă, astatism și timp mort în baza metodei gradului maximal**, a fost elaborat algoritmul analitic și cu iterații de sinteză a legilor de reglare P, PI, PD și PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, doi, trei și patru cu fază minimă astatism și timp mort, care asigură satisfacerea performanțelor ridicate ale sistemului automat. Pentru fiecare tip de model de obiect s-a calculat un exemplu cu verificarea rezultatelor în pachetul de programe MATLAB.

În capitolul 4, **Aspecte practice de sinteză a algoritmilor de conducere cu obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort**, s-au expus rezultatele practice de utilizare a metodei gradului maximal de stabilitate în formă analitică și cu iterații la acordarea reguletoarelor tipizate la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort. Se analizează două tipuri de obiecte tehnice – un automobil și un avion, și două procese termice – în cuptorul industrial și extruderul imprimantei 3D. Rezultatele obținute sunt comparate cu alte metode de acordare a reguletoarelor tipizate, fiind analizate performanțele și robustețea obținute ale sistemului automat.

În concluzii și recomandări sunt expuse rezultatele principalele ale tezei.

Anexele conțin simulări pe calculator, elaborări de produse program, material auxiliar.

1 METODE DE SINTEZĂ A SISTEMELOR AUTOMATE

Automatizarea unor procese, astfel încât să fie menținute specificațiile dorite, spre exemplu calitatea, siguranța, impactul asupra mediului, profitabilitatea etc., presupune o strânsă colaborare între experți în diferite domenii: teoria sistemelor, tehnologia prelucrării și transmiterii informației etc. Fiecare din aceste domenii contribuie, mai mult sau mai puțin la dezvoltarea conceptuală și realizarea practică a sistemelor de reglare (conducere) automată a proceselor industriale [17], [32], [33], [48], [49], [110], [112], [116], [123].

1.1 Procese industriale și tehnologice ca modele de obiecte de reglare

Noțiunea de proces industrial reprezintă totalitatea operațiilor tehnologice, corelate între ele și cu mijloacele de muncă, necesare executării unui produs sau unei părți componente a acestuia, în cadrul unei unități de producție. Ca latură a procesului industrial, procesul tehnologic reprezintă transformarea directă, cantitativă și calitativă a obiectului muncii. Procesul tehnologic poate fi [49]:

1. Elementar (când asupra unui obiect se execută o operație tehnologică).
2. Complex (când asupra unui obiect se execută mai multe operații tehnologice sau când operațiile se execută asupra unor materii prime complexe, formate din mai multe elemente).

Elaborarea procesului tehnologic are loc în cadrul activității de pregătire a producției ținând cont de cerințele impuse prin documentația de proiectare constructivă și de rezultatele obținute prin lucrările de stabilire a procedeelelor tehnologice.

Asupra procesului tehnologic acționează într-o oarecare măsură, fie mai mare, fie mai mică, perturbații care determină modificarea regimului de funcționare, sau modificarea structurală a modelului matematic al întregului proces și implicit comportarea acestuia (figura 1.1).

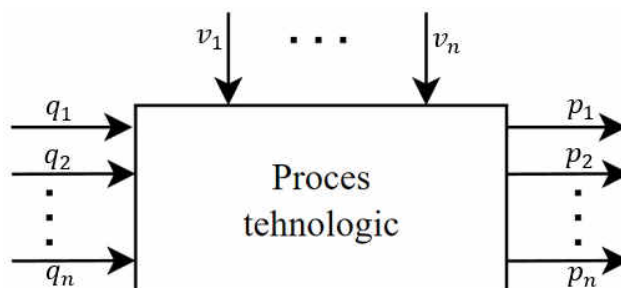


Figura 1.1. Reprezentarea grafică a procesului tehnologic

În figura 1.1 sunt folosite următoarele notații: q_1, \dots, q_n este fluxul de energie sau de substanță de la intrarea procesului, v_1, \dots, v_n – perturbațiile, p_1, \dots, p_n – mărimile caracteristice ale procesului.

Descrierea fizică poate fi subdivizată în funcție de tipul procesului – tehnologic, mecanic, chimic, biologic (distribuția populației), economic (domeniul producătorilor, domeniul consumatorilor, distribuția: veniturilor, cheltuielilor etc.), social etc. [49].

Cel mai divers tip de procese este de tip tehnologic. Aici se pot specifica următoarele principale procese tehnologice de producție (prelucrare): încălzire (cu: flacără, inducție, rezistență, plasmă, aerodinamică, radiație, mixtă, cu surse interne de căldură, cu agitare și turnare), uscare, umidificare, sublimare, precipitare, evaporare, condensare, filtrare, fracționare, amestecare, separare, distilare, dizolvare, gazificare, absorbție, topire, solidificare, cristalizare, recristalizare, prăjire, sintetizare, recoacere, tratament termic, ștanțare, desen, laminare, reacții nucleare și chimice cu și fără catalizatori, cementare, tăiere, măcinare etc.

Tipurile tehnice de procese, în care distribuția parametrilor este esențială, includ o clasă largă de procese de producție în linie, care sunt descrise matematic prin ecuații de transfer. Acestea se caracterizează printr-o avansare direcționată a materialului prelucrat și mișcarea acestuia în spațiu. Astfel de procese tehnologice includ procesele de sinterizare, prelucrare termică, aglomerare, rectificare, schimb de căldură (în schimbătoare de căldură), acoperire, laminare, turnare continuă etc.

Acestea sunt tipuri simple de procese. Totuși, pot fi luate în considerare și tipuri complexe (combinat) de procese, de exemplu, fizico-chimice sau socio-biologice etc.

În cele din urmă „descrierea fizică” este subdivizată în mod semnificativ în tipuri de câmpuri, în special, cele legate de procese fizice și chimice. Este recomandabil să se împartă câmpurile în două tipuri: câmpul unui parametru intensiv (factor) și câmpul unui parametru extensiv (factor).

Câmpurile parametrului intensiv sunt: temperaturi T , concentrație c , deplasări δ , viteze v , presiuni p , tensiuni mecanice σ , potențiale electrice U , curenți electrici I , puteri electrice E , inducții magnetice B , debite Q etc. [30], [32], [33], [61], [114].

Câmpurile parametrului extensiv sunt: conductivitate termică λ , densitate ρ , conductivitate electrică κ , capacitate termică c și capacitate electrică C , permeabilitate electrică ϵ , permeabilitate magnetică μ , vâscozitatea ν , inductanța L , elasticitatea E , geometria formei (momentul de inerție J) etc.

Cu toate acestea, în practică, trebuie luate în considerare câmpurile compuse (complexe), atunci când în aceeași regiune a spațiului există (suprapuse unul altuia) mai multe tipuri de câmpuri care interacționează unul cu celălalt simultan. Un exemplu tipic de astfel de câmpuri complexe este un câmp electromagnetic, în care câmpurile forțelor electrice și magnetice interacționează sau câmp de tensiuni termice și deplasări termice, unde câmpurile de temperatură, solicitări și deplasări mecanice interacționează.

Pentru procesele industriale modelele matematice care descriu evoluția acestora se reprezintă prin ecuații diferențiale, procese tranzitorii și funcții de transfer etc.

Clasificarea acțiunilor de reglare are loc în funcție de tipul setului de valori din care acțiunile de conducere își pot lua valorile. De obicei, o astfel de mulțime este un spațiu euclidian n -dimensional (continuu sau discret), a cărui dimensiune poate lua diferite valori $n = 1, 2, \dots$.

În metalurgie (feroase, neferoase, metale rare) cele mai importante unități sunt cuptoarele: cuptoare metodice, puțuri, cuptoare cu cameră, cuptoare înelare, cuptoare de încălzire rezistive (ohmice), cuptoare de încălzire aerodinamică, instalații de încălzire prin inducție, cuptoare pentru tratament termic, cementare, cuptoare de încălzire fără oxidare, baterii pentru cuptoare de cocs, cuptoare de încălzire cu plasmă, instalații electronice de încălzire, cuptoare și instalații pentru creșterea și prelucrarea monocristalelor și a materialelor semiconductoare. În toate acestea dispozitive și instalații, de regulă, este important să se regleze puterea de intrare în așa fel încât să se obțină distribuțiile specificate ale câmpurilor de temperatură sau câmpurilor de concentrație [119], [120].

Industria chimică furnizează o mare varietate de obiecte de reglare specifice cu parametri distribuți. În primul rând, acestea sunt reactoare: tubulare, cu strat de catalizator fluidizat, cu agitare, cu mai multe etape, recirculare, schimbătoare de căldură, cuptoare rotative pentru procesarea termică a materialelor în vrac, butoaie de măcinare, coloane de distilare și distilare [30], [119], [120].

În sectorul energetic, obiectele de reglare cu parametri distribuți sunt cazane de abur (luând în considerare distribuțiile tensiunilor termice pe pereții cazanului), cazane nucleare, generatoare magnetohidrodinamice și electrohidrodinamice, baraje, sisteme de irigații, linii electrice lungi, conducte de petrol, conducte de gaz, sisteme de alimentare cu apă [119], [120].

În continuare, ca exemple, se reprezintă o serie de obiecte tehnice individuale din diverse industrii, unde este, de asemenea, important să se regleze funcțiile de distribuție a anumitor parametri fizici: conducte ale stațiilor de compresoare (calmarea fluctuațiilor de distribuție a presiunii); instalații de fuziune termonucleară (obținerea distribuției câmpurilor magnetici și electrici); pistolete cu plasmă pentru încălzire, tăiere și sudură (reglarea fluxului cu plasmă pentru a minimiza câmpul maxim de temperatură din materialul pistolului); instalații pentru suspendarea lichidelor conductoare (metale lichide, topituri pentru obținerea materialelor ultra pure), instalații pentru stabilizarea sistemelor de echilibru instabil, dispozitive pentru amortizarea activă a vibrațiilor corpului în obiecte în mișcare (avioane, rachete, antene mobile pentru comunicații în spațiul adânc), dispozitive pentru suprimarea activă a câmpurilor de vibrații dăunătoare în mașini, mecanisme și sisteme acustice (obținerea reproducerii de înaltă calitate a vorbirii și muzicii prin difuzoare) [30], [119], [120].

Un set mare și interesant de probleme privind determinarea distribuției dorite a unui parametru dat sunt problemele proiectării și elaborarea obiectelor tehnice. Astfel de probleme apar atunci când se alege formele și dimensiunile corpurilor, deplasarea în medii continue (gaz, lichid). De multe ori este important să se aleagă forma și tipul structurilor statice (baraje hidroelectrice, clădiri și structuri rezistente la cutremur). În teză se vor analiza procese liniare cu parametri concentrați (constanți).

Conform concepției teoriei conducerii automate procesul tehnologic prezintă obiectul de reglare (conducere) cu mărimile care interacționează în proces: fluxul de intrare $\overline{q_1, q_n}$ este numit mărimea de reglare (conducere) notată prin vectorul $u(t)$, mărimile caracteristice $\overline{p_1, p_n}$, care reprezintă fluxul de ieșire ce se numește mărimea reglată notată prin vectorul $y(t)$ și perturbații notate prin vectorul $p(t)$ (figura 1.2) [32], [49].

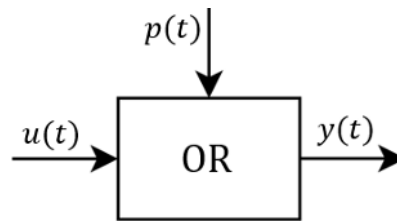


Figura 1.2. Schema bloc funcțională a obiectului de reglare

Obiectul de reglare prezintă un proces tehnic, industrial, biologic, economic, social etc., care necesită conducere pentru o mai bună funcționare. Mărimea de reglare $u(t)$ reprezintă rezultatul calculului a unui algoritm sau o succesiune de comenzi orientate asupra procesului pentru al aduce în starea dorită $y_d(t)$. La ieșirea procesului se obține mărimea de ieșire curentă $y(t)$ [32], [33], [49].

Mărimea de conducere $u(t)$ prezintă mărimea dorită (etalon) a ieșirii $y_d(t)$ a procesului aplicată la intrare și în rezultat se obține răspunsul $y_u(t)$ a obiectului descris de transferul intrare-ieșire dată de relația funcțională:

$$y_u(t) = f_1(u(t)). \quad (1.1)$$

Relația care descrie acțiunea perturbației $p(t)$ asupra procesului, destabilizându-l, se prezintă:

$$y_p(t) = f_2(p(t)). \quad (1.2)$$

Deoarece relațiile (1.1) și (1.2) exprimă legătura funcțională a mărimii de ieșire $y(t)$ a obiectului în raport cu mărimea de conducere $u(t)$ și perturbația $p(t)$ se obține:

$$y(t) = f_3(u(t), p(t)) = y_u(t) + y_p(t). \quad (1.3)$$

În cazul dat mărimile u, p, y sunt mărimi vectoriale.

Relațiile (1.1)-(1.3) prezintă modele matematice generalizate ale proceselor industriale ca obiecte de conducere [56], [57], [58]. Dacă mărimea de conducere $u(t)$ este realizată de un operator uman, atunci se spune că conducerea cu procesul este manuală [32], [33], [49].

Pentru diverse procese tehnologice complexe alcătuite din câteva capacități (în această lucrare noțiunea de capacitate are sensul de componentă a obiectului de reglare) care pot fi conectate în serie, în paralel și în reacție după structura acestora se calculează funcția de transfer echivalentă. Se prezintă exemple de conexiune a structurii complexe din două capacități în conexiune paralelă și cu reacție.

Exemplul 1.1. Se consideră conexiunea unei structuri complexe alcătuită din două capacități în conexiune paralelă descrise de funcțiile de transfer $H_1(s)$ și $H_2(s)$, prezentată în figura 1.3 unde fiecare capacitate se prezintă ca un element cu inerție de ordinul unu:

$$H_1(s) = \frac{k_1}{T_1s+1}, H_2(s) = \frac{k_2}{T_2s+1}. \quad (1.4)$$

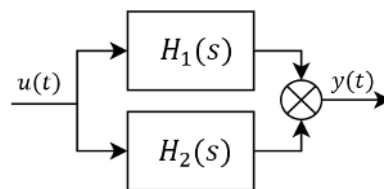


Figura 1.3. Conexiune paralelă a unei structuri complexe alcătuită din două capacități

Se cere să se determine funcția de transfer echivalentă a acestei conexiuni.

Soluționare. La structura din figura 1.3 se aplică regula conexiunii în paralel a elementelor și se obține funcția de transfer echivalentă $H_e(s)$ în forma:

$$H_e(s) = H_1(s) + H_2(s) = \frac{(k_1T_2+k_2T_1)s+k_1+k_2}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^2+a_1s+a_2}, \quad (1.5)$$

unde $b_0 = k_1T_2 + k_2T_1$, $b_1 = k_1 + k_2$, $a_0 = T_1T_2$, $a_1 = T_1 + T_2$, $a_2 = 1$.

Exemplul 1.2. Se consideră conexiunea unei structuri complexe alcătuită din două capacități în conexiune cu reacție descrise de funcțiile de transfer $H_1(s)$ și $H_2(s)$, prezentată în figura 1.4 unde fiecare capacitate se prezintă ca un element cu inerție de ordinul unu:

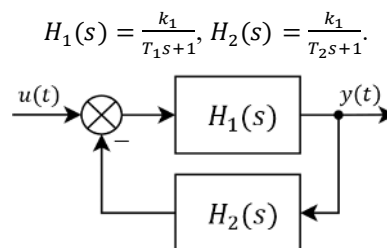


Figura 1.4. Conexiune cu reacție a unei structuri complexe alcătuită din două capacități

Se cere să se determine funcția de transfer echivalentă a acestei conexiuni.

Soluționare. La structura din figura 1.4 se aplică regula conexiunii cu reacție a elementelor și se obține funcția de transfer echivalentă $H_e(s)$ în forma:

$$H_e(s) = \frac{H_1(s)}{1+H_1(s)H_2(s)} = \frac{k_1T_1s+k_1}{T_1T_2s^2+(T_1+T_2)s+1+k_1k_2} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^2+a_1s+a_2}, \quad (1.6)$$

unde $b_0 = k_1T_1$, $b_1 = k_1$, $a_0 = T_1T_2$, $a_1 = T_1 + T_2$, $a_2 = 1 + k_1k_2$. ■

În tabelele 1.1 și 1.2 se prezintă modele de obiecte cu avans de ordinul unu (în literatura de specialitate se mai utilizează noțiunea de „zerou suplimentar”) și întârziere de ordinul 1, 2, 3 și 4 cu sau fără astatism și cu sau fără timp mort care vor fi analizate în teză [11], [12], [48], [49].

Tabelul 1.1. Modele de obiecte cu avans-întârziere

Nr. crt.	Fază minimă	Fază minimă și astatism
1	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{a_0s + a_1}$	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s + a_1)}$
2	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^2 + a_1s + a_2}$	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s^2 + a_1s + a_2)}$
3	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}$	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}$
4	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4}$	$H(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4)}$

Tabelul 1.2. Modele de obiecte cu avans-întârziere și timp mort

Nr. crt.	Fază minimă	Fază minimă și astatism
1	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{a_0s + a_1}$	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{s(a_0s + a_1)}$
2	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{a_0s^2 + a_1s + a_2}$	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{s(a_0s^2 + a_1s + a_2)}$
3	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}$	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{s(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}$
4	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4}$	$H(s) = \frac{e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{s(a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4)}$

1.2 Schema structurală a sistemului automat

Un sistem automat este definit ca o interconectare a componentelor din care este format acel sistem și care va oferi un răspuns dorit lui. Conducerea cu procesul se realizează prin schema structurală în care se includ dispozitivele necesare pentru realizarea conducerii (figura 1.5). Deoarece răspunsul dorit al sistemului este cunoscut, este generat un semnal proporțional cu eroarea dintre răspunsul dorit și cel real [32], [33], [49]. Utilizarea acestui semnal pentru a controla procesul are ca rezultat o secvență de operații în buclă închisă care se numește componenta de reacție a sistemului automat. Introducerea reacției inverse pentru îmbunătățirea sistemului de conducere este adesea necesară. Este interesant că acesta este și cazul sistemelor din natură, precum sistemele biologice și fiziologice, reacția inversă este inerent acestor sisteme, de exemplu, sistemul de conducere al ritmului cardiac uman este un sistem de reglare cu reacție. Pentru a ilustra

caracteristicile și avantajele introducerii acestei reacții, se ia în considerare un sistem automat cu o singură buclă. Deși multe sisteme de control sunt cu mai multe bucle, o înțelegere aprofundată a beneficiilor reacției inverse poate fi obținută cel mai bine de la sistemul cu o singură buclă și apoi aplicată la sistemele cu mai multe bucle [32], [33], [49].

Termenul de conducere se definește ca acționarea asupra unui obiect de reglare utilizând algoritmi și circuite de reacție. Exemple de conducere sunt: bucle de reacție în amplificatoare electronice, controlere de referință, procesarea chimică a materialelor, sisteme aeronautice și protocoale de rutare care controlează fluxul de trafic în Internet [32], [33], [49].

Conducerea cu procesul se realizează prin intermediul unor echipamente reprezentată prin schema structurală (figura 1.5), care se clasifică astfel: regulatorul automat (RA), elemente de execuție (EE), procesul (P), traductorul (Tr), $r(t)$ – semnalul de referință, $\varepsilon(t)$ – eroarea sistemului, $u(t)$ – mărimea de conducere (reglare), $m(t)$ – mărimea de intrare în proces, $y(t)$ – mărimea de calitate a procesului, $y_r(t)$ – mărimea măsurată din proces, $p(t)$ – perturbația. Elementele EE, P și Tr, încadrate în dreptunghiul cu linie întreruptă formează ansamblul numit partea fixată (PF) a sistemului automat (figura 1.6) [32], [33], [49].

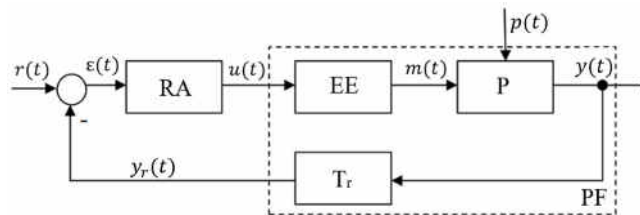


Figura 1.5. Schema bloc funcțională a sistemului automat

Elementele de execuție, traductoarele și echipamentul de conducere formează împreună echipamentele de automatizare. Ansamblul format din procesul tehnologic supus automatizării și mijloacele tehnice ce asigură automatizarea acestuia constituie un sistem automat. În figura 1.6 se prezintă schema bloc structurală a unui sistem automat în buclă închisă [32], [33], [49].

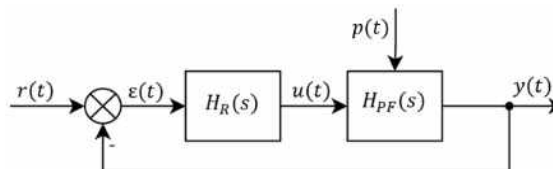


Figura 1.6. Schema bloc structurală a sistemului automat

Bucloa închisă în terminologia sistemelor automate reprezintă un circuit de reacție. Reacția este o tehnică prin care comportarea și proprietățile unui sistem sunt influențate de mărimea de ieșire a sistemului. Reacția este de două tipuri: pozitivă și negativă.

Reacția pozitivă presupune că mărimea readusă de la ieșirea sistemului întărește efectul mărimii de intrare, efect de destabilizare (instabilitate).

Reacția negativă presupune că mărimea readusă de la ieșirea sistemului slăbește efectul mărimii de intrare ceea ce produce un efect de stabilizare. Acest tip de reacție oferă sistemului proprietăți esențiale noi: stabilitate, rejecția perturbațiilor și robustețea.

1.3 Performanțele sistemelor automate

Calitatea sistemului de reglare automată se determină de un ansamblu de proprietăți, care garantează funcționare efectivă atât a obiectului de reglare, cât și a întregului sistem [32], [33], [49], [70], [74].

Funcțiile esențiale calitative ale sistemului de reglare automată sunt urmărirea referinței și rejecția perturbațiilor. În raport cu aceste cerințe calitative, se impun și cerințe specifice care prezintă siguranța în funcționare, calitatea producției, operabilitatea procesului, conformitate cu standardele de mediu etc.

Deci, proiectarea unui sistem automat impune nu numai aspectele alegerii algoritmului de conducere, dar și întregul ansamblu de măsuri ce oferă soluției de automatizare, fiabilitate și robustețe, operabilitatea sigură în regimuri critice de funcționare și costuri minime [32], [33], [49], [70], [74].

Cerințele de performanță ale sistemului automat se definesc în raport cu anumite mărimi exogene (referințe, perturbații) care acționează asupra sistemului. Cerințele calitative de performanță ale sistemului automat sunt performanțele tranzitorii și staționare, robustețea stabilității și a performanțelor [32], [33], [49], [70], [74].

Determinarea calității regimului de funcționare a sistemului de reglare automată se efectuează în domeniul timpului și în domeniul frecvență la acțiunea semnalelor de intrare referință și perturbație și se reduce la stabilirea proprietăților statice și dinamice ale sistemului [32], [49].

Este stabilit că fiecare performanță separată caracterizează proprietățile concrete ale sistemului automat. Alegerea unor performanțe locale pentru ca sistemul să posede o calitate mai bună devine o problemă de contradicții, deoarece alte performanțe locale vor fi mai nefavorabile.

Se consideră structura sistemului automat (figura 1.7), alcătuită din regulator cu funcția de transfer (f.d.t.) $H_R(s)$ și partea fixată cu f.d.t. $H_{PF}(s)$, asupra căruia acționează semnalele exogene referința $r(t)$ și perturbația $p(t)$ (perturbația acționează prin f.d.t. $H_p(s)$), unde canalul direct se descrie cu f.d.t. $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$, iar reacția negativă este unitară.

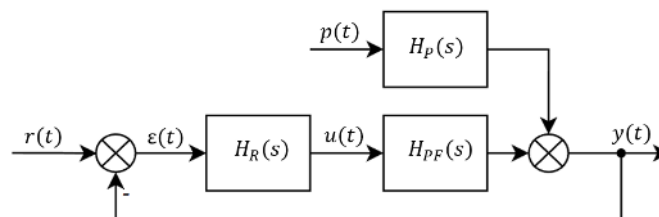


Figura 1.7. Schema bloc structurală a sistemului automat închis

Se consideră funcția de transfer a sistemului automat ca o funcție rațională a raportului polinoamelor cu coeficienți reali, care poate fi prezentată sub formă factorizată sau poli-zero-uri în forma:

$$H(s) = \frac{h(s)}{r(s)} = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{b_0 \prod_{j=1}^m (s - z_j)}{a_0 \prod_{i=1}^n (s - p_i)}, m \leq n, \quad (1.7)$$

unde $h(s)$ este răspunsul sistemului, $r(s)$ – mărimea de intrare, polinomul zerourilor $B(s) = 0$ are rădăcinile z_j , care sunt zerourile finite ale f.d.t. $H(s)$, polinomul polilor $A(s) = 0$ are rădăcinile p_i , care prezintă polii finiți ai f.d.t. $H(s)$ [32], [33], [49], [70], [74], [119], [120]. Relația $m \leq n$ prezintă condiția de realizabilitate fizică a sistemului.

Se reprezintă modelul sistemului automat ca un element amortizat de ordinul doi cu $k = 1$ și parametrii sistemului gradul de amortizare ξ și pulsația naturală ω_n la acțiunea semnalului treaptă unitară $r(s) = 1(s)$:

$$H_0(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} = \frac{h(s)}{r(s)}, \quad (1.8)$$

Răspunsul indicial al sistemului în formă operațională este:

$$h(s) = H_0(s)1(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \frac{1}{s}. \quad (1.9)$$

Aplicând transformata Laplace inversă relației (1.9), răspunsul indicial al sistemului (figura 1.8) se prezintă cu relația:

$$h(t) = \left(1 - \frac{e^{-\xi \omega_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \sin(\omega t \sqrt{1 - \xi^2} + \varphi) \right) 1(t) = h_l(t) + h_f(t), \quad (1.10)$$

unde defazajul $\varphi = \sin^{-1} \sqrt{1 - \xi^2}$, $h_l(t)$ este componenta liberă, $h_f(t)$ – componenta forțată.

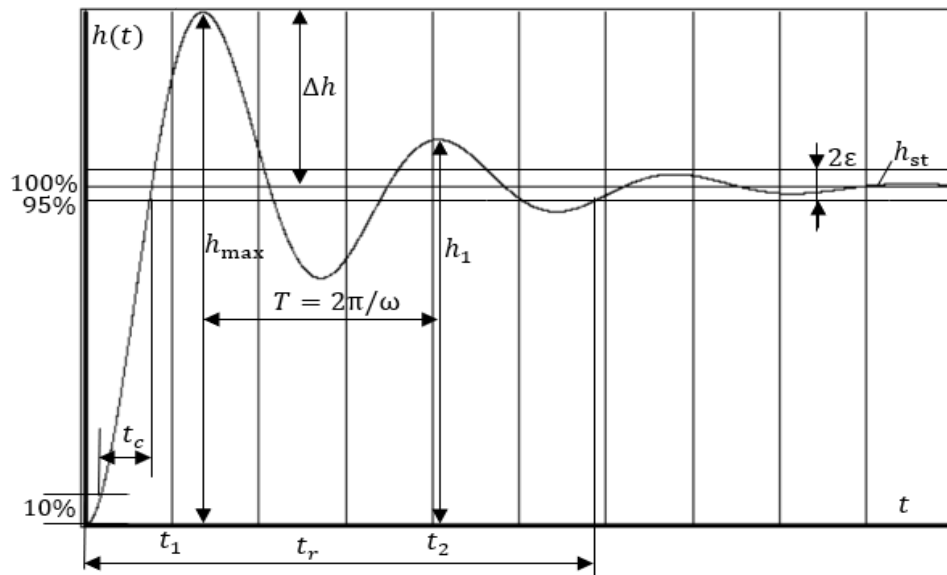


Figura 1.8. Răspunsul indicial al sistemului de reglare automată

Pentru sinteza regulatorului este necesar de a formula obiectivele reglării și cerințele de calitate, cum ar fi, proprietăți dinamice și statice, robustețe, sensibilitate, rejecția perturbațiilor etc. și de a stabili indicii de performanță care permit de a aprecia dacă sistemul proiectat satisface cerințelor impuse. Performanțele sistemului pot fi prezentate în domeniul timp, în domeniul frecvență și în planul complex al rădăcinilor ecuației caracteristice [49], [86], [106], [111].

În domeniul timp pentru aprecierea calității reglării se utilizează semnalul-tip funcția treaptă. Răspunsul sistemului la un astfel de semnal permite evidențierea unui șir de performante ale sistemului automat.

1. Eroarea staționară absolută, reprezintă valoarea erorii de reglare în regim staționar:

$$\varepsilon_{st} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_{st}(t) - y(t)) = \lim_{s \rightarrow 0} s\varepsilon(s). \quad (1.11)$$

2. Durata regimului tranzitoriu t_r , care reprezintă timpul necesar ca răspunsul sistemului să intre în zona de $\pm 5\%$ din valoarea regimului staționar y_{st} .

3. Suprareglajul se determină din următoarea relație:

$$\sigma = \frac{y_{max} - y_{st}}{y_{st}} = \frac{\Delta h}{y_{st}}. \quad (1.12)$$

În cazul sistemelor cu regim tranzitoriu aperiodic, suprareglajul este nul.

4. Numărul de oscilații λ , abaterea de la regimul staționar pe durata regimului de reglare.
5. Timpul de creștere t_c , indică viteza de creștere până la atingerea regimului staționar cu eroarea dată și reprezintă intervalul de timp în care mărimea de ieșire se modifică de la valoarea $0.1 y_{st}$ la valoarea $0.95 y_{st}$.

6. Timpul primului maxim sau de atingere a abaterii maxime a mărimii de ieșire în regim tranzitoriu t_σ .

7. Perioada oscilațiilor T pentru regimul oscilant amortizat $T = \frac{1}{\omega_n}$, unde $\omega_n = \frac{1}{T}$ este pulsația naturală.

În afară de satisfacerea performanțelor sistemului sintetizat, se impune ca sistemul să fie și robust. Robustețea reprezintă menținerea regimului de funcționare, cu păstrarea performanțelor sistemului, la acțiunea semnalelor externe și modificarea parametrilor obiectului de la valorile inițiale.

1.4 Algoritmi și structuri de conducere automată

Se consideră o structură convențională de sistem automat (figura 1.7), unde prin $H_R(s)$ s-a notat funcția de transfer a regulatorului, iar prin $H_{PF}(s)$ – funcția de transfer a părții fixate. Dependența mărimii de ieșire a regulatorului în raport cu eroarea sistemului $u = f(\varepsilon)$ se numește lege sau algoritm de reglare [11], [12], [70], [74].

Structura regulatorului se sintetizează sau se alege în dependență de modelul obiectului,

obiectivele reglării și cerințele de calitate impuse. După structură, regulatoarele pot fi de două tipuri:

1. Cu structură variabilă, când funcția de transfer a regulatorului se determină separat pentru fiecare problemă de automatizare.
2. Cu structură fixă, când funcția de transfer a regulatorului este cunoscută.

Practica de automatizare a proceselor tehnologice demonstrează că o utilizare largă au găsit regulatoarele cu structură fixă de ordin redus, care funcționează în baza algoritmului de tip PID și variațiile lui. Algoritmul PID implică trei componente separate: componenta proporțională P, componenta integrativă I și componenta derivativă D (anticipația). Valoarea proporțională determină reacția la eroarea actuală, valoarea integrală determină răspunsul pe baza sumei erorilor recente și valoarea derivativă determină răspunsul în funcție de nivelul de variație a erorii. Media ponderată a acestor acțiuni este folosită pentru a regla procesul printr-un element de execuție [11], [12], [66], [67], [74], [81], [83].

1.4.1 Algoritmul proporțional P

Este determinat de următoarea lege de reglare prezentată prin ecuația diferențială și funcția de transfer sub forma:

$$u(t) = u_p(t) = k_p \varepsilon(t), \quad (1.13)$$

$$H_P(s) = k_p, \quad (1.14)$$

unde k_p este parametrul de acord al algoritmului proporțional.

Este un element ideal și mărimea de reglare $u(t)$ este proporțională cu eroarea sistemului $\varepsilon(t)$. Sistemul cu obiectul static și regulator P este un sistem static și eroarea staționară va fi diferită de zero. Odată cu majorarea lui k_p abaterea staționară a sistemului se va micșora, însă performanțele în regim tranzitoriu vor scădea [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80].

1.4.2 Algoritmul proporțional-derivativ PD

Funcționarea regulatorului PD ideal (cu anticipație) în regim dinamic poate fi prezentată prin intermediul următoarei ecuații diferențiale:

$$u(t) = k_p \varepsilon(t) + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = k_p \varepsilon(t) + k_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = u_p(t) + u_D(t), \quad (1.15)$$

unde k_p este parametrul componentei proporționale, $T_d = k_d$ este constanta de timp de derivare.

Mărimea-efect a acestui algoritm este alcătuită din două componente: componenta $u_p(t)$ proporțională cu eroarea și componenta $u_D(t)$ proporțională derivatei erorii.

Se descrie cu următoarea funcție de transfer:

$$H_{PD}(s) = k_d s + k_p, \quad (1.16)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii de acord ai algoritmului proporțional-derivativ.

Introducerea în circuitul sistemului a unui regulator PD aduce la modificarea domeniului de stabilitate și a creșterii vitezei de răspuns a procesului tranzitoriu. Acțiunea derivativă, proporțională vitezei de variație a erorii, majorează semnalul când crește, și invers – îl micșorează suplimentar când începe a descrește. Prin urmare, o astfel de acțiune forțează decurgerea procesului tranzitoriu. Însă, în regim staționar componenta derivativă este eliminată și sistemul se reduce la un sistem cu regulator de tip P, unde abaterea este diferită de zero [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80], [121].

În algoritmul PD real componenta derivativă ideală se filtrează cu un element de întârziere de ordinul unu și, în acest caz, funcția de transfer obține forma:

$$H_{PD}(s) = \frac{k_d s}{T_p s + 1} + k_p, \quad (1.17)$$

unde $T_p = (0.1 \dots 0.125)T_d$ este constanta de timp parazitară sau de filtrare [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80], [121].

1.4.3 Algoritmul proporțional-integrativ PI

Dinamica funcționării regulatorului tipizat PI se descrie cu următoarea ecuație diferențială

$$u(t) = k_p \varepsilon(t) + (1/T_i) \int_0^t \varepsilon(t) dt = k_p \varepsilon(t) + k_i \int_0^t \varepsilon(t) dt = u_p(t) + u_I(t), \quad (1.18)$$

unde k_p este parametrul componentei proporționale, T_i – constanta de timp de integrare, iar $k_i = \frac{1}{T_i}$. Comanda $u(t)$ este alcătuită din două componente: o mărime de comandă proporțională cu eroarea $u_p(t)$ și o altă mărime de comandă proporțională cu integrala erorii $u_I(t)$. Astfel, se obține un algoritm de reglare de tip proporțional-integrativ (PI) [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80], [121].

Funcția de transfer a unui astfel de regulator este determinată de următoarea expresie:

$$H_{PI}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}, \quad (1.19)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii de acord ai algoritmului proporțional-integrator.

Utilizarea unui astfel de regulator ridică gradul de astatism al sistemului și introduce anticipație (un zero), care compensează inerția cea mai nefavorabilă (un pol) al procesului condus.

Un sistem de reglare automată cu un astfel de regulator va fi un sistem astatic. Eroarea staționară ε_{st} este nulă, atât pentru o variație la intrare tip treaptă unitară, cât și pentru o variație tip rampă unitară. În regim staționar acțiunea de tip integrator se compensează și sistemul se reduce la un sistem cu regulator de tip P. Iar în regim dinamic un sistem automat cu regulator de tip PI se caracterizează printr-o comportare oscilatorie, deoarece amortizarea este inferioară celei a unui

sistem cu regulator de tip P [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80].

1.4.4 Algoritmul proporțional-integro-derivativ PID

Adăugând în algoritmul de funcționare a regulatorului PI a unei componente de tip D, proporțională cu viteza de variație a erorii, se obține algoritmul de reglare PID ideal, ecuația diferențială a căruia se prezintă astfel [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80], [122]:

$$\begin{aligned} u(t) &= k_p \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = k_p \varepsilon(t) + k_i \int_0^t \varepsilon(t) dt + k_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \\ &= u_p(t) + u_I(t) + u_D(t). \end{aligned} \quad (1.20)$$

Funcția de transfer a regulatorului PID real are forma

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{1}{T_i s} + T_d s = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (1.21)$$

unde k_p , k_i , k_d sunt parametrii de acord ai algoritmului proporțional-integro-derivativ.

Realizarea fizică a regulatorului PID ideal nu e posibilă, deoarece gradul polinomului de la numărător este mai mare decât gradul polinomului de la numitor. De aceea, în structura reguletoarelor PID reale se utilizează componenta D reală, iar funcția de transfer este următoarea:

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{T_p s + 1}, \quad (1.22)$$

unde $T_p = (0.1 \dots 0.125) T_d$ [12], [72], [73], [75], [76], [77], [78], [80], [122].

1.5 Metode de sinteză a regulatorului automat

Există diverse modalități de a sintetiza reguletoare, care se clasifică în: metode analitice, metode grafo-analitice, metode experimentale, metode numerice, metode de optimizare, etc. [12], [32], [33], [59], [68], [86], [92], [95], [96], [99], [109], [114]. În continuare, se vor expune și analiza câteva dintre metodele tradiționale și moderne de sinteză a reguletoarelor automate, care sunt deosebit de interesante din perspectiva aplicabilității și/sau a calității reglării.

1.5.1 Metoda Ziegler-Nichols

Pentru prima oară o metodă de calculul a parametrilor de acord ai reguletoarelor PID a fost propusă de Ziegler și Nichols în anul 1942, care sub diferite modifiții se utilizează pe larg și în prezent [12], [32], [33], [59], [68], [86], [111]. Metoda clasică se bazează pe asigurarea unui raport de $\frac{1}{4}$ între amplitudinea celei de a doua oscilații pozitive și amplitudinea primei oscilații pozitive (amortizare în sfert de amplitudine) și presupune următoarele etape.

Pentru un regulator PID se fixează $T_i \rightarrow \infty$, $T_d = 0$ și se modifică coeficientul de transfer k_p a componentei P până ce mărimea de ieșire $y(t)$ a sistemului intră într-un regim de oscilații întreținute, deci sistemul ajunge limita de stabilitate (regim critic). Parametrii regimului critic al

sistemului – valoarea coeficientului de transfer $k_{p_{cr}}$ și perioada oscilațiilor neamortizate $T_{p_{cr}}$ sunt utilizați pentru determinarea parametrilor optimali de acord ai algoritmilor de reglare P, PI, PID și expresiile de calculul se prezintă în tabelul 1.3.

Tabelul 1.3. Calculul parametrilor de acord după Ziegler-Nichols

Tip regulator	k_p	k_i	k_d
P	$0.5k_{p_{cr}}$	–	–
PI	$0.45k_{p_{cr}}$	$0.54 \frac{k_{p_{cr}}}{T_{p_{cr}}}$	–
PID	$0.6k_{p_{cr}}$	$1.22 \frac{k_{p_{cr}}}{T_{p_{cr}}}$	$0.075k_{p_{cr}}T_{p_{cr}}$

Avantaje: Este o metodă simplă, experimentală în aplicare, metoda poate fi aplicată pe obiectul real și pe modelul lui, astfel înlăturând dificultățile legate de identificarea cu precizie și comportarea neliniară a proceselor, precum și caracterul aleatoriu al perturbațiilor ce intervin.

Dezavantaje: Metoda se recomandă doar pentru procese lente la care perturbațiile sunt determinate de sarcină și au o durată mare; nu poate fi aplicată pentru obiectele reale care nu permit existența oscilațiilor întreținute; nu presupune sinteza sistemelor cu performanțe impuse; oferă procese tranzitorii oscilante cu un grad de amortizare redus; nu ia în considerație cerințele față de rezerva de stabilitate a sistemului; calitatea reglării sistemelor sintetizate după această metodă deseori este nesatisfăcătoare și necesită o ajustare suplimentară.

1.5.2 Metoda amplitudinii optime

Ideea de bază a metodei este de a menține valoarea funcției de transfer a sistemului în buclă închisă la nivel de unitate față de mărimea de comandă [12], [32], [33], [59], [68], [86], [111]. Modelul obiectului reglat pentru care se sintetizează regulatorul după această metodă se prezintă astfel:

$$H_{PF}(s) = k \frac{1+b_1s+b_2s^2+\dots+b_ms^m}{1+a_1s+a_2s^2+\dots+a_ns^n} e^{-\tau s}, \quad m < n,$$

unde k este coeficientul de transfer al obiectului, a_i, b_j - parametrii modelului obiectului, τ - timpul mort.

Parametrii de acord k_p, k_i, k_d ai regulatorului PID standard se determină din ecuația matriceală:

$$\begin{bmatrix} k_p \\ k_i \\ k_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -A_1 & A_0 & 0 \\ -A_3 & -A_2 & -A_1 \\ -A_5 & A_4 & -A_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Coeficienții matricei se determină în conformitate cu următoarele expresii:

$$A_0 = k, A_1 = k(a_1 - b_1 + \tau),$$

$$A_k = k \left((-1)^{k+1} (a_k - b_k) + \sum_{i=1}^k (-1)^{k+i} \frac{\tau^i b_{k-i}}{i!} \right) + \sum_{i=1}^{k-1} (-1)^{k+i-1} A_i a_{k-i}.$$

Avantaje: Este o metodă analitică; poate fi aplicată pentru obiecte complexe; oferă procese tranzitorii de tip aperiodic, performanțe ridicate în regim dinamic, cum ar fi suprareglajul și timpul de reglare.

Dezavantaje: Impune un volum de calcule matriceale, iar pentru executarea lor rapidă și eficientă este necesar de a utiliza pachete specializate de programe; nu permite sinteza sistemelor cu performanțe impuse. Un alt dezavantaj este și faptul că metoda este elaborată pentru optimizarea performanței de urmărire, iar în ceea ce privește rejecția perturbațiilor de sarcină ea atestă performanțe reduse, în special pentru procese de ordin redus.

1.5.3 Metoda Coon

Funcția de transfer a părții fixate se prezintă prin relația [12], [32], [33], [59], [68], [86], [111]:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(1+T_{d1}s)(1+T_{d2}s)\dots(1+T_{dm}s)}{(1+T_1s)(1+T_2s)\dots(1+T_ns)} e^{-\tau s},$$

unde k este coeficientul de transfer, $\overline{T_{d1}}, \overline{T_{dn}}, \overline{T_1}, \overline{T_n}$ – constante de timp, τ - timpul mort.

Un parametru care caracterizează rapiditatea obiectelor reglate este constanta sumară de timp T_Σ care se determină de relația:

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 + \dots + T_n - T_{d1} - T_{d2} - \dots - T_{dm} + \tau.$$

O particularitate a metodei Coon este faptul că pentru determinarea valorilor constantei de timp sumare și a timpului mort a obiectului se utilizează atât funcția de transfer, cât și răspunsul indicial al obiectului reglat la semnalul treaptă unitară.

Funcția de transfer a regulatorului PID se prezintă în forma următoare

$$H_{PID}(s) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right),$$

unde k_p, T_i, T_d sunt parametrii de acord ai regulatorului.

Pentru obținerea expresiilor de calcul ai parametrilor de acord ai reglatoarelor de tipul P și PI, obiectul reglat se aproximează cu funcția de transfer cu inerție de ordinul doi

$$H(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} = \frac{k}{(0,5T_\Sigma + 1)^2},$$

unde k este coeficientul de transfer, $T_1 = T_2 = 0,5T_\Sigma$.

Pentru reglatoare PD și PID, obiectul reglat se aproximează cu funcția de transfer cu inerție de ordinul trei

$$H(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \frac{k}{(0,333T_\Sigma + 1)^3},$$

unde k este coeficientul de transfer, $T_1 = T_2 = T_3 = 0,333T_\Sigma$.

Parametrii de acord k_i, k_d ai regulatorului PID se aleg din considerente ca să se compenseze doi poli dominanți ai obiectului, iar k_p se alege astfel încât coeficientul de amortizare a conturului să fie egal cu $\sqrt{2}/2$. Acest raport asigură dinamica optimală a sistemului în ceea ce privește durata regimului tranzitoriu și valoarea suprareglajului.

Expresiile pentru calculul parametrilor de acord ai reglatoarelor tipizate, în conformitate cu metoda Coon, se prezintă în tabelul 1.4.

Pentru reglatoarele PI și PID se utilizează reglarea rapidă, însă ea se recomandă pentru obiecte cu inerție de ordinul unu și doi. Pentru obiecte cu inerție de ordin $n > 2$ se recomandă reglarea normală.

Tabelul 1.4. Calculul parametrilor de acord ai reglatoarelor după metoda Coon

Tipul reglării	Tip regulator	Parametrii de acord ai regulatorului		
		k_p	T_i	T_d
Normală	P	$1/k$	–	–
	PD	$1/k$	–	$0.33T_\Sigma$
	PI	$0.5/k$	$0.5T_\Sigma$	–
	PID	$1/k$	$0.66T_\Sigma$	$0.167T_\Sigma$
Rapidă	PI	$1/k$	$0.7T_\Sigma$	–
	PID	$2/k$	$0.8T_\Sigma$	$0.1194T_\Sigma$

Avantaje: Este o metodă simplă, poate fi aplicată pentru obiecte complexe, oferă performanțe satisfăcătoare ale sistemului proiectat, procese tranzitorii aperiodice cu un suprageglaj mic, posedă două tipuri de reglare: normală și rapidă, ceea ce permite, pentru anumite modele de obiecte, reducerea duratei regimului tranzitoriu.

Dezavantaje: Metoda aproximează obiectul reglat cu modele cu inerție de ordinul doi sau trei, nu permite sinteza sistemelor cu performanțe impuse, utilizarea reglării rapide oferă performanțe ridicate doar pentru obiecte cu inerție de ordinul unu și doi.

1.5.4 Metoda criteriilor integrale

Metoda utilizează criteriile integrale pentru minimizarea unui indice integral de performanță, care să caracterizeze comportarea reală a sistemului în raport cu comportarea ideală [12], [32], [33], [59], [68], [86], [111]. Dacă de exemplu, se notează cu $\varepsilon(t)$ abaterea sistemului față de comportarea ideală, criteriul global de performanță care poate fi utilizat pentru proiectare se definește în forma:

$$I = \int_0^\infty L[\varepsilon, t] dt \rightarrow \min,$$

unde $L[\varepsilon, t]$ este o funcție liniară sau neliniară de argumentele $\varepsilon(t)$ și t și poate primi diverse forme, ținând seama de particularitățile procesului și de forma răspunsului sistemului pentru mărimi exogene standard.

Utilizarea criteriilor integrale pătratică în proiectarea sistemelor de reglare automată permite, în cadrul unor structuri date de sisteme automate pentru algoritmi de reglare selectați și modele de obiecte cu parametri cunoscuți, determinarea valorilor optime ale parametrilor de acord, care minimizează funcționala de mai sus.

Metoda presupune câteva etape: se alege un criteriu de calitate, care poate fi unul din indicii de performanță ai sistemului, la care se adaugă restricțiile funcționale. În rezultat se obține o funcție obiectiv, care depinde de parametri necunoscuți ai regulatorului $I = f(k_1, k_2, \dots, k_n)$.

Cunoașterea funcției obiectiv $I = f(k_1, k_2, \dots, k_n)$ permite de a formula problema de optimizare parametrică cu restricții, ținând cont că parametri de acord ai unui regulator se regăsesc într-un domeniu admisibil, fiind supuși unor restricții de tip egalitate sau/și restricții de tip inegalitate. Utilizând metode de calcul numeric se găsește soluția optimă în dependență de parametrii algoritmului de reglare:

$$I = f(k_1, k_2, \dots, k_n) \rightarrow \min.$$

Pentru rezolvarea problemelor de optimizare parametrică pot fi utilizate metode directe, metode de gradient de ordinul unu, de ordinul doi și metode de transformare [12], [32], [33], [59], [68], [86], [111]. În calitate de criterii de selectare a metodei pot fi: viteza de convergență, numărul de iterații, efortul de calcul, capacitatea de memorie necesară rezolvării problemei etc. Metoda se realizează în pachetul de programe MATLAB.

Avantaje: Metoda optimizării parametrice, în baza criteriilor integrale, caracterizează comportamentul global, care include atât performanțele dinamice, cât și cele staționare ale sistemului proiectat, asigură optimizarea regimurilor dinamice, determinate în raport cu mărimea de referință, cât și în raport cu perturbațiile, poate fi aplicată pentru obiecte complexe, oferă performanțe ridicate ale sistemului proiectat atât în regim tranzitoriu, cât și în regim staționar.

Dezavantaje: Metoda necesită un volum ridicat de calcule și ca rezultat oferă o viteză redusă de căutare a minimumului, de aceea în practica proiectării se urmărește exprimarea directă a indicelui de performanță, prin substituirea integrării în domeniul timpului și necesită utilizarea proiectării asistate de calculator. În unele cazuri procedura de calcul poate să diverge de la valorile optime.

1.5.5 Sinteza optimală a reglatoarelor după criteriul gradului maximal de stabilitate

În lucrarea [101] A. M. Shubladze a propus metoda de sinteză optimală a reglatoarelor de tip PID pentru sisteme de reglare automată cu grad maximal de stabilitate, și care a fost ulterior

dezvoltată în lucrarea [102]. Problema de sinteză optimală a reguletoarelor după criteriul gradului maximal de stabilitate se formulează în felul următor.

Se consideră că obiectul reglat descris cu următoarea ecuație diferențială:

$$y^{(n)}(t) + \sum_{i=1}^n a_i y^{(n-i)}(t) = ku(t), \quad (1.23)$$

unde $u(t)$ este mărimea de comandă (algoritmul de reglare), $y(t)$ - variabila de ieșire a obiectului, a_i - coeficienții ce exprimă inerția obiectului ($i = 1, \dots, n$), k - coeficientul de transfer.

Se cere să se sintetizeze algoritmul de reglare în forma,

$$u(t) = -\sum_{j=1}^m b_j y^{(m-j)}(t), \quad m \leq n - 1, \quad (1.24)$$

care asigură pentru coeficienții cunoscuți ai obiectului reglat a_i ($i = 1, \dots, n$) și k gradul maximal de stabilitate J_0 al sistemului (1.23), (1.24), unde

$$J_0 = \max_{b_j} (-\text{Rep}_n(b_j)) > 0, \quad (1.25)$$

unde Rep_n este partea reală a rădăcinii ecuației caracteristice mai apropiate de axa imaginară, amplasate în semiplanul stâng C^- în planul complex al rădăcinilor:

$$A(p, b_j) = p^n + \sum_{i=1}^n a_i p^{n-i} + k \sum_{j=1}^m b_j p^{m-j} = 0 \quad (1.26)$$

sau

$$J_0 = \text{Rep}_n = -\min_{b_j} \max_{i=1, \dots, n} \text{Rep}_i(b_1, \dots, b_m), \quad (1.27)$$

unde $p_i(b_1, \dots, b_m)$ primesc valori, încât $A(p_i(b_1, \dots, b_m)) = 0$.

În expresiile (1.25) și (1.26) prin b_j ($j = 1, \dots, m$) s-au notat parametrii de acord (pentru reguletoarele de tip PID - k_p, k_i, k_d), iar prin m - numărul lor în algoritmul de reglare $u(t)$.

Problema în studiu se soluționează în două etape. În primul rând este necesar de a estima numărul parametrului m al algoritmului de reglare $u(t)$ (1.24), în al doilea rând se cere de a determina valorile parametrilor de acord b_j ($j = 1, \dots, m$), pentru care se atinge gradul maximal de stabilitate J_0 al sistemului (1.23), (1.24).

Estimarea valorii lui m e posibilă cu ajutorul următoarei afirmații [50], [51], [52]: pentru ca sistemul (1.23), (1.24) să fie stabil, e necesar ca coeficienții polinomului

$$A_{n-m}(p) = A_n^{(m)}(p) = p^{n-m} + \sum_{i=1}^{n-m} a_{i+m} p^{n-m-i} = 0, \quad (1.28)$$

care se obține prin operații de derivare de ordinul m a ecuației caracteristice (1.26), să satisfacă condițiile Hurwitz.

Pentru ca afirmația de mai sus să se respecte, numărul parametrilor de acord m ai regulatorului nu trebuie să depășească $m \leq n - 1$ (n - gradul ecuației caracteristice a sistemului automat).

Alegerea optimală a parametrilor b_j , ($j = 1, \dots, m$) ai algoritmului de reglare $u(t)$ poate fi

efectuată în baza afirmației, că rădăcinile derivatei după p ale polinomului de variabilă p sunt amplasate în același domeniu circular ca și rădăcinile polinomului inițial [47].

De aici reiese că dacă prin alegerea parametrilor b_j putem ajunge la situația că în planul complex al rădăcinilor, rădăcina limită din dreapta a polinomului caracteristic inițial (1.26) coincide cu rădăcina limită din dreapta a derivatei lui de ordinul m (1.28), atunci parametrii găsiți b_j vor fi optimali în sensul asigurării GMS al sistemului proiectat.

Se introduce noțiunea de grad maximal de stabilitate J_0 al sistemului și în ecuația caracteristică inițială (1.22) se efectuează substituția $p = -J$.

$$A_n^{(0)}(-J, b_j) = (-J)^n + \sum_{i=1}^n a_i (-J)^{n-i} + k \sum_{j=1}^m b_j (-J)^{m-j} = 0. \quad (1.29)$$

Pentru determinarea valorii lui J_0 ecuația caracteristică (1.28) este derivată de m ori pe variabila J (conform numărului de parametri de acord prezenți în legea de reglare respectivă)

$$A_{n-m}(-J) = A_n^{(m)}(-J) = 0. \quad (1.30)$$

Expresia obținută (1.30) reprezintă o ecuație algebrică de gradul respectiv de variabilă J , și soluționarea ei permite determinarea gradelor maximale de stabilitate ale sistemului $J_i, i = 1, \dots, (n - m)$. Gradul optimal de stabilitate al sistemului se determină conform relației (1.27):

$$J_0 = ReJ_{n-m} = \min_{b_j} \max_{i=1, (n-m)} ReJ_i, \quad (1.31)$$

unde ReJ_i sunt rădăcinile reale sau părțile reale ale rădăcinilor complexe ale ecuației algebrice (1.29). În alt sens, valoarea optimală J_0 este cea mai mică rădăcina pozitivă a acestei ecuații.

Utilizând valoarea gradului maximal de stabilitate J_0 , și sistemul de ecuații algebrice alcătuit din ecuația (1.30) și cele $(m - 1)$ derivate ale acesteia pe variabila J :

$$A_n^{(j)}(-J, b_j) = 0, (j = 0, \dots, (m - 1)), \quad (1.32)$$

se determină valorile optimale ale parametrilor de acord ai algoritmului de reglare, în sensul asigurării gradului maximal de stabilitate:

$$b_j = f_j(k, a_0, a_1, \dots, a_n, J), j = 1, \dots, m. \quad (1.33)$$

Avantaje. Este o metodă analitică, simplă în aplicare, care se reduce la soluționarea unui sistem de ecuații algebrice, nu impune restricții asupra complexității obiectelor reglate și poate fi utilizată pentru diverse tipuri de obiecte reglate: cu inerție de grad arbitrar, cu inerție și elemente identice, cu inerție și astatism, cu inerție și timp mort, cu inerție, astatism și timp mort. Oferă sistemului proiectat un grad maximal de stabilitate, robustețe la variația parametrilor obiectului, procese tranzitorii cu un suprareglaj redus și performanțe ridicate atât în regim tranzitoriu, cât și în regim staționar. Datorită faptului că metoda permite obținerea expresiilor analitice pentru calculul parametrilor de acord ai regulatorului în funcție de parametrii obiectului reglat, există posibilitatea sintezei sistemelor automate adaptive.

Dezavantaje. În cazul obiectelor de reglare complexe, cu inerție de grad înalt, metoda impune dificultăți ridicate în ceea ce privește soluționarea sistemului de ecuații de ordin înalt pentru determinarea expresiilor de calcul a parametrilor de acord și a ecuației algebrice pentru estimarea gradului maximal de stabilitate. Procedura de calcul se complică și mai mult dacă obiectul conține și timp mort. Metoda nu oferă posibilități de sinteză a reguletoarelor pentru sistemul automat cu performanțe impuse.

1.6 Formularea problemei și direcțiile de cercetare

După examinarea resurselor bibliografice și a informației actuale din domeniu, s-a constatat absența unor metode eficiente de sinteză a algoritmilor de conducere cu obiecte avans-întârziere, astatism și timp mort. În același timp, este mult mai practic de a obține expresii algebrice pentru coeficienții de acordare ai algoritmului de reglare și parametrii cunoscuți ai obiectului de reglare. Expresiile analitice de acordare, pe de o parte, au avantajul simplificării calculului parametrilor regulatorului în comparație cu metodele și algoritmi de sinteză care includ proceduri dificile, iar pe de altă parte, utilizarea expresiilor analitice este o bună alternativă în cazul reguletoarelor cu autoacordare și a sistemelor automate adaptive, unde reacordarea regulatorului se efectuează în funcție de variația parametrilor obiectului reglat în timpul funcționării sistemului [32], [36], [37], [38], [39], [68], [111].

Unul din criteriile utilizate la proiectarea sistemelor de reglare automată este criteriul gradului maximal de stabilitate. Sistemele sintetizate în baza acestui criteriu se caracterizează prin rapiditate, un suprareglaj redus și robustețe la variația parametrilor obiectului reglat [30], [106]. Criteriul gradului maximal de stabilitate presupune deplasarea față de axa imaginară a domeniului de localizare a rădăcinilor dominante în planul complex al rădăcinilor, astfel ca performanțele sistemului să fie satisfăcute. În acest caz gradul de stabilitate este maximal. Acest fapt implică reducerea duratei regimului tranzitoriu și un grad ridicat de stabilitate al sistemului, ceea ce, la rândul său, conduce la păstrarea performanțelor satisfăcătoare și asigurându-se o robustețe ridicată a sistemului.

În majoritatea cazurilor se utilizează abordarea propusă în [106]. În conformitate cu această abordare, se introduce noțiunea de grad maximal de stabilitate J și ecuația caracteristică a sistemului, prin substituția variabilei $p = -J$, care se transformă într-o ecuație ce satisface condițiile limitei de stabilitate, din care, după unele transformări și derivări pe variabila gradului de stabilitate J se obține un sistem de ecuații algebrice pe necunoscutele parametrii de acord ai algoritmului de reglare și gradul maximal de stabilitate care se soluționează și se determină gradul maximal de stabilitate și valorile numerice ale parametrilor.

Toate aceste metode permit obținerea expresiilor analitice pentru calculul gradului

maximal de stabilitate și a parametrilor de acord ai regulatorului doar pentru obiecte de ordin redus cu fază minimă, iar pentru obiecte de ordin ridicat și cu timp mort procedura de sinteză se complică și necesită utilizarea tehnicii numerice de calcul. Majoritatea metodelor, în afară de faptul că asigură un grad maximal de stabilitate, nu permit sinteza sistemelor de reglare automată cu performanțe impuse.

Reieșind din aceste considerente, s-au formulat problema și direcțiile de cercetare, care constau în elaborarea, în baza criteriului gradului maximal de stabilitate, a metodelor și algoritmilor noi de sinteză a reguloarelor de tip PID și variațiile lui, pentru diverse obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort cu parametrii constanți, care ar satisface cerințele: să fie simpli în aplicare și să necesite un volum redus de calcule, să ofere sistemului performanțe și robustețe ridicate, să poată fi utilizate atât pentru sinteza sistemelor de reglare automată convenționale, cât și pentru sinteza sistemelor automate cu autoacordare și adaptive.

1.7 Concluzii la capitolul 1

S-a definit noțiunea de model matematic de tipul modele de obiecte cu avans-întârziere cu fază minimă de ordinul unu, doi, trei și patru, cu sau fără astatism și timp mort a procesului industrial.

S-au prezentat modelele algoritmilor de reglare tipici P, PI, PD și PID și metode cunoscute de acordare a acestora: metoda Ziegler-Nichols, metoda Coon, metoda optimizării parametrice.

S-a formulat problema și direcția de cercetare.

Domeniul de cercetare include aspecte teoretice și practice ale sintezei algoritmilor de conducere cu procese complexe, approximate cu modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, evaluarea performanțelor și robusteții sistemelor automate.

2 SINTEZA ALGORITMILOR DE CONDUCERE PENTRU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE CU FAZĂ MINIMĂ ȘI ASTATISM ÎN BAZA METODEI GRADULUI MAXIMAL

2.1 Algoritmul metodei gradului maximal de stabilitate

Se consideră structura convențională a unui sistem cu conducere automată prezentată în figura 2.1 cu reacție unitară, alcătuită din partea fixată (PF) descrisă cu funcția de transfer $H_{PF}(s)$ și regulatorul automat descris cu funcția de transfer $H_R(s)$. Semnalul de intrare $r(t) = 1(t)$ este treaptă unitară, $\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$ este eroarea sistemului, $u(t)$ – mărimea de conducere, $y(t)$ – ieșirea sistemului, $p(t)$ – perturbația sistemului.

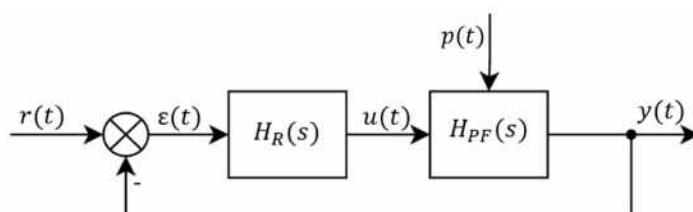


Figura 2.1. Schema bloc structurală a sistemului cu conducere automată

Funcția de transfer a părții fixate cu astatism are forma generalizată:

$$H_{PF}(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_0}{s(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0)} = \frac{B(s)}{sA(s)}, \quad m \leq n, \quad (2.1)$$

unde $B(s)$ este polinomul de ordinul m cu coeficienții $\overline{b_0, b_m}$, care exprimă proprietățile de anticipație a procesului, $A(s)$ – polinomul de ordinul n cu coeficienții $\overline{a_0, a_n}$, care exprimă proprietățile interne ale procesului (inerția), s – astatism de gradul unu. Relația $m \leq n$ exprimă condițiile de realizabilitate fizică a procesului [7], [8], [9], [16], [50], [67], [69], [70].

Se formulează problema de a sintetiza algoritmul de conducere cu obiectul de reglare (2.1). Algoritm de conducere se descrie cu funcția de transfer [7], [8], [9], [16], [50], [67], [69], [70]:

$$H_R(s) = \sum_{i=0}^r k_i s^{(i-1)}, \quad (2.2)$$

unde k_i reprezintă parametrii de acord ai legii de reglare utilizată, r – numărul parametrilor de acord.

Problema de acordare a parametrilor regulatorului constă în asigurarea gradului maximal de stabilitate al sistemului proiectat pentru legea de reglare aleasă.

Ecuția caracteristică a sistemului automat închis, utilizând relațiile (2.1) și (2.2) se prezintă în forma:

$$D(p, k_i) = \frac{A(p)}{B(p)} + \sum_{i=0}^r k_i p^{(i-1)} = 0, \quad (2.3)$$

unde p este operatorul de derivare, $k = (k_0, k_1, \dots, k_r)$ – parametrii de acord ai legii de reglare alese.

Conform metodei gradului maximal de stabilitate se aplică substituția $p = -J$, unde J este gradul maximal de stabilitate al sistemului sintetizat și ecuația caracteristică (2.3) este:

$$D(-J, k_z) = \frac{A(-J)}{B(-J)} + \sum_{z=0}^r k_z (-J)^{(z-1)} = 0. \quad (2.4)$$

Efectuând operații de derivare pe variabila J a expresiei (2.4), se obține sistemul de ecuații algebrice care permite de a calcula parametrii de acord ai regulatorului și gradul optimal de stabilitate J prezentat în forma:

$$\begin{cases} k_z = f(a_i, b_j, J), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \\ J = g(a_i, b_j, J), i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, \end{cases} \quad (2.5)$$

unde k_z reprezintă parametrii regulatorului ($z = \overline{0, r}$), a_i, b_j sunt coeficienții obiectului, $f(a_i, b_j, J)$ este funcție neliniară de gradul de stabilitate, $g(a_i, b_j, J)$ – funcție neliniară de gradul de stabilitate [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27].

Din expresia a doua din (2.5) ca ecuație algebrică se determină valoarea gradului optimal de stabilitate J_{opt} , care este cea mai mică parte reală pozitivă a rădăcinii reale sau complexe [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27]:

$$J = J_{opt} = \min \text{Rep}_i, \quad (2.6)$$

unde $\text{Rep}_i < 0$ reprezintă rădăcinile ecuației caracteristice situate în semiplanul stâng C^- al planului complex al rădăcinilor.

În rezultatul determinării lui J_{opt} , din (2.5) se calculează parametrii regulatorului k_i , în baza sistemului de ecuații algebrice (2.5).

Conform cu descrierea metodei gradului maximal de stabilitate, algoritmul de acordare a reguletoarelor automate include o serie de pași [101], [102], [123]:

1. Se stabilește legea de reglare dorită.
2. Se calculează funcția de transfer a sistemului automat închis cu algoritmul ales.
3. Se obține ecuația caracteristică a sistemului automat închis.
4. Se substituie $p = -J$ în ecuația caracteristică de la pasul 3.
5. Se derivă pe variabila J ecuația caracteristică de la pasul 4 de un număr de ori egal cu numărul parametrilor regulatorului ales.
6. Din ecuația obținută la pasul 5 se determină rădăcinile acesteia, care reprezintă gradele maximale de stabilitate ale sistemului automat proiectat, iar valoarea gradului optimal J_{opt} este rădăcina cu cea mai mică valoare absolută a părții reale sau partea reală a rădăcinii complexe.
7. Utilizând J_{opt} și ecuațiile algebrice obținute la pasul 5, se efectuează calculul valorilor parametrilor legilor de reglare alese (P, PI, PD, PID).
8. Se verifică performanțele sistemului de reglare automată proiectat prin simulare pe calculator [28], [31].

Dacă performanțele sistemului sunt satisfăcute, atunci procedura de sinteză s-a încheiat, iar dacă performanțele sistemului nu sunt satisfăcute, atunci procedura se reia de la început cu alt tip de lege de reglare sau altă metodă.

În scopul reducerii timpului necesar pentru efectuarea calculelor parametrilor regulatorului a fost elaborat un pachet de programe cu cod deschis *GMS-Calcul-DM*, utilizând limbajul *Python* [91]. Codul sursă a programul este prezentat în Anexa 2.

2.2 Acordarea algoritmilor PI, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1s+1)}{T_2s+1} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s+a_1}, \quad (2.7)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{k_p(b_0s+b_1)}{a_0s+a_1+k_p(b_0s+b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.8)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, k_p – parametrul regulatorului P, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

Ecuția caracteristică a sistemului cu regulatorul PI este:

$$\begin{aligned} D(s) &= 1 + H_R(s)H_{PF}(s) = 1 + \frac{k_p s + k_i}{s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s + a_1} = \\ &= \frac{a_0 s^2 + a_1 s}{b_0 s + b_1} + k_p s + k_i = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$D(-J) = \frac{a_0 J^2 - a_1 J}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (2.10)$$

Parametrii de acord k_p și k_i ai algoritmului PI se determină:

$$k_p = \frac{-a_0 b_0 J^2 + 2a_0 b_1 J - a_1 b_1}{(b_1 - b_0 J)^2} = k_p(J), \quad (2.11)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^2 + a_0 J}{b_1 - b_0 J} + k_p J = k_i(J). \quad (2.12)$$

Se variază $J = 0 \dots \infty$, se calculează și se construiesc curbele $k_p(J), k_i(J)$. Se aleg seturi de valori $J_i - k_{pi}, k_{ii}$ și prin simulare a sistemului cu parametrii k_{pi}, k_{ii} se determină performanțele cele mai ridicate.

Parametrii de acord ai algoritmului PID se determină:

$$D(s) = 1 + H_R(s)H_{PF}(s) = 1 + \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s + a_1} =$$

$$= \frac{a_0 s^2 + a_1 s}{b_0 s + b_1} + k_d s^2 + k_p s + k_i = 0. \quad (2.13)$$

$$D(-J) = \frac{a_0 J^2 - a_1 J}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (2.14)$$

Exemplul 2.1. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 0.8$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 2$, și $a_1 = 1$.

Se cere de acordat reguletoarele PI, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare PI, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.7) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv sunt prezentate în figura 2.2.

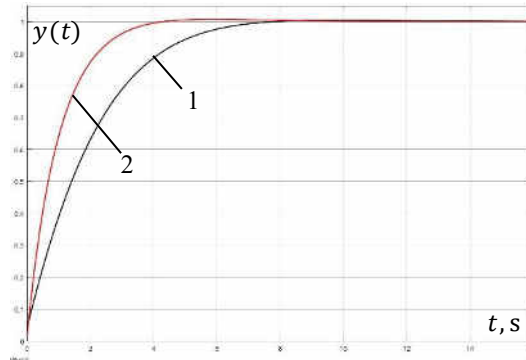


Figura 2.2. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator PI și 2 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sa u obținut pentru sistemul cu regulator PID. La fel a fost efectuată optimizarea parametrică în pachetul de programe MATLAB, ce nu a prezentat rezultate pozitive. ■

2.3 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}, \quad (2.15)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 și T_3 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2 T_3$, $a_1 = T_2 + T_3$, $a_2 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1 + H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + H_R(s)(b_0 s + b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.16)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.15).

2.3.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + k_p (b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.17)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0J^2 - a_1J + a_2 + k_p(b_1 - b_0J) = \frac{a_0J^2 - a_1J + a_2}{b_1 - b_0J} + k_p = 0. \quad (2.18)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (2.18) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{-a_0b_0J^2 + 2a_0b_1J - a_1b_1 + a_2b_0}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0. \quad (2.19)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-a_0b_0J^2 + 2a_0b_1J - a_1b_1 + a_2b_0 = 0. \quad (2.20)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.18) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0J^2 + a_1J - a_2}{b_1 - b_0J}. \quad (2.21)$$

2.3.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + (k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.22)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J}{b_1 - b_0J} - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.23)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.23) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0J^4 - d_1J^3 + d_2J^2 - d_3J + d_4}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (2.24)$$

unde $d_0 = 2a_0b_0^3$, $d_1 = 8a_0b_0^2b_1$, $d_2 = 12a_0b_0b_1^2$, $d_3 = 6a_0b_1^3 + 2a_1b_0b_1^2 - 2a_2b_0^2b_1$, $d_4 = 2a_1b_1^3 - 2a_2b_0b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0J^4 - d_1J^3 + d_2J^2 - d_3J + d_4 = 0. \quad (2.25)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorul PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{2a_0b_0J^3 + 2a_1b_1J - a_2b_1 + J^2(-3a_0b_1 - a_1b_0)}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}, \quad (2.26)$$

$$k_i = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{b_1 - b_0J} + k_pJ. \quad (2.27)$$

2.3.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.28)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^2 - a_1 J + a_2}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.29)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.29) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{J(-2a_0 b_0 b_1^2 + 2a_1 b_0^2 b_1 - 2a_2 b_0^3) + 2a_0 b_1^3 - 2a_1 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_0^2 b_1}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0. \quad (2.30)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$J(-2a_0 b_0 b_1^2 + 2a_1 b_0^2 b_1 - 2a_2 b_0^3) + 2a_0 b_1^3 - 2a_1 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_0^2 b_1 = 0. \quad (2.31)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorul PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-a_0 J^2 + a_1 J - a_2}{b_1 - b_0 J} + k_d J, \quad (2.32)$$

$$k_d = \frac{-a_0 b_0 J^2 + 2a_0 b_1 J - a_1 b_1 + a_2 b_0}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}. \quad (2.33)$$

2.3.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.34)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (2.35)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.35) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{\ddot{D}}(-J) = \frac{-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (2.36)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^4 b_1^3 - 6a_1 b_0^5 b_1^2 + 6a_2 b_0^6 b_1$, $d_1 = 24a_0 b_0^3 b_1^4 - 24a_1 b_0^4 b_1^3 + 24a_2 b_0^5 b_1^2$,
 $d_2 = 36a_0 b_0^2 b_1^5 - 36a_1 b_0^3 b_1^4 + 36a_2 b_0^4 b_1^3$, $d_3 = 24a_0 b_0 b_1^6 - 24a_1 b_0^2 b_1^5 + 24a_2 b_0^3 b_1^4$, $d_4 =$
 $= 6a_0 b_1^7 - 6a_1 b_0 b_1^6 + 6a_2 b_0^2 b_1^5$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4 = 0. \quad (2.37)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{2a_0b_0J^3 - J^2(3a_0b_1 + a_1b_0) + 2a_1b_1J - a_2b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ, \quad (2.38)$$

$$k_i = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ, \quad (2.39)$$

$$k_d = \frac{-2a_0b_0^3J^4 + 8a_0b_0^2b_1J^3 - 12a_0b_0b_1^2J^2 + J(6a_0b_1^3 + 2a_1b_0b_1^2 - 2a_2b_0^2b_1) - 2a_1b_1^3 + 2a_2b_0b_1^2}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)}. \quad (2.40)$$

Exemplul 2.2. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 0.5$, $b_1 = 0.2$, $a_0 = 0.96$, $a_1 = 0.84$ și $a_2 = 0.15$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.15) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv sunt prezentate în figura 2.3.

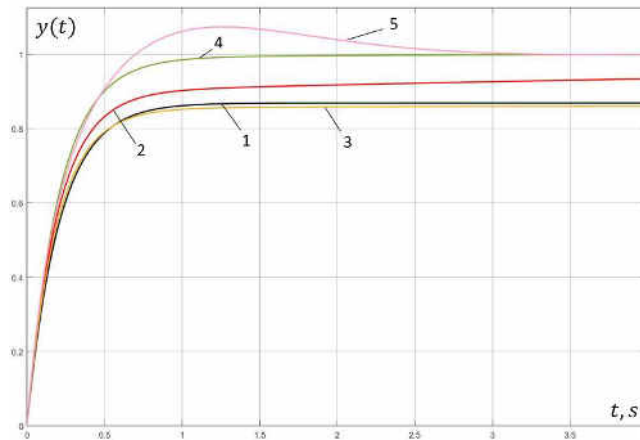


Figura 2.3. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PID utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PID (curba 4) acordat prin metoda gradului maximal de stabilitate, nu are suprareglaj, iar timpul de reglare este de 1 s. ■

2.4 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}, \quad (2.41)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3 și T_4 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = 1$, $a_0 = T_2T_3T_4$, $a_1 = T_2T_3 + T_2T_4 + T_3T_4$, $a_2 = T_2 + T_3 + T_4$ și $a_3 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0s+b_1)}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3+H_R(s)(b_0s+b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (2.42)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.41).

2.4.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + k_p (b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.43)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + a_3}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (2.44)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.44), pe variabila J o singură dată, ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{2a_0 b_0 J^3 - J^2 (3a_0 b_1 + a_1 b_0) + 2a_1 b_1 J - a_2 b_1 + a_3 b_0}{(b_1 - b_0 J)^2} = 0. \quad (2.45)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$2a_0 b_0 J^3 - J^2 (3a_0 b_1 + a_1 b_0) + 2a_1 b_1 J - a_2 b_1 + a_3 b_0 = 0. \quad (2.46)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.44) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{b_1 - b_0 J}. \quad (2.47)$$

2.4.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.48)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (2.49)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.49) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (2.50)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^3, d_1 = 22a_0 b_0^2 b_1 + 2a_1 b_0^3, d_2 = 28a_0 b_0 b_1^2 + 8a_1 b_0^2 b_1, d_3 = 12a_0 b_1^3 + 12a_1 b_0 b_1^2, d_4 = 6a_1 b_1^3 + 2a_2 b_0 b_1^2 - 2a_3 b_0^2 b_1, d_5 = 2a_2 b_1^3 - 2a_3 b_0 b_1^2.$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5 = 0. \quad (2.51)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3(4a_0 b_1 + 2a_1 b_0) - J^2(3a_1 b_1 + a_2 b_0) + 2a_2 b_1 J - a_3 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.52)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J}{b_1 - b_0 J} + k_p J. \quad (2.53)$$

2.4.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PD este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.54)$$

unde k_p, k_d sunt coeficienții regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + a_3}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.55)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.55) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.56)$$

unde $d_0 = 2a_0 b_0^3$, $d_1 = 8a_0 b_0^2 b_1$, $d_2 = 12a_0 b_0 b_1^2$, $d_3 = 6a_0 b_1^3 + 2a_1 b_0 b_1^2 - 2a_2 b_0^2 b_1 + 2a_3 b_0^3$, $d_4 = 2a_1 b_1^3 - 2a_2 b_0 b_1^2 + 2a_3 b_0^2 b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4 = 0. \quad (2.57)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J - a_3}{b_1 - b_0 J} + k_d J, \quad (2.58)$$

$$k_d = \frac{2a_0 b_0 J^3 - J^2(3a_0 b_1 + a_1 b_0) + 2a_1 b_1 J - a_2 b_1 + a_3 b_0}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}. \quad (2.59)$$

2.4.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PID este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0. \quad (2.60)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (2.61)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.61) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8}{(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)^2} = 0, \quad (2.62)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^7$, $d_1 = 48a_0 b_0^6 b_1$, $d_2 = 168a_0 b_0^5 b_1^2$, $d_3 = 336a_0 b_0^4 b_1^3$, $d_4 = 414a_0 b_0^3 b_1^4 + 6a_1 b_0^4 b_1^3 - 6a_2 b_0^5 b_1^2 + 6a_3 b_0^6 b_1$, $d_5 = 312a_0 b_0^2 b_1^5 + 24a_1 b_0^3 b_1^4 - 24a_2 b_0^4 b_1^3 + 24a_3 b_0^5 b_1^2$, $d_6 = 132a_0 b_0 b_1^6 + 36a_1 b_0^2 b_1^5 - 36a_2 b_0^3 b_1^4 + 36a_3 b_0^4 b_1^3$, $d_7 = 24a_0 b_1^7 + 24a_1 b_0 b_1^6 - 24a_2 b_0^2 b_1^5 + 24a_3 b_0^3 b_1^4$, $d_8 = 6a_1 b_1^7 - 6a_2 b_0 b_1^6 + 6a_3 b_0^2 b_1^5$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8 = 0. \quad (2.63)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3(4a_0 b_1 + 2a_1 b_0) - J^2(3a_1 b_1 + a_2 b_0) + 2a_2 b_1 J - a_3 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J, \quad (2.64)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J, \quad (2.65)$$

$$k_d = -\frac{-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)}, \quad (2.66)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^3$, $d_1 = 22a_0 b_0^2 b_1 + 2a_1 b_0^3$, $d_2 = 28a_0 b_0 b_1^2 + 8a_1 b_0^2 b_1$, $d_3 = 12a_0 b_1^3 + 12a_1 b_0 b_1^2$, $d_4 = 6a_1 b_1^3 + 2a_2 b_0 b_1^2 - 2a_3 b_0^2 b_1$, $d_5 = 2a_2 b_1^3 - 2a_3 b_0 b_1^2$.

Exemplul 2.3. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 2$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 0.96$, $a_1 = 8.52$, $a_2 = 6.87$, $a_3 = 1.2$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.41) și parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.4.

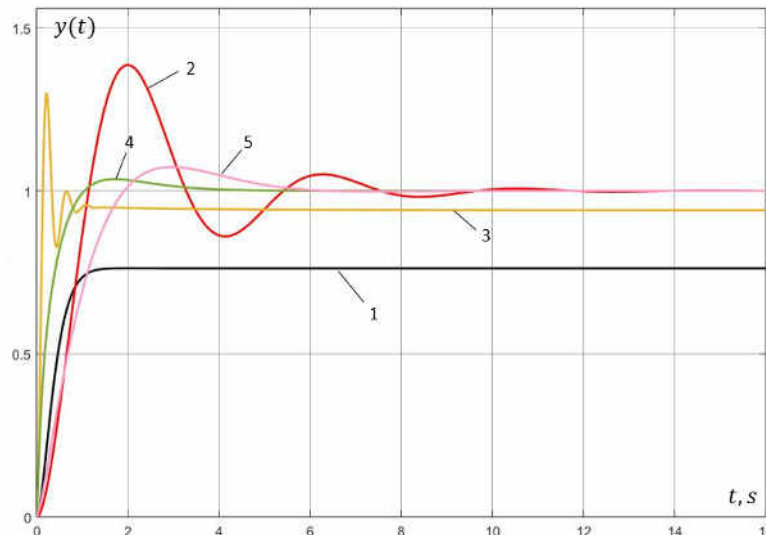


Figura 2.4. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PID utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul automat cu regulator PID acordat prin metoda gradului maximal de stabilitate, cu suprareglaj de 3.5 % și fără oscilații. ■

2.5 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1s+1)}{(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)(T_5s+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^4+a_1s^3+a_2s^2+a_3s+a_4}, \quad (2.67)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3, T_4 și T_5 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2T_3T_4T_5$, $a_1 = T_2T_3T_4 + T_2T_3T_5 + T_2T_4T_5 + T_3T_4T_5$, $a_2 = T_2T_3 + T_2T_4 + T_2T_5 + T_3T_4 + T_3T_5 + T_4T_5$, $a_3 = T_2 + T_3 + T_4 + T_5$ și $a_4 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0s+b_1)}{a_0s^4+a_1s^3+a_2s^2+a_3s+a_4+H_R(s)(b_0s+b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (2.68)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.67).

2.5.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4 + k_p(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.69)$$

unde k_p , este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2 - a_3J + a_4}{b_1 - b_0J} + k_p = 0. \quad (2.70)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.70), pe variabila J o singură dată, ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{-3a_0b_0J^4 + J^3(4a_0b_1 + 2a_1b_0) - J^2(3a_1b_1 + a_2b_0) + 2a_2b_1J - a_3b_1 + a_4b_0}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0. \quad (2.71)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei.

$$\begin{aligned} & -3a_0b_0J^4 + J^3(4a_0b_1 + 2a_1b_0) - J^2(3a_1b_1 + a_2b_0) + \\ & + 2a_2b_1J - a_3b_1 + a_4b_0 = 0. \end{aligned} \quad (2.72)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.75) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J - a_4}{b_1 - b_0J}. \quad (2.73)$$

2.5.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PI este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.74)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J}{b_1 - b_0 J} + k_i - k_p J = 0. \quad (2.75)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.75) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.76)$$

unde $d_0 = 12a_0 b_0^3$, $d_1 = 42a_0 b_0^2 b_1 + 6a_1 b_0^3$, $d_2 = 50a_0 b_0 b_1^2 + 22a_1 b_0^2 b_1 + 2a_2 b_0^3$, $d_3 = 20a_0 b_1^3 + 28a_1 b_0 b_1^2 + 8a_2 b_0^2 b_1$, $d_4 = 12a_1 b_1^3 + 12a_2 b_0 b_1^2$, $d_5 = 6a_2 b_1^3 + 2a_3 b_0 b_1^2 - 2a_4 b_0^2 b_1$, $d_6 = 2a_3 b_1^3 - 2a_4 b_0 b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6 = 0. \quad (2.77)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{4a_0 b_0 J^5 - J^4 (5a_0 b_1 + 3a_1 b_0) + J^3 (4a_1 b_1 + 2a_2 b_0) - J^2 (3a_2 b_1 + a_3 b_0) + 2a_3 b_1 J - a_4 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.78)$$

$$k_i = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J}{b_1 - b_0 J} + k_p J. \quad (2.79)$$

2.5.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulator PD este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.80)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J + a_4}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.81)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.81) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.82)$$

unde $d_0 = 6a_0b_0^3$, $d_1 = 22a_0b_0^2b_1 + 2a_1b_0^3$, $d_2 = 28a_0b_0b_1^2 + 8a_1b_0^2b_1$, $d_3 = 12a_0b_1^3 + 12a_1b_0b_1^2$, $d_4 = 6a_1b_1^3 + 2a_2b_0b_1^2 - 2a_3b_0^2b_1 + 2a_4b_0^3$, $d_5 = 2a_2b_1^3 - 2a_3b_0b_1^2 + 2a_4b_0^2b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5 = 0. \quad (2.83)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J - a_4}{b_1 - b_0J} + k_dJ, \quad (2.84)$$

$$k_d = \frac{-3a_0b_0J^4 + J^3(4a_0b_1 + 2a_1b_0) - J^2(3a_1b_1 + a_2b_0) + 2a_2b_1J - a_3b_1 + a_4b_0}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}. \quad (2.85)$$

2.5.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului cu regulatorul PID automat este:

$$D(s) = a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.86)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^5 + a_1J^4 - a_2J^3 + a_3J^2 - a_4J}{b_1 - b_0J} + k_dJ^2 - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.87)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.90) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0J^9 - d_1J^8 + d_2J^7 - d_3J^6 + d_4J^5 - d_5J^4 + d_6J^3 - d_7J^2 + d_8J - d_9}{(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)^2} = 0, \quad (2.88)$$

unde $d_0 = 24a_0b_0^7$, $d_1 = 186a_0b_0^6b_1 + 6a_1b_0^7$, $d_2 = 624a_0b_0^5b_1^2 + 48a_1b_0^6b_1$, $d_3 = 1176a_0b_0^4b_1^3 + 168a_1b_0^5b_1^2$, $d_4 = 1344a_0b_0^3b_1^4 + 336a_1b_0^4b_1^3$, $d_5 = 930a_0b_0^2b_1^5 + 414a_1b_0^3b_1^4 + 6a_2b_0^4b_1^3 - 6a_3b_0^5b_1^2 + 6a_4b_0^6b_1$, $d_6 = 360a_0b_0b_1^6 + 312a_1b_0^2b_1^5 + 24a_2b_0^3b_1^4 - 24a_3b_0^4b_1^3 + 24a_4b_0^5b_1^2$, $d_7 = 60a_0b_1^7 + 132a_1b_0b_1^6 + 36a_2b_0^2b_1^5 - 36a_3b_0^3b_1^4 + 36a_4b_0^4b_1^3$, $d_8 = 24a_1b_1^7 + 24a_2b_0b_1^6 - 24a_3b_0^2b_1^5 + 24a_4b_0^3b_1^4$, $d_9 = 6a_2b_1^7 - 6a_3b_0b_1^6 + 6a_4b_0^2b_1^5$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0J^9 - d_1J^8 + d_2J^7 - d_3J^6 + d_4J^5 - d_5J^4 + d_6J^3 - d_7J^2 + d_8J - d_9 = 0. \quad (2.89)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorul PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{4a_0b_0J^5 - J^4(5a_0b_1 + 3a_1b_0) + J^3(4a_1b_1 + 2a_2b_0) - J^2(3a_2b_1 + a_3b_0) + 2a_3b_1J - a_4b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ, \quad (2.90)$$

$$k_i = \frac{+a_0J^5 - a_1J^4 + a_2J^3 - a_3J^2 + a_4J}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ, \quad (2.91)$$

$$k_d = \frac{-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J - d_6}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)}, \quad (2.92)$$

unde $d_0 = 12a_0b_0^3$, $d_1 = 42a_0b_0^2b_1 + 6a_1b_0^3$, $d_2 = 50a_0b_0b_1^2 + 22a_1b_0^2b_1 + 2a_2b_0^3$, $d_3 = 20a_0b_1^3 + 28a_1b_0b_1^2 + 8a_2b_0^2b_1$, $d_4 = 12a_1b_1^3 + 12a_2b_0b_1^2$, $d_5 = 6a_2b_1^3 + 2a_3b_0b_1^2 - 2a_4b_0^2b_1$, $d_6 = 2a_3b_1^3 - 2a_4b_0b_1^2$.

Exemplul 2.4. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 0.8$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 0.144$, $a_1 = 1.068$, $a_2 = 2.71$, $a_3 = 2.8$, $a_4 = 1$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.67) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.5.

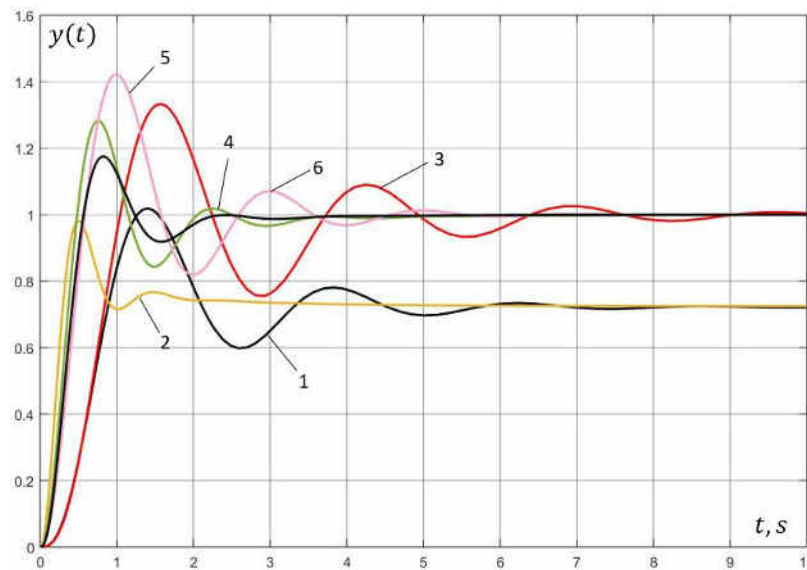


Figura 2.5. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după metoda GMS, curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PID utilizând optimizarea parametrică, iar curba 6 este răspunsul sistemului cu regulator PID acordat după metoda Ziegler-Nichols

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul automat cu regulator PID acordat prin metoda gradului maximal de stabilitate, cu suprareglaj de 28 %, timpul de reglare 2 s și două abateri de la valoarea staționară $y(t)$ și prin metoda optimizării parametrică cu suprareglaj de 41%, timpul de reglare de 3.5 s și 3 abateri. ■

2.6 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu și astatism

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă și astatism prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1s+1)}{s(T_2s+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^2+a_1s}, \quad (2.93)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0s+b_1)}{a_0s^2+a_1s+H_R(s)(b_0s+b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.94)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.93).

2.6.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulator P este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + k_p(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.95)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0 J^2 - a_1 J + k_p(-b_0 J + b_1) = \frac{a_0 J^2 - a_1 J}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (2.96)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.96), pe variabila J o singură dată ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{-a_0 b_0 J^2 + 2a_0 b_1 J - a_1 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0. \quad (2.97)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-a_0 b_0 J^2 + 2a_0 b_1 J - a_1 b_1 = 0. \quad (2.98)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.96) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0 J^2 + a_1 J}{b_1 - b_0 J}. \quad (2.99)$$

2.6.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PI este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + (k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.100)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0 J^3 + a_1 J^2 + (k_i - k_p J)(b_1 - b_0 J) = \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_i - k_p J = 0. \quad (2.101)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.101) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{2a_0 b_0^3 J^4 - 8a_0 b_0^2 b_1 J^3 + 12a_0 b_0 b_1^2 J^2 - J(2a_1 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3) + 2a_1 b_1^3}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0. \quad (2.102)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$2a_0b_0^3J^4 - 8a_0b_0^2b_1J^3 + 12a_0b_0b_1^2J^2 - J(2a_1b_0b_1^2 + 6a_0b_1^3) + 2a_1b_1^3 = 0. \quad (2.103)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI din (2.101) se obțin relațiile:

$$k_p = \frac{2a_0b_0J^3 - J^2(a_1b_0 + 3a_0b_1) + 2a_1b_1J}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}, \quad (2.104)$$

$$k_i = \frac{a_0J^3 - a_1J^2}{b_1 - b_0J} + k_pJ. \quad (2.105)$$

2.6.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PD este:

$$D(s) = a_0s^2 + a_1s + (k_d s + k_p)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.106)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0J^2 - a_1J + (k_p - k_dJ)(b_1 - b_0J) = \frac{a_0J^2 - a_1J}{b_1 - b_0J} - k_dJ + k_p = 0. \quad (2.107)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.107) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{J(2a_1b_0^2b_1 - 2a_0b_0b_1^2) - 2a_1b_0b_1^2 + 2a_0b_1^3}{b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4} = 0. \quad (2.108)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$J(2a_1b_0^2b_1 - 2a_0b_0b_1^2) - 2a_1b_0b_1^2 + 2a_0b_1^3 = 0. \quad (2.109)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD din (2.107) se obțin relațiile:

$$k_p = \frac{-a_0J^2 + a_1J}{b_1 - b_0J} + k_dJ, \quad (2.110)$$

$$k_d = \frac{-a_0b_0J^2 + 2a_0b_1J - a_1b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}. \quad (2.111)$$

2.6.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.112)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^3 + a_1J^2}{b_1 - b_0J} + k_dJ^2 - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.113)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.113) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (2.114)$$

unde $d_0 = 6a_1 b_0^5 b_1^2 - 6a_0 b_0^4 b_1^3$, $d_1 = 24a_1 b_0^4 b_1^3 - 24a_0 b_0^3 b_1^4$, $d_2 = 36a_1 b_0^3 b_1^4 - 36a_0 b_0^2 b_1^5$, $d_3 = 24a_1 b_0^2 b_1^5 - 24a_0 b_0 b_1^6$, $d_4 = 6a_1 b_0 b_1^6 - 6a_0 b_1^7$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4 = 0. \quad (2.115)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PID din (2.114) se obțin relațiile:

$$k_p = \frac{2a_0 b_0 J^3 + J^2(-a_1 b_0 - 3a_0 b_1) + 2a_1 b_1 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J, \quad (2.116)$$

$$k_i = \frac{a_0 J^3 - a_1 J^2}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J, \quad (2.117)$$

$$k_d = \frac{-2a_0 b_0^3 J^4 + 8a_0 b_0^2 b_1 J^3 - 12a_0 b_0 b_1^2 J^2 + J(2a_1 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3) - 2a_1 b_1^3}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)}. \quad (2.118)$$

Exemplul 2.5. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice:

$k = 0.5, T_1 = 4, b_0 = kT_1 = 2, b_1 = 0.5, T_2 = a_0 = 5, a_1 = 1$.

Se cere de acordat reguletoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.93) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.6.

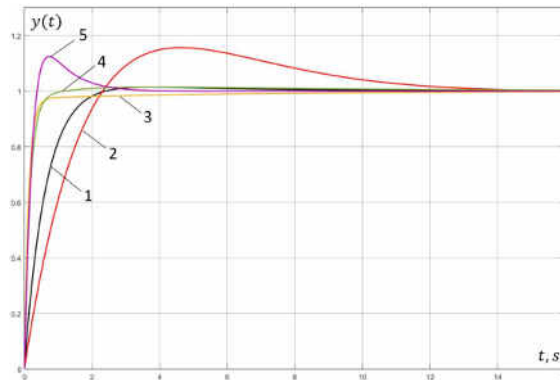


Figura 2.6. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PID utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul automat cu regulator PID acordat prin metoda gradului maximal de stabilitate, fără suprareglaj și timpul de reglare de 0.8 s. ■

2.7 Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi și astaticism

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă și astaticism prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{s(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s}, \quad (2.119)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 și T_3 sunt constantele de timp ale procesului, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2 T_3$, $a_1 = T_2 + T_3$, $a_2 = 1$.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0s+b_1)}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+H_R(s)(b_0s+b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.120)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.119).

2.7.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + k_p(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.121)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J + k_p(b_1 - b_0J) = \frac{-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J}{b_1 - b_0J} + k_p = 0. \quad (2.122)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (2.121) se derivează pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{2a_0b_0J^3 + J^2(-a_1b_0 - 3a_0b_1) + 2a_1b_1J - a_2b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0. \quad (2.123)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$2a_0b_0J^3 + J^2(-a_1b_0 - 3a_0b_1) + 2a_1b_1J - a_2b_1 = 0. \quad (2.124)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.122) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{b_1 - b_0J}. \quad (2.125)$$

2.7.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PI este:

$$D(s) = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + (k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.126)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2}{b_1 - b_0J} - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.127)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.127) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5}{(b_1 - b_0J)^4} = 0. \quad (2.128)$$

unde $d_0 = 6a_0b_0^3$, $d_1 = 22a_0b_0^2b_1 + 2a_1b_0^3$, $d_2 = 28a_0b_0b_1^2 + 8a_1b_0^2b_1$, $d_3 = 12a_0b_1^3 + 12a_1b_0b_1^2$, $d_4 = 6a_1b_1^3 + 2a_2b_0b_1^2$, $d_5 = 2a_2b_1^3$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5 = 0. \quad (2.129)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-3a_0b_0J^4 + J^3(2a_1b_0 + 4a_0b_1) - J^2(a_2b_0 + 3a_1b_1) + 2a_2b_1J}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}, \quad (2.130)$$

$$k_i = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2}{-b_0J + b_1} + k_pJ \quad (2.131)$$

2.7.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + (k_d s + k_p)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.132)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J}{b_1 - b_0J} - k_dJ + k_p = 0. \quad (2.133)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.133) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0J^4 - d_1J^3 + d_2J^2 - d_3J + d_4}{b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4} = 0. \quad (2.134)$$

unde $d_0 = 2a_0b_0^3$, $d_1 = 8a_0b_0^2b_1$, $d_2 = 12a_0b_0b_1^2$, $d_3 = 6a_0b_1^3 + 2a_1b_0b_1^2 - 2a_2b_0^2b_1$, $d_4 = 2a_1b_1^3 - 2a_2b_0b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0J^4 - d_1J^3 + d_2J^2 - d_3J + d_4 = 0. \quad (2.135)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J}{-b_0J + b_1} + k_dJ, \quad (2.136)$$

$$k_d = \frac{2a_0b_0J^3 - J^2(a_1b_0 + 3a_0b_1) + 2a_1b_1J - a_2b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}. \quad (2.137)$$

2.7.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.138)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (2.139)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.139) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (2.140)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^7$, $d_1 = 48a_0 b_0^6 b_1$, $d_2 = 168a_0 b_0^5 b_1^2$, $d_3 = 336a_0 b_0^4 b_1^3$, $d_4 = 414a_0 b_0^3 b_1^4 + 6a_1 b_0^4 b_1^3 - 6a_2 b_0^5 b_1^2$, $d_5 = 312a_0 b_0^2 b_1^5 + 24a_1 b_0^3 b_1^4 - 24a_2 b_0^4 b_1^3$, $d_6 = 132a_0 b_0 b_1^6 + 36a_1 b_0^2 b_1^5 - 36a_2 b_0^3 b_1^4$, $d_7 = 24a_0 b_1^7 + 24a_1 b_0 b_1^6 - 24a_2 b_0^2 b_1^5$, $d_8 = 6a_1 b_1^7 + 6a_2 b_0 b_1^6$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8 = 0. \quad (2.141)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3(2a_1 b_0 + 4a_0 b_1) - J^2(a_2 b_0 + 3a_1 b_1) + 2a_2 b_1 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J, \quad (2.142)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J, \quad (2.143)$$

$$k_d = \frac{d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)}, \quad (2.144)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^3$, $d_1 = 2a_1 b_0^3 + 22a_0 b_0^2 b_1$, $d_2 = 8a_1 b_0^2 b_1 + 28a_0 b_0 b_1^2$, $d_3 = 12a_1 b_0 b_1^2 + 12a_0 b_1^3$, $d_4 = 2a_2 b_0 b_1^2 + 6a_1 b_1^3$, $d_5 = 2a_2 b_1^3$.

Exemplul 2.6. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 2$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 0.96$, $a_1 = 0.84$ și $a_2 = 0.15$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.119) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.7.

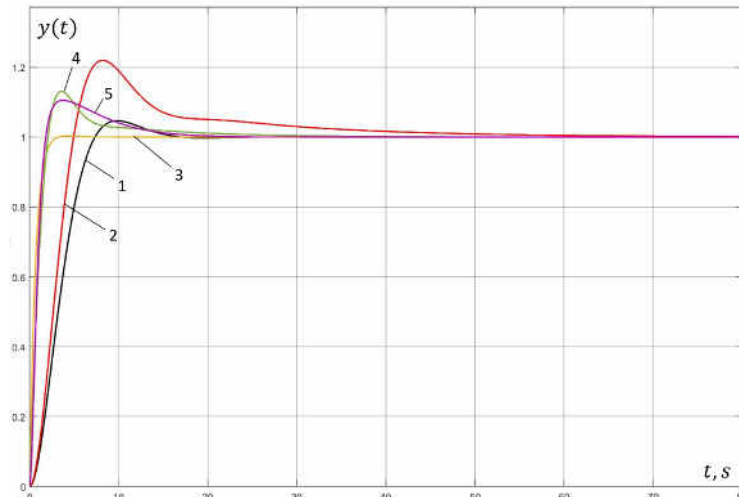


Figura 2.7. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PID utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PD, lipsește supra-reglajul și un timp de reglare de 3 s.■

2.8 Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu anticipare-întârziere de ordinul trei și astatism

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă și astatism prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1 s + 1)}{s(a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s}, \quad (2.145)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1 – constanta de timp de derivare, iar a_0, a_1, a_2, a_3 – coeficienții generici.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1 + H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + H_R(s)(b_0 s + b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.146)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.145).

2.8.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + k_p (b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.147)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (2.148)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.148), pe variabila J o singură dată, ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3(4a_0 b_1 + 2a_1 b_0) - J^2(3a_1 b_1 + a_2 b_0) + 2a_2 b_1 J - a_3 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0. \quad (2.149)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei.

$$-3a_0 b_0 J^4 + J^3(4a_0 b_1 + 2a_1 b_0) - J^2(3a_1 b_1 + a_2 b_0) + 2a_2 b_1 J - a_3 b_1 = 0. \quad (2.150)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.148) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J}{-b_0 J + b_1}. \quad (2.151)$$

2.8.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PI este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + (k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.152)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (2.153)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.153) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (2.154)$$

unde $d_0 = 12a_0 b_0^3, d_1 = 42a_0 b_0^2 b_1 + 6a_1 b_0^3, d_2 = 50a_0 b_0 b_1^2 + 22a_1 b_0^2 b_1 + 2a_2 b_0^3, d_3 = 20a_0 b_1^3 + 28a_1 b_0 b_1^2 + 8a_2 b_0^2 b_1, d_4 = 12a_1 b_1^3 + 12a_2 b_0 b_1^2, d_5 = 6a_2 b_1^3 + 2a_3 b_0 b_1^2, d_6 = 2a_3 b_1^3.$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6 = 0. \quad (2.155)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{4a_0 b_0 J^5 - J^4 (5a_0 b_1 + 3a_1 b_0) + J^3 (4a_1 b_1 + 2a_2 b_0) - J^2 (3a_2 b_1 + a_3 b_0) + 2a_3 b_1 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.156)$$

$$k_i = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_p J. \quad (2.157)$$

2.8.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PD este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.158)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.159)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.159) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.160)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^3, d_1 = 22a_0 b_0^2 b_1 + 2a_1 b_0^3, d_2 = 28a_0 b_0 b_1^2 + 8a_1 b_0^2 b_1, d_3 = 12a_0 b_1^3 + 12a_1 b_0 b_1^2, d_4 = 6a_1 b_1^3 + 2a_2 b_0 b_1^2 - 2a_3 b_0^2 b_1, d_5 = 2a_2 b_1^3 - 2a_3 b_0 b_1^2.$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_1J^5 + d_2J^4 - d_3J^3 + d_4J^2 - d_5J + d_5 = 0. \quad (2.161)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J}{b_1 - b_0J} + k_dJ, \quad (2.162)$$

$$k_d = \frac{-3a_0b_0J^4 + J^3(4a_0b_1 + 2a_1b_0) - J^2(3a_1b_1 + a_2b_0) + 2a_2b_1J - a_3b_1}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2}. \quad (2.163)$$

2.8.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulator PID este:

$$D(s) = a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.164)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^5 + a_1J^4 - a_2J^3 + a_3J^2}{b_1 - b_0J} + k_dJ^2 - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.165)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.165) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0J^9 - d_1J^8 + d_2J^7 - d_3J^6 + d_4J^5 - d_5J^4 + d_6J^3 - d_7J^2 + d_8J - d_9}{(b_1 - b_0J)^8} = 0, \quad (2.168)$$

unde $d_0 = 24a_0b_0^7$, $d_1 = 186a_0b_0^6b_1 + 6a_1b_0^7$, $d_2 = 624a_0b_0^5b_1^2 + 48a_1b_0^6b_1$, $d_3 = 1176a_0b_0^4b_1^3 + 168a_1b_0^5b_1^2$, $d_4 = 1344a_0b_0^3b_1^4 + 336a_1b_0^4b_1^3$, $d_5 = 930a_0b_0^2b_1^5 + 414a_1b_0^3b_1^4 + 6a_2b_0^4b_1^3 - 6a_3b_0^5b_1^2$, $d_6 = 360a_0b_0b_1^6 + 312a_1b_0^2b_1^5 + 24a_2b_0^3b_1^4 - 24a_3b_0^4b_1^3$, $d_7 = 60a_0b_1^7 + 132a_1b_0b_1^6 + 36a_2b_0^2b_1^5 - 36a_3b_0^3b_1^4$, $d_8 = 24a_1b_1^7 + 24a_2b_0b_1^6 - 24a_3b_0^2b_1^5$, $d_9 = 6a_2b_1^7 - 6a_3b_0b_1^6$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0J^9 - d_1J^8 + d_2J^7 - d_3J^6 + d_4J^5 - d_5J^4 + d_6J^3 - d_7J^2 + d_8J - d_9 = 0. \quad (2.169)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{4a_0b_0J^5 - J^4(5a_0b_1 + 3a_1b_0) + J^3(4a_1b_1 + 2a_2b_0) - J^2(3a_2b_1 + a_3b_0) + 2a_3b_1J}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ, \quad (2.170)$$

$$k_i = \frac{a_0J^5 - a_1J^4 + a_2J^3 - a_3J^2}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ, \quad (2.171)$$

$$k_d = \frac{-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J - d_6}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)}, \quad (2.172)$$

unde $d_0 = 12a_0b_0^3$, $d_1 = 42a_0b_0^2b_1 + 6a_1b_0^3$, $d_2 = 50a_0b_0b_1^2 + 22a_1b_0^2b_1 + 2a_2b_0^3$, $d_3 = 20a_0b_1^3 + 28a_1b_0b_1^2 + 8a_2b_0^2b_1$, $d_4 = 12a_1b_1^3 + 12a_2b_0b_1^2$, $d_5 = 6a_2b_1^3 + 2a_3b_0b_1^2$, $d_6 = 2a_3b_1^3$.

Exemplul 2.7. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 0.076, b_1 = 1.9, a_0 = 0.1936, a_1 = 0.44, a_2 = 1, a_3 = 0.2$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.145) și parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.8.

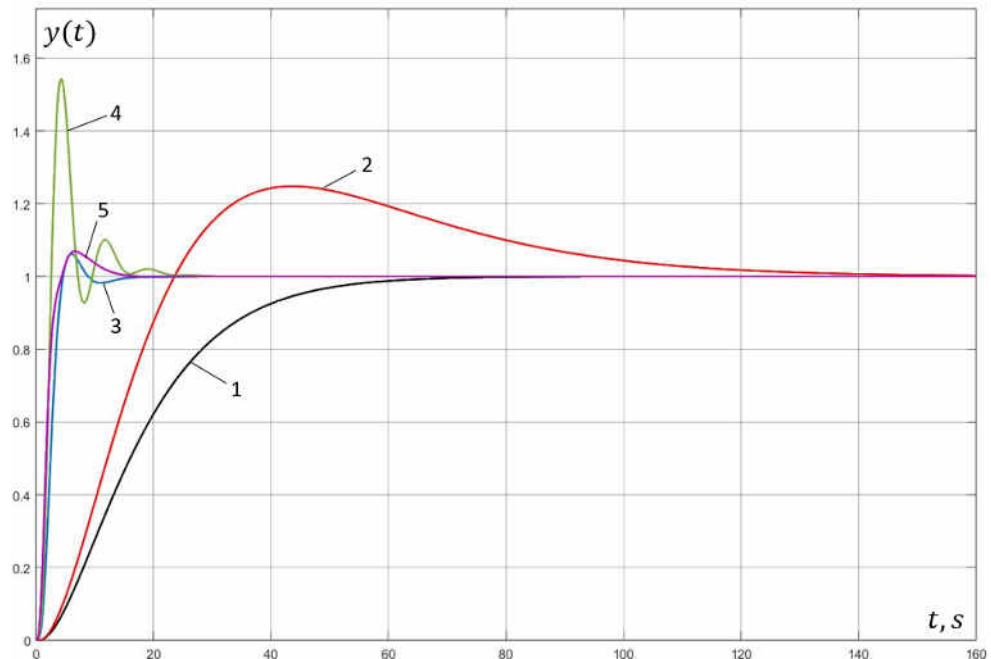


Figura 2.8. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PD utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PD acordat după metoda gradului maximal de stabilitate, suprareglaj de 7 %, o abatere și timpul de reglare 10 s. ■

2.9 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru cu astatism

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă și astatism prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4)} = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s} = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (2.173)$$

unde a_0, a_1, a_2, a_3 sunt coeficienții generici.

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1 + H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{H_R(s)(b_0s + b_1)}{a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s + H_R(s)(b_0s + b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \quad (2.174)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reglatoarelor P, PI, PD, PID la modelul (2.173).

2.9.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + k_p (b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.175)$$

unde k_p este parametrul regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (2.176)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.176), pe variabila J o singură dată, ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{4a_0 b_0 J^5 - J^4 (5a_0 b_1 + 3a_1 b_0) + J^3 (4a_1 b_1 + 2a_2 b_0) - J^2 (3a_2 b_1 + a_3 b_0) + 2a_3 b_1 J - a_4 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0. \quad (2.177)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei.

$$4a_0 b_0 J^5 - J^4 (5a_0 b_1 + 3a_1 b_0) + J^3 (4a_1 b_1 + 2a_2 b_0) - J^2 (3a_2 b_1 + a_3 b_0) + 2a_3 b_1 J - a_4 b_1 = 0. \quad (2.178)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (2.176) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J}{b_1 - b_0 J}. \quad (2.179)$$

2.9.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulator PI este:

$$D(s) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.180)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^6 - a_1 J^5 + a_2 J^4 - a_3 J^3 + a_4 J^2}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (2.181)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.181) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.182)$$

unde $d_0 = 20a_0 b_0^3$, $d_1 = 68a_0 b_0^2 b_1 + 12a_1 b_0^3$, $d_2 = 78a_0 b_0 b_1^2 + 42a_1 b_0^2 b_1 + 6a_2 b_0^3$,
 $d_3 = 30a_0 b_1^3 + 50a_1 b_0 b_1^2 + 22a_2 b_0^2 b_1 + 2a_3 b_0^3$, $d_4 = 20a_1 b_1^3 + 28a_2 b_0 b_1^2 + 8a_3 b_0^2 b_1$,
 $d_5 = 12a_2 b_1^3 + 12a_3 b_0 b_1^2$, $d_6 = 6a_3 b_1^3 + 2a_4 b_0 b_1^2$, $d_7 = 2a_4 b_1^3$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + 2a_4 b_1^3 = 0. \quad (2.183)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{d_8 J^6 + d_9 J^5 - d_{10} J^4 + d_{11} J^3 - d_{12} J^2 + d_{13} J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.184)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^6 + a_1 J^5 - a_2 J^4 + a_3 J^3 - a_4 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_p J, \quad (2.185)$$

unde $d_8 = -5a_0 b_0$, $d_9 = 6a_0 b_1 + 4a_1 b_0$, $d_{10} = 5a_1 b_1 + 3a_2 b_0$, $d_{11} = 4a_2 b_1 + 2a_3 b_0$, $d_{12} = 3a_3 b_1 + a_4 b_0$, $d_{13} = 2a_4 b_1$.

2.9.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PD este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.186)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.187)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.187) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.188)$$

unde $d_0 = 12a_0 b_0^3$, $d_1 = 42a_0 b_0^2 b_1 + 6a_1 b_0^3$, $d_2 = 50a_0 b_0 b_1^2 + 22a_1 b_0^2 b_1 + 2a_2 b_0^3$, $d_3 = 20a_0 b_1^3 + 28a_1 b_0 b_1^2 + 8a_2 b_0^2 b_1$, $d_4 = 12a_1 b_1^3 + 12a_2 b_0 b_1^2$, $d_5 = 6a_2 b_1^3 + 2a_3 b_0 b_1^2 - 2a_4 b_0^2 b_1$, $d_6 = 2a_3 b_1^3 - 2a_4 b_0 b_1^2$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6 = 0. \quad (2.189)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord ai regulatorului PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J}{b_1 - b_0 J} + k_d J, \quad (2.190)$$

$$k_d = \frac{4a_0 b_0 J^5 + J^4 (-5a_0 b_1 - 3a_1 b_0) + J^3 (4a_1 b_1 + 2a_2 b_0) + J^2 (-3a_2 b_1 - a_3 b_0) + 2a_3 b_1 J - a_4 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}. \quad (2.191)$$

2.9.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PID este:

$$D(s) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.192)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0J^6 - a_1J^5 + a_2J^4 - a_3J^3 + a_4J^2}{b_1 - b_0J} + k_dJ^2 - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.193)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.193) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0J^{10} + d_1J^9 - d_2J^8 + d_3J^7 - d_4J^6 + d_5J^5 - d_6J^4 + d_7J^3 - d_8J^2 + d_9J - d_{10}}{(b_1 - b_0J)^8} = 0, \quad (2.194)$$

unde $d_0 = 60a_0b_0^7$, $d_1 = 456a_0b_0^6b_1 + 24a_1b_0^7$, $d_2 = 1494a_0b_0^5b_1^2 + 186a_1b_0^6b_1 + 6a_2b_0^7$,
 $d_3 = 2736a_0b_0^4b_1^3 + 624a_1b_0^5b_1^2 + 48a_2b_0^6b_1$, $d_4 = 3024a_0b_0^3b_1^4 + 1176a_1b_0^4b_1^3 +$
 $+168a_2b_0^5b_1^2$, $d_5 = 2016a_0b_0^2b_1^5 + 1344a_1b_0^3b_1^4 + 336a_2b_0^4b_1^3$, $d_6 = 750a_0b_0b_1^6 +$
 $+930a_1b_0^2b_1^5 + 414a_2b_0^3b_1^4 + 6a_3b_0^4b_1^3 - 6a_4b_0^5b_1^2$, $d_7 = 120a_0b_1^7 + 360a_1b_0b_1^6 +$
 $+312a_2b_0^2b_1^5 + 24a_3b_0^3b_1^4 - 24a_4b_0^4b_1^3$, $d_8 = 60a_1b_1^7 + 132a_2b_0b_1^6 + 36a_3b_0^2b_1^5 - 36a_4b_0^3b_1^4$,
 $d_9 = 24a_2b_1^7 + 24a_3b_0b_1^6 - 24a_4b_0^2b_1^5$, $d_{10} = 6a_3b_1^7 - 6a_4b_0b_1^6$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0J^{10} + d_1J^9 - d_2J^8 + d_3J^7 - d_4J^6 + d_5J^5 - d_6J^4 + d_7J^3 - d_8J^2 + d_9J - d_{10} = 0. \quad (2.195)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ, \quad (2.196)$$

$$k_i = \frac{-a_0J^6 + a_1J^5 - a_2J^4 + a_3J^3 - a_4J^2}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ, \quad (2.197)$$

$$k_d = \frac{d_6J^7 - d_7J^6 + d_8J^5 - d_9J^4 + d_{10}J^3 - d_{11}J^2 + d_{12}J - d_{13}}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)}, \quad (2.198)$$

unde $d_0 = 5a_0b_0$, $d_1 = 6a_0b_1 + 4a_1b_0$, $d_2 = 5a_1b_1 + 3a_2b_0$, $d_3 = 4a_2b_1 + 2a_3b_0$, $d_4 =$
 $= 3a_3b_1 + a_4b_0$, $d_5 = 6a_2b_1^3 + 2a_3b_0b_1^2$, $d_6 = 20a_0b_0^3$, $d_7 = 68a_0b_0^2b_1 + 12a_1b_0^3$, $d_8 =$
 $= 78a_0b_0b_1^2 + 42a_1b_0^2b_1 + 6a_2b_0^3$, $d_9 = 30a_0b_1^3 + 50a_1b_0b_1^2 + 22a_2b_0^2b_1 + 2a_3b_0^3$, $d_{10} =$
 $= 20a_1b_1^3 + 28a_2b_0b_1^2 + 8a_3b_0^2b_1$, $d_{11} = 12a_2b_1^3 + 12a_3b_0b_1^2$, $d_{12} = 6a_3b_1^3 + 2a_4b_0b_1^2$,
 $d_{13} = 2a_4b_1^3$.

Exemplul 2.8. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 2$, $b_1 =$
 $= 0.5$, $a_0 = 2.208$, $a_1 = 20.076$, $a_2 = 20.061$, $a_3 = 6.195$, $a_4 = 0.6$.

Se cere de acordat regulatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.173) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 2.9.



Figura 2.9. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PD utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PD acordat după metoda gradului maximal de stabilitate, cu un timp de reglare de 18 s și fără suprareglaj și optimizarea parametrică cu timpul de reglare de 10 s și fără suprareglaj. ■

2.10 Acordarea reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul cinci cu astatism

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, fază minimă și astatism prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{b_0s + b_1}{s(a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s + a_5)} = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^6 + a_1s^5 + a_2s^4 + a_3s^3 + a_4s^2 + a_5s} = \frac{B(s)}{A(s)}. \quad (2.199)$$

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P de forma:

$$\begin{aligned} H_0(s) &= \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1 + H_R(s)H_{PF}(s)} = \\ &= \frac{H_R(s)(b_0s + b_1)}{a_0s^6 + a_1s^5 + a_2s^4 + a_3s^3 + a_4s^2 + a_5s + H_R(s)(b_0s + b_1)} = \frac{C(s)}{D(s)}, \end{aligned} \quad (2.200)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, $H_R(s)$ – funcția de transfer a regulatorului, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modelul din expresia (2.199).

2.10.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul P este:

$$D(s) = a_0s^6 + a_1s^5 + a_2s^4 + a_3s^3 + a_4s^2 + a_5s + k_p(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.201)$$

unde k_p este parametrul regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0J^6 - a_1J^5 + a_2J^4 - a_3J^3 + a_4J^2 - a_5J}{b_1 - b_0J} + k_p = 0. \quad (2.202)$$

În cazul regulatorului P este necesar de derivat (2.202), pe variabila J o singură dată, ecuația caracteristică și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J - d_6}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0, \quad (2.203)$$

unde $d_0 = 5a_0b_0$, $d_1 = 6a_0b_1 + 4a_1b_0$, $d_2 = 5a_1b_1 + 3a_2b_0$, $d_3 = 4a_2b_1 + 2a_3b_0$, $d_4 = 3a_3b_1 + a_4b_0$, $d_5 = 2a_4b_1$, $d_6 = a_5b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei (2.11).

$$-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J - d_6 = 0. \quad (2.204)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorul P din (2.202) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0J^6 + a_1J^5 - a_2J^4 + a_3J^3 - a_4J^2 + a_5J}{-b_0J + b_1}. \quad (2.205)$$

2.10.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat cu regulatorul PI este:

$$D(s) = a_0s^7 + a_1s^6 + a_2s^5 + a_3s^4 + a_4s^3 + a_5s^2 + (k_i + k_p s)(b_0s + b_1) = 0, \quad (2.206)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^7 + a_1J^6 - a_2J^5 + a_3J^4 - a_4J^3 + a_5J^2}{b_1 - b_0J} - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.207)$$

În cazul regulatorului PI este necesar de derivat (2.207) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_1J^8 - d_2J^7 + d_3J^6 - d_4J^5 + d_5J^4 - d_6J^3 + d_7J^2 - d_8J + d_8}{b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4} = 0, \quad (2.208)$$

unde $d_0 = 30a_0b_0^3$, $d_1 = 100a_0b_0^2b_1 + 20a_1b_0^3$, $d_2 = 112a_0b_0b_1^2 + 68a_1b_0^2b_1 + 12a_2b_0^3$, $d_3 = 42a_0b_1^3 + 78a_1b_0b_1^2 + 42a_2b_0^2b_1 + 6a_3b_0^3$, $d_4 = 30a_1b_1^3 + 50a_2b_0b_1^2 + 22a_3b_0^2b_1 + 2a_4b_0^3$, $d_5 = 20a_2b_1^3 + 28a_3b_0b_1^2 + 8a_4b_0^2b_1$, $d_6 = 12a_3b_1^3 + 12a_4b_0b_1^2$, $d_7 = 6a_4b_1^3 + 2a_5b_0b_1^2$, $d_8 = 2a_5b_1^3$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_1J^8 - d_2J^7 + d_3J^6 - d_4J^5 + d_5J^4 - d_6J^3 + d_7J^2 - d_8J + d_8 = 0. \quad (2.209)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorul PI se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{d_0 J^7 - d_1 J^6 + d_2 J^5 - d_3 J^4 + d_4 J^3 - d_5 J^2 + d_6 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.210)$$

$$k_i = \frac{a_0 J^7 - a_1 J^6 + a_2 J^5 - a_3 J^4 + a_4 J^3 - a_5 J^2}{b_1 - b_0 J} + k_p J, \quad (2.211)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0$, $d_1 = 7a_0 b_1 + 5a_1 b_0$, $d_2 = 6a_1 b_1 + 4a_2 b_0$, $d_3 = 5a_2 b_1 + 3a_3 b_0$, $d_4 = 4a_3 b_1 + 2a_4 b_0$, $d_5 = 3a_4 b_1 + a_5 b_0$, $d_6 = 2a_5 b_1$.

2.10.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulator PD este:

$$D(s) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + a_5 s + (k_d s + k_p)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.212)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^6 - a_1 J^5 + a_2 J^4 - a_3 J^3 + a_4 J^2 - a_5 J}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (2.213)$$

În cazul regulatorului PD este necesar de derivat (2.213) pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7}{b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4} = 0, \quad (2.214)$$

unde $d_0 = 20a_0 b_0^3$, $d_1 = 68a_0 b_0^2 b_1 + 12a_1 b_0^3$, $d_2 = 78a_0 b_0 b_1^2 + 42a_1 b_0^2 b_1 + 6a_2 b_0^3$, $d_3 = 30a_0 b_1^3 + 50a_1 b_0 b_1^2 + 22a_2 b_0^2 b_1 + 2a_3 b_0^3$, $d_4 = 20a_1 b_1^3 + 28a_2 b_0 b_1^2 + 8a_3 b_0^2 b_1$, $d_5 = 12a_2 b_1^3 + 12a_3 b_0 b_1^2$, $d_6 = 6a_3 b_1^3 + 2a_4 b_0 b_1^2 - 2a_5 b_0^2 b_1$, $d_7 = 2a_4 b_1^3 - 2a_5 b_0 b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7 = 0. \quad (2.215)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorul PD se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{-a_0 J^6 + a_1 J^5 - a_2 J^4 + a_3 J^3 - a_4 J^2 + a_5 J}{b_1 - b_0 J} + k_d J, \quad (2.216)$$

$$k_d = \frac{-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2}, \quad (2.217)$$

unde $d_0 = 5a_0 b_0$, $d_1 = 6a_0 b_1 + 4a_1 b_0$, $d_2 = 5a_1 b_1 + 3a_2 b_0$, $d_3 = 4a_2 b_1 + 2a_3 b_0$, $d_4 = 3a_3 b_1 + a_4 b_0$, $d_5 = 2a_4 b_1$, $d_6 = a_5 b_1$.

2.10.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Ecuția caracteristică $D(s)$ (2.8) a sistemului automat cu regulatorul PID este:

$$D(s) = a_0 s^7 + a_1 s^6 + a_2 s^5 + a_3 s^4 + a_4 s^3 + a_5 s^2 + (k_d s^2 + k_p s + k_i)(b_0 s + b_1) = 0, \quad (2.218)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^7 + a_1J^6 - a_2J^5 + a_3J^4 - a_4J^3 + a_5J^2}{b_1 - b_0J} + k_dJ^2 - k_pJ + k_i = 0. \quad (2.219)$$

În cazul regulatorului PID este necesar de derivat (2.219) pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{d_0J^{11} - d_1J^{10} + d_2J^9 - d_3J^8 + d_4J^7 - d_5J^6 + d_6J^5 - d_7J^4 + d_8J^3 - d_9J^2 + d_{10}J - d_{11}}{(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)^2} = 0, \quad (2.220)$$

unde $d_0 = 120a_0b_0^7$, $d_1 = 900a_0b_0^6b_1 + 60a_1b_0^7$, $d_2 = 2904a_0b_0^5b_1^2 + 456a_1b_0^6b_1 + 24a_2b_0^7$,
 $d_3 = 5226a_0b_0^4b_1^3 + 1494a_1b_0^5b_1^2 + 186a_2b_0^6b_1 + 6a_3b_0^7$, $d_4 = 5664a_0b_0^3b_1^4 +$
 $+ 2736a_1b_0^4b_1^3 + 624a_2b_0^5b_1^2 + 48a_3b_0^6b_1$, $d_5 = 3696a_0b_0^2b_1^5 + 3024a_1b_0^3b_1^4 +$
 $+ 1176a_2b_0^4b_1^3 + 168a_3b_0^5b_1^2$, $d_6 = 1344a_0b_0b_1^6 + 2016a_1b_0^2b_1^5 + 1344a_2b_0^3b_1^4 + 336a_3b_0^4b_1^3$,
 $d_7 = 210a_0b_1^7 + 750a_1b_0b_1^6 + 930a_2b_0^2b_1^5 + 414a_3b_0^3b_1^4 + 6a_4b_0^4b_1^3 - 6a_5b_0^5b_1^2$, $d_8 =$
 $= 120a_1b_1^7 + 360a_2b_0b_1^6 + 312a_3b_0^2b_1^5 + 24a_4b_0^3b_1^4 - 24a_5b_0^4b_1^3$, $d_9 = 60a_2b_1^7 +$
 $+ 132a_3b_0b_1^6 + 36a_4b_0^2b_1^5 - 36a_5b_0^3b_1^4$, $d_{10} = 24a_3b_1^7 + 24a_4b_0b_1^6 - 24a_5b_0^2b_1^5$, $d_{11} =$
 $= 6a_4b_1^7 - 6a_5b_0b_1^6$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$d_0J^{11} - d_1J^{10} + d_2J^9 - d_3J^8 + d_4J^7 - d_5J^6 + d_6J^5 - d_7J^4 + d_8J^3 - d_9J^2 + d_{10}J - d_{11} = 0. \quad (2.221)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorul PID se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{d_0J^7 - d_1J^6 + d_2J^5 - d_3J^4 + d_4J^3 - d_5J^2 + d_6J}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ, \quad (2.222)$$

$$k_i = \frac{a_0J^7 - a_1J^6 + a_2J^5 - a_3J^4 + a_4J^3 - a_5J^2}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ, \quad (2.223)$$

$$k_d = \frac{-d_7J^8 + d_8J^7 - d_9J^6 + d_{10}J^5 - d_{11}J^4 + d_{12}J^3 - d_{13}J^2 + d_{14}J - d_{15}}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)}, \quad (2.224)$$

unde $d_0 = 6a_0b_0$, $d_1 = 7a_0b_1 + 5a_1b_0$, $d_2 = 6a_1b_1 + 4a_2b_0$, $d_3 = 5a_2b_1 + 3a_3b_0$, $d_4 =$
 $= 4a_3b_1 + 2a_4b_0$, $d_5 = 3a_4b_1 + a_5b_0$, $d_6 = 2a_5b_1$, $d_7 = 30a_0b_0^3$, $d_8 = 100a_0b_0^2b_1 + 20a_1b_0^3$,
 $d_9 = 112a_0b_0b_1^2 + 68a_1b_0^2b_1 + 12a_2b_0^3$, $d_{10} = 42a_0b_1^3 + 78a_1b_0b_1^2 + 42a_2b_0^2b_1 + 6a_3b_0^3$,
 $d_{11} = 30a_1b_1^3 + 50a_2b_0b_1^2 + 22a_3b_0^2b_1 + 2a_4b_0^3$, $d_{12} = 20a_2b_1^3 + 28a_3b_0b_1^2 + 8a_4b_0^2b_1$,
 $d_{13} = 12a_3b_1^3 + 12a_4b_0b_1^2$, $d_{14} = 6a_4b_1^3 + 2a_5b_0b_1^2$, $d_{15} = 2a_5b_1^3$.

Exemplul 2.9. Se consideră modelul obiectului deschis cu funcția de transfer cu datele numerice: $b_0 = 0.6$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 4.416$, $a_1 = 41.4768$, $a_2 = 52.1676$, $a_3 = 24.4266$, $a_4 = 4.917$, $a_5 = 0.36$.

Se cere de acordat reguletoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (2.199) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv sunt prezentate în figura 2.10.

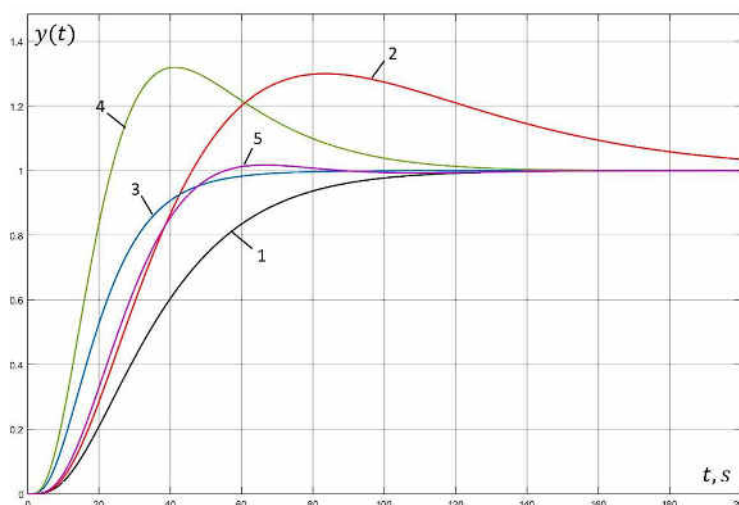


Figura 2.10. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, iar curba 5 este răspunsul sistemului cu regulator PD utilizând optimizarea parametrică

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PD acordat după metoda gradului maximal de stabilitate, timpul de reglare este de 57 s.■

2.11 Concluzii la capitolul 2

S-a creat algoritmul metodei de acordare a reguletoarelor tipizate P, PI, PD și PID la modele de obiecte cu avans-întârziere cu fază minimă de ordinul unu, doi, trei și patru fără și cu astatism.

Pentru fiecare tip de model de obiect s-a calculat exemplu de acordare a reguletoarelor P, PI, PD și PID și s-au prezentat rezultatele simulării pe calculator în pachetul de programe MATLAB în forma răspunsului indicial al sistemului automat.

S-au analizat performanțele sistemului automat cu regulatorul acordat după metoda elaborată la modelul obiectul dat și sau stabilit că cele mai ridicate performanțe s-au obținut pentru sistemul cu regulatorul PD și PID.

La modelele de obiecte cu astatism nu se recomandă de utilizat regulatorul în structura căruia este componenta integratoare (I), care conduce la instabilitatea sistemului, deoarece astatism se conține și în modelul obiectului.

Reguletoarele P și PD nu se recomandă de utilizat pentru modele fără astatism, sistemul având eroarea staționară ridicată.

3 SINTEZA ALGORITMILOR DE CONDUCERE PENTRU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE CU FAZĂ MINIMĂ, ASTATISM ȘI TIMP MORT ÎN BAZA METODEI GRADULUI MAXIMAL

3.1 Algoritmul metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații

Se consideră structura sistemului automat cu timp mort și reacție unitară din figura 3.1 alcătuită din partea fixată (PF) descrisă cu funcția de transfer $H_{PF}(s)$, prezentată din timpul mort $e^{-\tau s}$ și funcția de transfer $H(s)$ a obiectului de reglare și regulatorul automat descris cu funcția de transfer $H_C(s)$. Semnalul de intrare $r(t) = 1(t)$ este treaptă unitară, $\varepsilon(t) = r(t) - y(t)$ este eroarea sistemului, $u(t)$ – mărimea de conducere, $y(t)$ – ieșirea sistemului, $p(t)$ – perturbația sistemului.

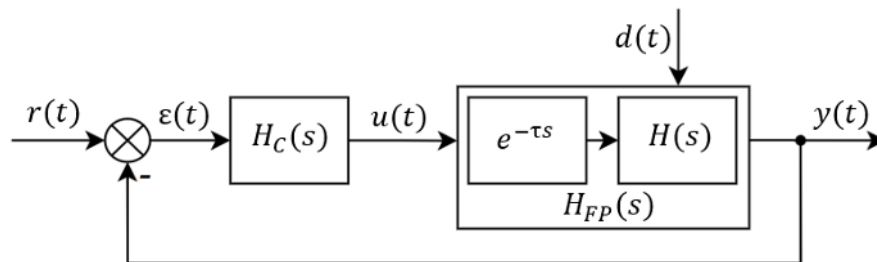


Figura 3.1. Schema bloc structurală a sistemului cu conducere automată

Funcția de transfer a părții fixate cu timp mort și astatism are forma generalizată [7], [8], [9], [67], [69], [70]:

$$H_{PF}(s) = \frac{y(s)}{r(s)} = \frac{e^{-\tau s}(b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + b_{m-2} s^{m-2} + \dots + b_0)}{s(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \dots + a_0)} = \frac{e^{-\tau s} B(s)}{sA(s)}, \quad m \leq n, \quad (3.1)$$

unde $B(s)$ este polinomul de gradul m cu coeficienții $\overline{b_0}, \overline{b_m}$, care exprimă proprietățile de anticipație și timp mort a procesului, $A(s)$ – polinomul de gradul n cu coeficienții $\overline{a_0}, \overline{a_n}$, care exprimă proprietățile interne ale procesului (inerția) s este astatismul obiectului. Relația $m \leq n$ exprimă condițiile de realizabilitate fizică a procesului.

Problema de sinteză a algoritmului de conducere cu obiectul de reglare constă în asigurarea gradului maximal de stabilitate al sistemului proiectat pentru legea de reglare aleasă.

Procedura de acordare a reguletoarelor tipizate P, PI, PD, PID, descrisă în capitolul 3 al tezei, constă în următoarele etape:

1. Se stabilește legea dorită de reglare.
2. Se deduce funcția de transfer a sistemului automat închis cu funcția de transfer a algoritmului ales.
3. Se obține ecuația caracteristică a sistemului automat închis.
4. Se substituie $p = -J$ în ecuația caracteristică de la punctul 3.
5. Se execută derivarea pe variabila J ecuația caracteristică de la punctul 4 de un număr de ori egal cu numărul parametrilor regulatorului ales.

6. Din ecuația obținută la punctul 5 se determină rădăcinile acesteia, care reprezintă gradele maximale de stabilitate ale sistemului automat proiectat, iar valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină reală sau partea reală a rădăcinii complexe.

7. Utilizând J_{opt} și ecuațiile algebrice obținute la pasul 5, se efectuează calculul valorilor parametrilor legilor de reglare alese.

8. Se verifică performanțele sistemului de reglare automată proiectat prin simulare pe calculator [28], [31].

În cazul în care rădăcinile ecuației caracteristice ale sistemului automat nu pot fi identificate sau necesită resurse mari de calcul, atunci se propune de a utiliza metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații (GMSI). Metoda GMSI se reduce la determinarea funcțiilor de calcul ale parametrilor de acord ai regulatorului selectat funcție de parametrii constanți ai modelului obiectului și variabila necunoscută a gradului de stabilitate al sistemului automat sintetizat și pentru algoritmi P, PD, PI și PID se obțin dependențele $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$.

La variația gradului de stabilitate a lui J de la $0 \dots \infty$, se calculează și se construiesc curbele $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pentru algoritmi P, PD, PI, PID și pe aceste curbe se aleg seturi de valori ai parametrilor regulatorului P, PD, PI, PID $J_i - k_{pi}$, k_{ii} , k_{di} și se simulează pe calculator sistemul automat cu regulatorul ales, se ridică răspunsurile indiciale, după care se determină performanțele posibile cele mai ridicate ale sistemului, care ar satisface condițiile de performanță impuse sistemului automat [28].

Dacă performanțele sistemului sunt satisfăcute, procedura de sinteză se finisează, iar în caz contrar, procedura se reia de la început cu alt tip de lege de reglare sau altă metodă de calcul a regulatorului automat.

Funcția de transfer generalizată a sistemului închis este prezentată sub forma:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{H_R(s)H_{PF}(s)}{1+H_R(s)H_{PF}(s)} = \frac{C(s)}{D(s)} \quad (3.2)$$

unde $H_d(s) = H_R(s)H_{PF}(s)$ este funcția de transfer a sistemului deschis, iar $C(s), D(s)$ – polinoamele sistemului deschis.

În scopul micșorării timpului pentru calcul al regulatorului automat după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații s-a elaborat un pachet de programe „GMS-Calcul-DM” compus din mai multe module: modulul de bază care include principale funcții de calcul matematic pentru diferite etape ale algoritmului, ca de exemplu: aducerea la numitorul comun, deschiderea parantezelor, operații de derivare etc.; modulul de calcul a funcțiilor de transfer a sistemului deschis și închis, precum și determinarea expresiilor de calcul a coeficienților regulatorului P, PI, PD sau PID; al treilea modul reprezintă componenta de calcul a parametrilor de acord conform

metodei GMS cu iterații și construirea dependențelor variabilei J în formă grafică; a patra componentă, și ultima, este partea de interacțiune cu utilizatorul cu ajutorul oricărui program de editare de text și salvarea datelor în format .docx pentru a fi utilizate în continuare.

În continuare, se prezintă procedurile de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID la modele de obiecte de ordinul unu, doi, trei și patru, fără astatism, cu astatism și timp mort.

3.2 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{T_2 s + 1} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s + a_1}, \quad (3.3)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 1$.

3.2.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s + a_1 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.4)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s + a_1 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.5)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0 J + a_1 + k_p e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \frac{e^{-\tau J} (-a_0 J + a_1)}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (3.6)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.6) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} [-a_0 b_0 J^2 \tau + J(a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) - a_1 b_1 \tau + a_1 b_0 - a_0 b_1]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0. \quad (3.7)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} [-a_0 b_0 J^2 \tau + J(a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) - a_1 b_1 \tau + a_1 b_0 - a_0 b_1] = 0. \quad (3.8)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.6) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J - a_1)}{b_1 - b_0 J} = f_p(J). \quad (3.9)$$

3.2.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + (k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.10)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + (k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.11)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0 J^2 - a_1 J + (k_i - k_p J)e^{\tau J}(b_1 - b_0 J) = \frac{e^{\tau J}(a_0 J^2 - a_1 J)}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (3.12)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.12) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.13)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 2a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 8a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_3 = 10a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 2a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_4 = 2a_0 b_0 b_1^2 + 4a_0 b_1^3 \tau - 2a_1 b_0^2 b_1 + 4a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2$, $d_5 = 2a_0 b_1^3 - 2a_1 b_0 b_1^2 + 2a_1 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5) = 0. \quad (3.14)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.12) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[a_0 b_0 \tau J^3 - J^2(a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) + J(a_1 b_1 \tau + 2a_0 b_1) - a_1 b_1]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.15)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^2 + a_1 J)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J). \quad (3.16)$$

3.2.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s + a_1 + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.17)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s + a_1 + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.18)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0 J + a_1 + (k_p - k_d J)e^{\tau J}(b_1 - b_0 J) =$$

$$= \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J + a_1)}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (3.19)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.19) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.20)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 2a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 - 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_3 = 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 - 2a_0 b_0^2 b_1 + 4a_0 b_0 b_1^2 \tau + 2a_1 b_0^3 - 4a_1 b_0^2 b_1 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2$, $d_4 = 2a_0 b_1^3 \tau + 2a_1 b_0^2 b_1 - 2a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 - 2a_0 b_0 b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4) = 0. \quad (3.21)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.19) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J - a_1)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.22)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}[-a_0 b_0 J^2 \tau + J(a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) - a_0 b_1 + a_1 b_0 - a_1 b_1 \tau]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J). \quad (3.23)$$

3.2.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.24)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.25)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$\begin{aligned} D(-J) &= a_0 J^2 - a_1 J + (k_d J^2 - k_p J + k_i) e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \\ &= \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^2 - a_1 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \end{aligned} \quad (3.26)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.26) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{\ddot{D}}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^9 - d_1 J^8 + d_2 J^7 - d_3 J^6 + d_4 J^5 - d_5 J^4 + d_6 J^3 - d_7 J^2 + d_8 J - d_9)}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.27)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^7 \tau^3$, $d_1 = 3a_0 b_0^7 \tau^2 + 7a_0 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^7 \tau^3$, $d_2 = 24a_0 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 7a_1 b_0^6 b_1 \tau^3$, $d_3 = 81a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 3a_1 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^3$, $d_4 = 6a_0 b_0^5 b_1^2 \tau + 150a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^3 - 6a_1 b_0^6 b_1 \tau + 18a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^3$, $d_5 =$

$$\begin{aligned}
&= -6a_0b_0^5b_1^2 + 30a_0b_0^4b_1^3\tau + 165a_0b_0^3b_1^4\tau^2 + 21a_0b_0^2b_1^5\tau^3 + 6a_1b_0^6b_1 - 30a_1b_0^5b_1^2\tau + \\
&+ 45a_1b_0^4b_1^3\tau^2 + 35a_1b_0^3b_1^4\tau^3, \quad d_6 = 60a_0b_0^3b_1^4\tau - 24a_0b_0^4b_1^3 + 108a_0b_0^2b_1^5\tau^2 + 7a_0b_0b_1^6\tau^3 + \\
&+ 24a_1b_0^5b_1^2 - 60a_1b_0^4b_1^3\tau + 60a_1b_0^3b_1^4\tau^2 + 21a_1b_0^2b_1^5\tau^3, \quad d_7 = 60a_0b_0^2b_1^5\tau - 36a_0b_0^3b_1^4 + \\
&+ 39a_0b_0b_1^6\tau^2 + a_0b_1^7\tau^3 + 36a_1b_0^4b_1^3 - 60a_1b_0^3b_1^4\tau + 45a_1b_0^2b_1^5\tau^2 + 7a_1b_0b_1^6\tau^3, \quad d_8 = \\
&= 30a_0b_0b_1^6\tau - 24a_0b_0^2b_1^5 + 6a_0b_1^7\tau^2 + 24a_1b_0^3b_1^4 - 30a_1b_0^2b_1^5\tau + 18a_1b_0b_1^6\tau^2 + a_1b_1^7\tau^3, \\
d_9 &= -6a_0b_0b_1^6 + 6a_0b_1^7\tau + 6a_1b_0^2b_1^5 - 6a_1b_0b_1^6\tau + 3a_1b_1^7\tau^2.
\end{aligned}$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0J^9 - d_1J^8 + d_2J^7 - d_3J^6 + d_4J^5 - d_5J^4 + d_6J^3 - d_7J^2 + d_8J - d_9) = 0. \quad (3.28)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.26) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[a_0b_0J^3\tau - J^2(a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau) + J(2a_0b_1 + a_1b_1\tau) - a_1b_1]}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ = f_p(J), \quad (3.29)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(-a_0J^2 + a_1J)}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J), \quad (3.30)$$

$$k_d = -\frac{e^{-\tau J}[-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5]}{2(b_0^4J^4 - 4b_0^3b_1J^3 + 6b_0^2b_1^2J^2 - 4b_0b_1^3J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.31)$$

unde $d_0 = a_0b_0^3\tau^2$, $d_1 = 2a_0b_0^3\tau + 3a_0b_0^2b_1\tau^2 + a_1b_0^3\tau^2$, $d_2 = 8a_0b_0^2b_1\tau + 3a_0b_0b_1^2\tau^2 + 3a_1b_0^2b_1\tau^2$, $d_3 = 10a_0b_0b_1^2\tau + a_0b_1^3\tau^2 + 2a_1b_0^2b_1\tau + 3a_1b_0b_1^2\tau^2$, $d_4 = 2a_0b_0b_1^2 + 4a_0b_1^3\tau - 2a_1b_0^2b_1 + 4a_1b_0b_1^2\tau + a_1b_1^3\tau^2$, $d_5 = 2a_0b_1^3 - 2a_1b_0b_1^2 + 2a_1b_1^3\tau$.

Exemplul 3.1. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2$, $b_0 = 0.25$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 0.35$, și $a_1 = 0.2$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.2) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.2.

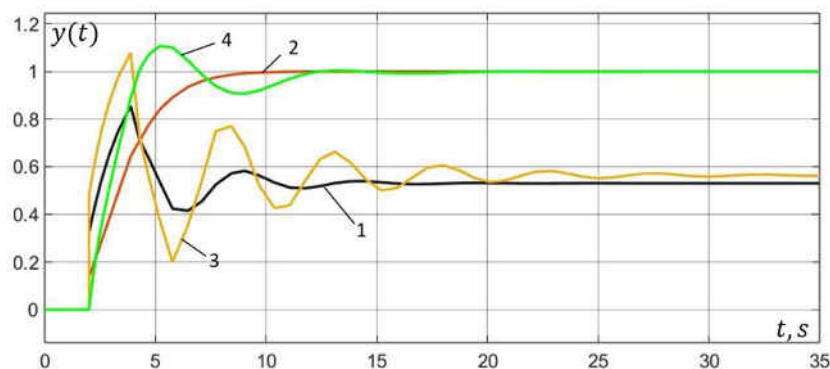


Figura 3.2. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PI și PID. Pentru PI procesul este mai lent, dar nu are suprareglaj, pentru sistemul cu regulator PID procesul tranzitoriu are un suprareglaj de 10 % și o oscilație în schimb, este mai rapid. ■

3.3 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}, \quad (3.32)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 și T_3 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2 T_3$, $a_1 = T_2 + T_3$, $a_2 = 1$.

3.3.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.33)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.34)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0 J^2 - a_1 J + a_2 + k_p e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^2 - a_1 J + a_2)}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (3.35)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.35) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J - d_3)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0, \quad (3.36)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 2a_0 b_1 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = a_1 b_1 + a_2 b_0 - a_2 b_1 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J - d_3) = 0. \quad (3.37)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.35) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-a_0 J^2 + a_1 J - a_2)}{b_1 - b_0 J} = f_p(J). \quad (3.38)$$

3.3.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.39)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.40)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{\tau J} (-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J)}{b_1 - b_0 J} - k_p J + k_i = 0. \quad (3.41)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.41) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0, \quad (3.42)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 4a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 2a_0 b_0^3 + 14a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_3 = 8a_0 b_0^2 b_1 + 16a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3k_s a_2 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_4 = 12a_0 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3 \tau + 10a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_5 = 6a_0 b_1^3 + 2a_1 b_0 b_1^2 + 4k_s a_1 b_1^3 \tau - 2a_2 b_0^2 b_1 + 4a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2$, $d_6 = 2a_1 b_1^3 - 2a_2 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6) = 0. \quad (3.43)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.41) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.44)$$

$$k_i = \frac{(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) e^{-\tau J}}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.45)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1$.

3.3.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + (k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.46)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2 + (k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.47)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$\begin{aligned} D(-J) &= a_0 J^2 - a_1 J + a_2 + (k_p - k_d J) e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \\ &= \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^2 - a_1 J + a_2)}{b_1 - b_0 J} + k_p - k_d J = 0. \end{aligned} \quad (3.48)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.48) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5)}{(b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2)^2} = 0, \quad (3.49)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 2a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 8a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_3 = 10a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 2a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 - 2a_2 b_0^3 \tau + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_4 = 2a_0 b_0 b_1^2 + 4a_0 b_1^3 \tau - 2a_1 b_0^2 b_1 + 4a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^3 - 4a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_5 = 2a_0 b_1^3 - 2a_1 b_0 b_1^2 + 2a_1 b_1^3 \tau + 2a_2 b_0^2 b_1 - 2a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5) = 0. \quad (3.50)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.48) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^2 + a_1 J - a_2)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.51)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J - d_3)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.52)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 2a_0 b_1 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = a_1 b_1 - a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau$.

3.3.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.53)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.54)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$\begin{aligned} D(-J) &= -a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + (k_d J^2 - k_p J + k_i)e^{\tau J}(b_1 - b_0 J) = \\ &= \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \end{aligned} \quad (3.55)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.55) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^{10} + d_1 J^9 - d_2 J^8 + d_3 J^7 - d_4 J^6 + d_5 J^5 - d_6 J^4 + d_7 J^3 - d_8 J^2 + d_9 J - d_{10})}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned}
\text{unde } d_0 &= a_0 b_0^7 \tau^3, \quad d_1 = 6a_0 b_0^7 \tau^2 + 7a_0 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^7 \tau^3, \quad d_2 = 6a_0 b_0^7 \tau + 45a_0 b_0^6 b_1 \tau^2 + \\
&+ 21a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 3a_1 b_0^7 \tau^2 + 7a_1 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^7 \tau^3, \quad d_3 = 48a_0 b_0^6 b_1 \tau + 144a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + \\
&+ 35a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 24a_1 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 7a_2 b_0^6 b_1 \tau^3, \quad d_4 = 168a_0 b_0^5 b_1^2 \tau + \\
&+ 255a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^3 + 81a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 3a_2 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^3, \\
d_5 &= 330a_0 b_0^4 b_1^3 \tau + 270a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 6a_1 b_0^5 b_1^2 \tau + 150a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + \\
&+ 35a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^3 - 6a_2 b_0^6 b_1 \tau + 18a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^3, \quad d_6 = 6a_0 b_0^4 b_1^3 + 390a_0 b_0^3 b_1^4 \tau + \\
&+ 171a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_0 b_0 b_1^6 \tau^3 - 6a_1 b_0^5 b_1^2 + 30a_1 b_0^4 b_1^3 \tau + 165a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + \\
&+ 6a_2 b_0^6 b_1 - 30a_2 b_0^5 b_1^2 \tau + 45a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^3, \quad d_7 = 24a_0 b_0^3 b_1^4 + 276a_0 b_0^2 b_1^5 \tau + \\
&+ 60a_0 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_0 b_1^7 \tau^3 - 24a_1 b_0^4 b_1^3 + 60a_1 b_0^3 b_1^4 \tau + 108a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_1 b_0 b_1^6 \tau^3 + \\
&+ 24a_2 b_0^5 b_1^2 - 60a_2 b_0^4 b_1^3 \tau + 60a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^3, \quad d_8 = 36a_0 b_0^2 b_1^5 + 108a_0 b_0 b_1^6 \tau + \\
&+ 9a_0 b_1^7 \tau^2 - 36a_1 b_0^3 b_1^4 + 60a_1 b_0^2 b_1^5 \tau + 39a_1 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_1 b_1^7 \tau^3 + 36a_2 b_0^4 b_1^3 - 60a_2 b_0^3 b_1^4 \tau + \\
&+ 45a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_2 b_0 b_1^6 \tau^3, \quad d_9 = 24a_0 b_0 b_1^6 + 18a_0 b_1^7 \tau - 24a_1 b_0^2 b_1^5 + 30a_1 b_0 b_1^6 \tau + \\
&+ 6a_1 b_1^7 \tau^2 + 24a_2 b_0^3 b_1^4 - 30a_2 b_0^2 b_1^5 \tau + 18a_2 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_2 b_1^7 \tau^3, \quad d_{10} = 6a_0 b_1^7 - 6a_1 b_0 b_1^6 + \\
&+ 6a_1 b_1^7 \tau + 6a_2 b_0^2 b_1^5 - 6a_2 b_0 b_1^6 \tau + 3a_2 b_1^7 \tau^2.
\end{aligned}$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$\begin{aligned}
e^{-\tau J} (-d_0 J^{10} + d_1 J^9 - d_2 J^8 + d_3 J^7 - d_4 J^6 + d_5 J^5 - \\
-d_6 J^4 + d_7 J^3 - d_8 J^2 + d_9 J - d_{10}) = 0.
\end{aligned} \tag{3.57}$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.56) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \tag{3.58}$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \tag{3.59}$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J} (-d_5 J^6 + d_6 J^5 - d_7 J^4 + d_8 J^3 - d_9 J^2 + d_{10} J - d_{11})}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \tag{3.60}$$

$$\begin{aligned}
\text{unde } d_0 &= a_0 b_0 \tau, \quad d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau, \quad d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau, \\
d_3 &= 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau, \quad d_4 = a_2 b_1, \quad d_5 = a_0 b_0^3 \tau^2, \quad d_6 = 4a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2, \\
d_7 &= 2a_0 b_0^3 + 14a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2, \quad d_8 = 8a_0 b_0^2 b_1 + \\
&+ 16a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2, \quad d_9 = 12a_0 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3 \tau + \\
&+ 10a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2, \quad d_{10} = 6a_0 b_1^3 + 2a_1 b_0 b_1^2 + 4a_1 b_1^3 \tau + \\
&+ 2a_2 b_0^2 b_1 + 4a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2, \quad d_{11} = 2a_1 b_1^3 - 2a_2 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_1^3 \tau.
\end{aligned}$$

Exemplu 3.2. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2, b_0 = 0.35, b_1 = 0.2313, a_0 = 1, a_1 = 0.3872$ și $a_2 = 0.04851$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.32) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv sunt prezentate în figura 3.3.

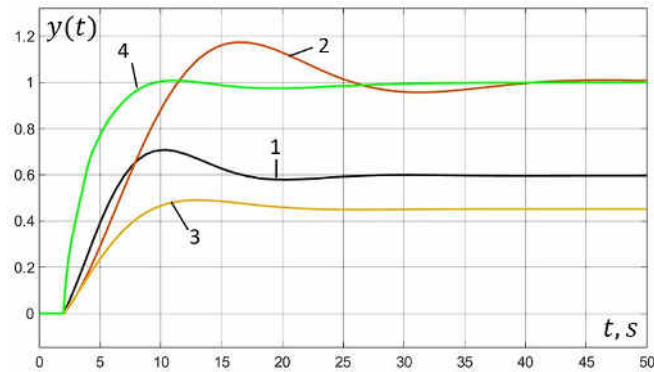


Figura 3.3. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe dintre toate tipurile de reglatoare ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PID, lipsesc suprareglajul și oscilațiile. ■

3.4 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (3.61)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3 și T_4 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = 1$, $a_0 = T_2 T_3 T_4$, $a_1 = T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4$, $a_2 = T_2 + T_3 + T_4$ și $a_3 = 1$.

3.4.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.62)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.63)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$\begin{aligned} D(-J) &= -a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + a_3 + k_p e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \\ &= \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + a_3}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_p = 0. \end{aligned} \quad (3.64)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.64) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0, \quad (3.65)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1 - a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4) = 0. \quad (3.66)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.64) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J - a_3}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} = f_p(J). \quad (3.67)$$

3.4.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.68)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.69)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_i - k_p J = 0. \quad (3.70)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.70) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.71)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 6a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 6a_0 b_0^3 + 20a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 4a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$,
 $d_3 = 22a_0 b_0^2 b_1 + 22a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 + 14a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_2 b_0^3 \tau + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^3 \tau^2$,
 $d_4 = 28a_0 b_0 b_1^2 + 8a_0 b_1^3 \tau + 8a_1 b_0^2 b_1 + 16a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 8a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^2$,
 $d_5 = 12a_0 b_1^3 + 12a_1 b_0 b_1^2 + 6a_1 b_1^3 \tau + 10a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2 + 2a_3 b_0^2 b_1 \tau + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^2$,
 $d_6 = 6a_1 b_1^3 + 2a_2 b_0 b_1^2 + 4a_2 b_1^3 \tau - 2a_3 b_0^2 b_1 + 4a_3 b_0 b_1^2 \tau + a_3 b_1^3 \tau^2$,
 $d_7 = 2a_2 b_1^3 - 2a_3 b_0 b_1^2 + 2a_3 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7) = 0. \quad (3.72)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.70) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.73)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.74)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 3a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 4a_0 b_1 + 2a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 3a_1 b_1 + a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 2a_2 b_1 + a_3 b_1 \tau$, $d_5 = a_3 b_1$.

3.4.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.75)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.76)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J + a_3)}{b_1 - b_0 J} - k_d J + k_p = 0. \quad (3.77)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.77) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.78)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 4a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 82a_0 b_0^3 + 14a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$,
 $d_3 = 8a_0 b_0^2 b_1 + 16a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^3 \tau^2$, $d_4 = 12a_0 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3 \tau + 10a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 - 2a_3 b_0^3 \tau + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^2$,
 $d_5 = 6a_0 b_1^3 + 2a_1 b_0 b_1^2 + 4a_1 b_1^3 \tau - 2a_2 b_0^2 b_1 + 4a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2 + 2a_3 b_0^3 - 4a_3 b_0^2 b_1 \tau + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_6 = 2a_1 b_1^3 - 2a_2 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_1^3 \tau + 2a_3 b_0^2 b_1 - 2a_3 b_0 b_1^2 \tau + a_3 b_1^3 \tau^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6) = 0. \quad (3.79)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.79) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J - a_3)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.80)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.81)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = a_2 b_1 - a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau$.

3.4.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.82)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.83)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.84)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.84) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^{11} - d_1 J^{10} + d_2 J^9 - d_3 J^8 + d_4 J^7 - d_5 J^6 + d_6 J^5 - d_7 J^4 + d_8 J^3 - d_9 J^2 + d_{10} J - d_{11})}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.85)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^7 \tau^3$, $d_1 = 9a_0 b_0^7 \tau^2 + 7a_0 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^7 \tau^3$, $d_2 = 18a_0 b_0^7 \tau + 66a_0 b_0^6 b_1 \tau^2 +$
 $+21a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 6a_1 b_0^7 \tau^2 + 7a_1 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^7 \tau^3$, $d_3 = 6a_0 b_0^7 + 138a_0 b_0^6 b_1 \tau +$
 $+207a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 6a_1 b_0^7 \tau + 45a_1 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 3a_2 b_0^7 \tau^2 +$
 $+7a_2 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_3 b_0^7 \tau^3$, $d_4 = 48a_0 b_0^6 b_1 + 456a_0 b_0^5 b_1^2 \tau + 360a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^3 +$
 $+48a_1 b_0^6 b_1 \tau + 144a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 24a_2 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 7a_3 b_0^6 b_1 \tau^3$,
 $d_5 = 168a_0 b_0^5 b_1^2 + 840a_0 b_0^4 b_1^3 \tau + 375a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 168a_1 b_0^5 b_1^2 \tau +$
 $+255a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^3 + 81a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 3a_3 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_3 b_0^5 b_1^2 \tau^3$,
 $d_6 = 336a_0 b_0^4 b_1^3 + 930a_0 b_0^3 b_1^4 \tau + 234a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_0 b_0 b_1^6 \tau^3 + 330a_1 b_0^4 b_1^3 \tau +$
 $+270a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 6a_2 b_0^5 b_1^2 \tau + 150a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^3 - 6a_3 b_0^6 b_1 \tau +$
 $+18a_3 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_3 b_0^4 b_1^3 \tau^3$, $d_7 = 414a_0 b_0^3 b_1^4 + 618a_0 b_0^2 b_1^5 \tau + 81a_0 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_0 b_1^7 \tau^3 +$
 $+6a_1 b_0^4 b_1^3 + 390a_1 b_0^3 b_1^4 \tau + 171a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_1 b_0 b_1^6 \tau^3 - 6a_2 b_0^5 b_1^2 + 30a_2 b_0^4 b_1^3 \tau +$
 $+165a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 6a_3 b_0^6 b_1 - 30a_3 b_0^5 b_1^2 \tau + 45a_3 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_3 b_0^3 b_1^4 \tau^3$,
 $d_8 = 312a_0 b_0^2 b_1^5 + 228a_0 b_0 b_1^6 \tau + 12a_0 b_1^7 \tau^2 + 24a_1 b_0^3 b_1^4 + 276a_1 b_0^2 b_1^5 \tau + 60a_1 b_0 b_1^6 \tau^2 +$
 $+a_1 b_1^7 \tau^3 - 24a_2 b_0^4 b_1^3 + 60a_2 b_0^3 b_1^4 \tau + 108a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_2 b_0 b_1^6 \tau^3 + 24a_3 b_0^5 b_1^2 -$
 $-60a_3 b_0^4 b_1^3 \tau + 60a_3 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_3 b_0^2 b_1^5 \tau^3$, $d_9 = 132a_0 b_0 b_1^6 + 36a_0 b_1^7 \tau + 36a_1 b_0^2 b_1^5 +$
 $+108a_1 b_0 b_1^6 \tau + 9a_1 b_1^7 \tau^2 - 36a_2 b_0^3 b_1^4 + 60a_2 b_0^2 b_1^5 \tau + 39a_2 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_2 b_1^7 \tau^3 + 36a_3 b_0^4 b_1^3 -$
 $-60a_3 b_0^3 b_1^4 \tau + 45a_3 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_3 b_0 b_1^6 \tau^3$, $d_{10} = 24a_0 b_1^7 + 24a_1 b_0 b_1^6 + 18a_1 b_1^7 \tau -$

$$-24a_2b_0^2b_1^5 + 30a_2b_0b_1^6\tau + 6a_2b_1^7\tau^2 + 24a_3b_0^3b_1^4 - 30a_3b_0^2b_1^5\tau + 18a_3b_0b_1^6\tau^2 + a_3b_1^7\tau^3,$$

$$d_{11} = 6a_1b_1^7 - 6a_2b_0b_1^6 + 6a_2b_1^7\tau + 6a_3b_0^2b_1^5 - 6a_3b_0b_1^6\tau + 3a_3b_1^7\tau^2.$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0J^{11} - d_1J^{10} + d_2J^9 - d_3J^8 + d_4J^7 - d_5J^6 + d_6J^5 - d_7J^4 + d_8J^3 - d_9J^2 + d_{10}J - d_{11}). \quad (3.86)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.84) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[d_0J^5 - d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J - d_5]}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} + 2k_dJ = f_p(J), \quad (3.87)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2 - a_3J)}{b_1 - b_0J} - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J), \quad (3.88)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(-d_6J^6 + d_7J^5 - d_8J^4 + d_9J^3 - d_{10}J^2 + d_{11}J - d_{12})}{2(-b_0J + b_1)^4} = f_d(J), \quad (3.89)$$

unde $d_0 = a_0b_0\tau$, $d_1 = 3a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau$, $d_2 = 4a_0b_1 + 2a_1b_0 + a_1b_1\tau + a_2b_0\tau$, $d_3 = 3a_1b_1 + a_2b_0 + a_2b_1\tau + a_3b_0\tau$, $d_4 = 2a_2b_1 + a_3b_1\tau$, $d_5 = a_3b_1$, $d_6 = a_0b_0^2\tau^2$, $d_7 = 6a_0b_0^2\tau + 2a_0b_0b_1\tau^2 + a_1b_0^2\tau^2$, $d_8 = 6a_0b_0^2 + 14a_0b_0b_1\tau + a_0b_1^2\tau^2 + 4a_1b_0^2\tau + 2a_1b_0b_1\tau^2 + a_2b_0^2\tau^2$, $d_9 = 16a_0b_0b_1 + 8a_0b_1^2\tau + 2a_1b_0^2 + 10a_1b_0b_1\tau + a_1b_1^2\tau^2 + 2a_2b_0^2\tau + 2a_2b_0b_1\tau^2 + a_3b_0^2\tau^2$, $d_{10} = 12a_0b_1^2 + 6a_1b_0b_1 + 6a_1b_1^2\tau + 6a_2b_0b_1\tau + a_2b_1^2\tau^2 + 2a_3b_0b_1\tau^2$, $d_{11} = 6a_1b_1^2 + 4a_2b_1^2\tau + 2a_3b_0b_1\tau + a_3b_1^2\tau^2$, $d_{12} = 2a_2b_1^2 - 2a_3b_0b_1 + 2a_3b_1^2\tau$.

Exemplul 3.3. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2$, $b_0 = 0.35$, $b_1 = 0.2313$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0.3872$ și $a_2 = 0.04851$.

Se cere de acordat reguletoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.62) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.4.

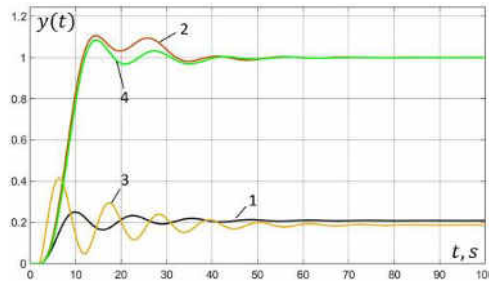


Figura 3.4. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PID, cu suprareglaj de 8 %, timpul de reglare de 28 s și două oscilații.■

3.5 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul patru și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)(T_5 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (3.90)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3, T_4 și T_5 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = 1$, $a_0 = T_2 T_3 T_4 T_5$, $a_1 = T_2 T_3 T_4 + T_2 T_3 T_5 + T_2 T_4 T_5 + T_3 T_4 T_5$, $a_2 = T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_2 T_5 + T_3 T_4 + T_3 T_5 + T_4 T_5$, $a_3 = T_2 + T_3 + T_4 + T_5$ și $a_4 = 1$.

3.5.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.91)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.92)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J + a_4)}{b_1 - b_0 J} + k_p = 0. \quad (3.93)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.93) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0, \quad (3.94)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 3a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 4a_0 b_1 + 2a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 3a_1 b_1 + a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 2a_2 b_1 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = a_3 b_1 - a_4 b_0 + a_4 b_1 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5) = 0. \quad (3.95)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.93) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J - a_4)}{b_1 - b_0 J} = f_p(J). \quad (3.96)$$

3.5.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.97)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.98)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J} (-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J)}{b_1 - b_0 J} + k_i - k_p J = 0. \quad (3.99)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.99) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (d_0 J^8 - d_1 J^7 + d_2 J^6 - d_3 J^5 + d_4 J^4 - d_5 J^3 + d_6 J^2 - d_7 J + d_8)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.100)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_1 = 8a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_2 = 12a_0 b_0^3 + 26a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 6a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_3 = 42a_0 b_0^2 b_1 + 28a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 6a_1 b_0^3 + 20a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 4a_2 b_0^3 \tau + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^3 \tau^2$, $d_4 = 50a_0 b_0 b_1^2 + 10a_0 b_1^3 \tau + 22a_1 b_0^2 b_1 + 22a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^3 + 14a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_3 b_0^3 \tau + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_4 b_0^3 \tau^2$, $d_5 = 20a_0 b_1^3 + 28a_1 b_0 b_1^2 + 8a_1 b_1^3 \tau + 8a_2 b_0^2 b_1 + 16a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2 + 8a_3 b_0^2 b_1 \tau + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_4 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_6 = 12a_1 b_1^3 + 12a_2 b_0 b_1^2 + 6a_2 b_1^3 \tau + 10a_3 b_0 b_1^2 \tau + a_3 b_1^3 \tau^2 + 2a_4 b_0^2 b_1 \tau + 3a_4 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_7 = 6a_2 b_1^3 + 2a_3 b_0 b_1^2 + 4a_3 b_1^3 \tau - 2a_4 b_0^2 b_1 + 4a_4 b_0 b_1^2 \tau + a_4 b_1^3 \tau^2$, $d_8 = 2a_3 b_1^3 - 2a_4 b_0 b_1^2 + 2a_4 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (d_0 J^8 - d_1 J^7 + d_2 J^6 - d_3 J^5 + d_4 J^4 - d_5 J^3 + d_6 J^2 - d_7 J + d_8) = 0. \quad (3.101)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.100) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.102)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.103)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1 + a_4 b_1 \tau$, $d_6 = a_4 b_1$.

3.5.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4 + (k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.104)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4 + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0s + b_1) = 0. \quad (3.105)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J}(a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2 - a_3J + a_4)}{(b_1 - b_0J)} + k_p - k_dJ = 0. \quad (3.106)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.106) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0J^7 + d_1J^6 - d_2J^5 + d_3J^4 - d_4J^3 + d_5J^2 - d_6J + d_7)}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (3.107)$$

unde $d_0 = a_0b_0^3\tau^2$, $d_1 = 6a_0b_0^3\tau + 3a_0b_0^2b_1\tau^2 + a_1b_0^3\tau^2$, $d_2 = 6a_0b_0^3 + 20a_0b_0^2b_1\tau + 3a_0b_0b_1^2\tau^2 + 4a_1b_0^3\tau + 3a_1b_0^2b_1\tau^2 + a_2b_0^3\tau^2$, $d_3 = 22a_0b_0^2b_1 + 22a_0b_0b_1^2\tau + a_0b_1^3\tau^2 + 2a_1b_0^3 + 14a_1b_0^2b_1\tau + 3a_1b_0b_1^2\tau^2 + 2a_2b_0^3\tau + 3a_2b_0^2b_1\tau^2 + a_3b_0^3\tau^2$, $d_4 = 28a_0b_0b_1^2 + 8a_0b_1^3\tau + 8a_1b_0^2b_1 + 16a_1b_0b_1^2\tau + a_1b_1^3\tau^2 + 8a_2b_0^2b_1\tau + 3a_2b_0b_1^2\tau^2 + 3a_3b_0^2b_1\tau^2 + a_4b_0^3\tau^2$, $d_5 = 12a_0b_1^3 + 12a_1b_0b_1^2 + 6a_1b_1^3\tau + 10a_2b_0b_1^2\tau + a_2b_1^3\tau^2 + 2a_3b_0^2b_1\tau + 3a_3b_0b_1^2\tau^2 - 2a_4b_0^3\tau + 3a_4b_0^2b_1\tau^2$, $d_6 = 6a_1b_1^3 + 2a_2b_0b_1^2 + 4a_2b_1^3\tau - 2a_3b_0^2b_1 + 4a_3b_0b_1^2\tau + a_3b_1^3\tau^2 + 2a_4b_0^3 - 4a_4b_0^2b_1\tau + 3a_4b_0b_1^2\tau^2$, $d_7 = 2a_2b_1^3 - 2a_3b_0b_1^2 + 2a_3b_1^3\tau + 2a_4b_0^2b_1 - 2a_4b_0b_1^2\tau + a_4b_1^3\tau^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0J^7 + d_1J^6 - d_2J^5 + d_3J^4 - d_4J^3 + d_5J^2 - d_6J + d_7) = 0. \quad (3.108)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.106) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J - a_4)}{b_1 - b_0J} + k_dJ = f_p(J), \quad (3.109)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(d_0J^5 - d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J - d_5)}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.110)$$

unde $d_0 = a_0b_0\tau$, $d_1 = 3a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau$, $d_2 = 4a_0b_1 + 2a_1b_0 + a_1b_1\tau + a_2b_0\tau$, $d_3 = 3a_1b_1 + a_2b_0 + a_2b_1\tau + a_3b_0\tau$, $d_4 = 2a_2b_1 + a_3b_1\tau + a_4b_0\tau$, $d_5 = a_3b_1 + a_4b_0 - a_4b_1\tau$.

3.5.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}{a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0s + b_1)}, \quad (3.111)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^5 + a_1s^4 + a_2s^3 + a_3s^2 + a_4s +$$

$$+(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.112)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.113)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.113) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^{12} + d_1 J^{11} - d_2 J^{10} + d_3 J^9 - d_4 J^8 + d_5 J^7 - d_6 J^6 + d_7 J^5 - d_8 J^4 + d_9 J^3 - d_{10} J^2 + d_{11} J - d_{12})}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.114)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^7 \tau^3$, $d_1 = 12a_0 b_0^7 \tau^2 + 7a_0 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^7 \tau^3$, $d_2 = 36a_0 b_0^7 \tau + 87a_0 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 9a_1 b_0^7 \tau^2 + 7a_1 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^7 \tau^3$, $d_3 = 24a_0 b_0^7 + 270a_0 b_0^6 b_1 \tau + 270a_0 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 18a_1 b_0^7 \tau + 66a_1 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 6a_2 b_0^7 \tau^2 + 7a_2 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_3 b_0^7 \tau^3$, $d_4 = 186a_0 b_0^6 b_1 + 870a_0 b_0^5 b_1^2 \tau + 465a_0 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^3 + 6a_1 b_0^7 + 138a_1 b_0^6 b_1 \tau + 207a_1 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 6a_2 b_0^7 \tau + 45a_2 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 3a_3 b_0^7 \tau^2 + 7a_3 b_0^6 b_1 \tau^3 + a_4 b_0^7 \tau^3$, $d_5 = 624a_0 b_0^5 b_1^2 + 1560a_0 b_0^4 b_1^3 \tau + 480a_0 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 48a_1 b_0^6 b_1 + 456a_1 b_0^5 b_1^2 \tau + 360a_1 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^3 + 48a_2 b_0^6 b_1 \tau + 144a_2 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 24a_3 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_3 b_0^5 b_1^2 \tau^3 + 7a_4 b_0^6 b_1 \tau^3$, $d_6 = 1176a_0 b_0^4 b_1^3 + 1680a_0 b_0^3 b_1^4 \tau + 297a_0 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_0 b_0 b_1^6 \tau^3 + 168a_1 b_0^5 b_1^2 + 840a_1 b_0^4 b_1^3 \tau + 375a_1 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 168a_2 b_0^5 b_1^2 \tau + 255a_2 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^3 + 81a_3 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_3 b_0^4 b_1^3 \tau^3 + 3a_4 b_0^6 b_1 \tau^2 + 21a_4 b_0^5 b_1^2 \tau^3$, $d_7 = 1344a_0 b_0^3 b_1^4 + 1086a_0 b_0^2 b_1^5 \tau + 102a_0 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_0 b_1^7 \tau^3 + 336a_1 b_0^4 b_1^3 + 930a_1 b_0^3 b_1^4 \tau + 234a_1 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_1 b_0 b_1^6 \tau^3 + 330a_2 b_0^4 b_1^3 \tau + 270a_2 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 6a_3 b_0^5 b_1^2 \tau + 150a_3 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_3 b_0^3 b_1^4 \tau^3 - 6a_4 b_0^6 b_1 \tau + 18a_4 b_0^5 b_1^2 \tau^2 + 35a_4 b_0^4 b_1^3 \tau^3$, $d_8 = 930a_0 b_0^2 b_1^5 + 390a_0 b_0 b_1^6 \tau + 15a_0 b_1^7 \tau^2 + 414a_1 b_0^3 b_1^4 + 618a_1 b_0^2 b_1^5 \tau + 81a_1 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_1 b_1^7 \tau^3 + 6a_2 b_0^4 b_1^3 + 390a_2 b_0^3 b_1^4 \tau + 171a_2 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_2 b_0 b_1^6 \tau^3 - 6a_3 b_0^5 b_1^2 + 30a_3 b_0^4 b_1^3 \tau + 165a_3 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_3 b_0^2 b_1^5 \tau^3 + 6a_4 b_0^6 b_1 - 30a_4 b_0^5 b_1^2 \tau + 45a_4 b_0^4 b_1^3 \tau^2 + 35a_4 b_0^3 b_1^4 \tau^3$, $d_9 = 360a_0 b_0 b_1^6 + 60a_0 b_1^7 \tau + 312a_1 b_0^2 b_1^5 + 228a_1 b_0 b_1^6 \tau + 12a_1 b_1^7 \tau^2 + 24a_2 b_0^3 b_1^4 + 276a_2 b_0^2 b_1^5 \tau + 60a_2 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_2 b_1^7 \tau^3 - 24a_3 b_0^4 b_1^3 + 60a_3 b_0^3 b_1^4 \tau + 108a_3 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_3 b_0 b_1^6 \tau^3 + 24a_4 b_0^5 b_1^2 - 60a_4 b_0^4 b_1^3 \tau + 60a_4 b_0^3 b_1^4 \tau^2 + 21a_4 b_0^2 b_1^5 \tau^3$, $d_{10} = 60a_0 b_1^7 + 132a_1 b_0 b_1^6 + 36a_1 b_1^7 \tau + 36a_2 b_0^2 b_1^5 + 108a_2 b_0 b_1^6 \tau + 9a_2 b_1^7 \tau^2 - 36a_3 b_0^3 b_1^4 + 60a_3 b_0^2 b_1^5 \tau + 39a_3 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_3 b_1^7 \tau^3 + 36a_4 b_0^4 b_1^3 - 60a_4 b_0^3 b_1^4 \tau + 45a_4 b_0^2 b_1^5 \tau^2 + 7a_4 b_0 b_1^6 \tau^3$, $d_{11} = 24a_1 b_1^7 + 24a_2 b_0 b_1^6 + 18a_2 b_1^7 \tau - 24a_3 b_0^2 b_1^5 + 30a_3 b_0 b_1^6 \tau + 6a_3 b_1^7 \tau^2 + 24a_4 b_0^3 b_1^4 - 30a_4 b_0^2 b_1^5 \tau + 18a_4 b_0 b_1^6 \tau^2 + a_4 b_1^7 \tau^3$, $d_{12} = 6a_2 b_1^7 - 6a_3 b_0 b_1^6 + 6a_3 b_1^7 \tau + 6a_4 b_0^2 b_1^5 - 6a_4 b_0 b_1^6 \tau + 3a_4 b_1^7 \tau^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^{12} + d_1 J^{11} - d_2 J^{10} + d_3 J^9 - d_4 J^8 + d_5 J^7 - d_6 J^6 + d_7 J^5 - d_8 J^4 + d_9 J^3 - d_{10} J^2 + d_{11} J - d_{12}) = 0. \quad (3.115)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.113) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (3.116)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (3.117)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(d_7 J - d_8 J^7 + d_9 J^6 - d_{10} J^5 + d_{11} J^4 - d_{12} J^3 + d_{13} J^2 - d_{14} J + d_{15})}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.118)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1 + a_4 b_1 \tau$, $d_6 = a_4 b_1$, $d_7 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_8 = 8a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_9 = 12a_0 b_0^3 + 26a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 6a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_{10} = 42a_0 b_0^2 b_1 + 28a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 6a_1 b_0^3 + 20a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 4a_2 b_0^3 \tau + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^3 \tau^2$, $d_{11} = 50a_0 b_0 b_1^2 + 10a_0 b_1^3 \tau + 22a_1 b_0^2 b_1 + 22a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^3 + 14a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_3 b_0^3 \tau + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_4 b_0^3 \tau^2$, $d_{12} = 20a_0 b_1^3 + 28a_1 b_0 b_1^2 + 8a_1 b_1^3 \tau + 8a_2 b_0^2 b_1 + 16a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2 + 8a_3 b_0^2 b_1 \tau + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_4 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_{13} = 12a_1 b_1^3 + 12a_2 b_0 b_1^2 + 6a_2 b_1^3 \tau + 10a_3 b_0 b_1^2 \tau + a_3 b_1^3 \tau^2 + 2a_4 b_0^2 b_1 \tau + 3a_4 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_{14} = 6a_2 b_1^3 + 2a_3 b_0 b_1^2 + 4a_3 b_1^3 \tau - 2a_4 b_0^2 b_1 + 4a_4 b_0 b_1^2 \tau + a_4 b_1^3 \tau^2$, $d_{15} = 2a_3 b_1^3 - 2a_4 b_0 b_1^2 + 2a_4 b_1^3 \tau$.

Exemplul 3.4. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2$, $b_0 = 0.35$, $b_1 = 0.2313$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0.3872$ și $a_2 = 0.04851$.

Se cere de acordat regulatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.92) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.5.

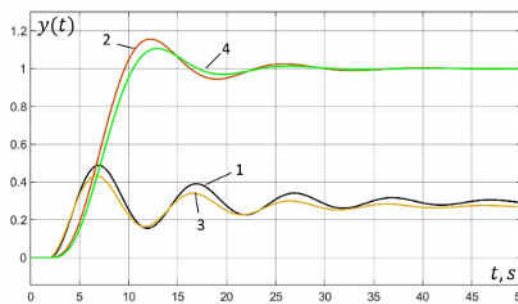


Figura 3.5. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PID, supra-reglaj de 10 %, timp de reglare 16 s și o abatere. ■

3.6 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, astatism și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, astatism și timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{s(T_2 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s} \quad (3.119)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 1$.

3.6.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.120)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.121)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0 J^2 - a_1 J + k_p e^{\tau J} (b_1 - b_0 J) = \frac{a_0 J^2 - a_1 J}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_p = 0. \quad (3.122)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.122) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} [a_0 b_0 \tau J^3 - J^2 (a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) + J (2a_0 b_1 + a_1 b_1 \tau) - a_1 b_1 \tau]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0. \quad (3.123)$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} [a_0 b_0 \tau J^3 - J^2 (a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) + J (2a_0 b_1 + a_1 b_1 \tau) - a_1 b_1 \tau] = 0. \quad (3.124)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.125) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-a_0 J^2 + a_1 J)}{b_1 - b_0 J} = f_p(J). \quad (3.125)$$

3.6.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.130)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.131)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0J^3 + a_1J^2 + (k_i - k_pJ)e^{\tau J}(b_1 - b_0J) = \frac{-a_0J^3 + a_1J^2}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} - k_pJ + k_i = 0. \quad (3.132)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.131) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5)}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (3.133)$$

unde $d_0 = a_0b_0^2\tau^2$, $d_1 = 4a_0b_0^2\tau + 2a_0b_0b_1\tau^2 + a_1b_0^2\tau^2$, $d_2 = 2a_0b_0^2 + 10a_0b_0b_1\tau + a_0b_1^2\tau^2 + 2a_1b_0^2\tau + 2a_1b_0b_1\tau^2$, $d_3 = 6a_0b_0b_1 + 6a_0b_1^2\tau + 6a_1b_0b_1\tau + a_1b_1^2\tau^2$, $d_4 = 6a_0b_1^2 + 4a_1b_1^2\tau$, $d_5 = 2a_1b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0J^5 + d_1J^4 - d_2J^3 + d_3J^2 - d_4J + d_5) = 0. \quad (3.134)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.131) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[-a_0b_0\tau J^4 + J^3(2a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau) - J^2(3a_0b_1 + a_1b_0 + a_1b_1\tau) + 2a_1b_1J]}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.135)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0J^3 - a_1J^2)}{b_1 - b_0J} + k_pJ = f_i(J). \quad (3.136)$$

3.6.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^2 + a_1 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.137)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^2 + a_1 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.138)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0J^2 - a_1J + (k_p - k_dJ)e^{\tau J}(b_1 - b_0J) = \frac{a_0J^2 - a_1J}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} - k_dJ + k_p = 0. \quad (3.139)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.139) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0J^4 - d_1J^3 + d_2J^2 - d_3J + d_4)}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (3.140)$$

unde $d_0 = a_0b_0^2\tau^2$, $d_1 = 2a_0b_0^2\tau + 2a_0b_0b_1\tau^2 + a_1b_0^2\tau^2$, $d_2 = 6a_0b_0b_1\tau + a_0b_1^2\tau^2 + 2a_1b_0b_1\tau^2$, $d_3 = 4a_0b_1^2\tau + 2a_1b_0b_1\tau + a_1b_1^2\tau^2$, $d_4 = 2a_0b_1^2 - 2a_1b_0b_1 + 2a_1b_1^2\tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0 J^4 - d_1 J^3 + d_2 J^2 - d_3 J + d_4) = 0. \quad (3.141)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.139) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^2 + a_1 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.142)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}[a_0 b_0 \tau J^3 - J^2(a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) + J(2a_0 b_1 + a_1 b_1 J) - a_1 b_1]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J). \quad (3.143)$$

3.6.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.144)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.145)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2}{e^{\tau J}(b_1 - b_0 J)} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.146)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.146) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.147)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^3$, $d_1 = 6a_0 b_0^3 \tau^2 + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^3 \tau^3$, $d_2 = 6a_0 b_0^3 \tau + 21a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^3 + 3a_1 b_0^3 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^3$, $d_3 = 24a_0 b_0^2 b_1 \tau + 24a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_0 b_1^3 \tau^3 + 12a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^3$, $d_4 = 36a_0 b_0 b_1^2 \tau + 9a_0 b_1^3 \tau^2 + 15a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_1 b_1^3 \tau^3$, $d_5 = 18a_0 b_1^3 \tau + 6a_1 b_0 b_1^2 \tau + 6a_1 b_1^3 \tau^2$, $d_6 = 6a_0 b_1^3 - 6a_1 b_0 b_1^2 + 6a_1 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6) = 0. \quad (3.148)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.146) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[-a_0 b_0 \tau J^4 + J^3(2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau) + J^2(-3a_0 b_1 - a_1 b_0 - a_1 b_1 \tau) + 2a_1 b_1 J]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (3.149)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (3.150)$$

$$k_d = -\frac{e^{-\tau J}[-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5]}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.151)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_1 = 4a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_2 = 2a_0 b_0^2 + 10a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2$, $d_3 = 6a_0 b_0 b_1 + 6a_0 b_1^2 \tau + 6a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2$, $d_4 = 6a_0 b_1^2 + 4a_1 b_1^2 \tau$, $d_5 = 2a_1 b_1^2$.

Exemplul 3.5. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2$, $b_0 = 0.25$, $b_1 = 0.5$, $a_0 = 0.35$, și $a_1 = 0.2$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.119) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.6.

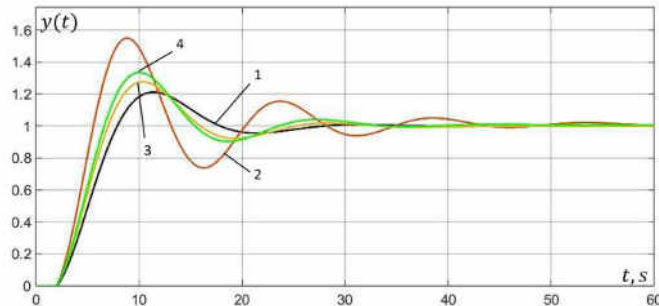


Figura 3.7. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator P cu suprareglaj de 20 %, o abatere și PD cu suprareglaj de 30 % și o abatere (abatere se consideră deviația de la valoarea setată cu mai mult de 5 %).

3.7 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul doi, astatism și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere, astatism și timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{s(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s}, \quad (3.152)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2 și T_3 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2 T_3$, $a_1 = T_2 + T_3$, $a_2 = 1$.

3.7.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.153)$$

unde k_p sunt parametrii regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.154)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = -a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J + k_p e^{\tau J}(b_1 - b_0J) =$$

$$= \frac{e^{-\tau J}(-a_0J^3 + a_1J^2 - a_2J)}{b_1 - b_0J} + k_p = 0. \quad (3.155)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.155) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0J^4 + d_1J^3 - d_2J^2 + d_3J - d_4)}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0, \quad (3.156)$$

unde $d_0 = a_0b_0\tau$, $d_1 = 2a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau$, $d_2 = 3a_0b_1 + a_1b_0 + a_1b_1\tau + a_2b_0\tau$,
 $d_3 = 2a_1b_1 + a_2b_1\tau$, $d_4 = a_2b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}[-d_0J^4 + d_1J^3 - d_2J^2 + d_3J - d_4] = 0. \quad (3.157)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.155) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(a_0J^3 - a_1J^2 + a_2J)}{b_1 - b_0J} = f_p(J). \quad (3.158)$$

3.7.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + (k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.159)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + (k_p s + k_i)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.160)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} - k_p J + k_i = 0. \quad (3.161)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.161) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0J^6 - d_1J^5 + d_2J^4 - d_3J^3 + d_4J^2 - d_5J + d_6)}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (3.162)$$

unde $d_0 = a_0b_0^2\tau^2$, $d_1 = 6a_0b_0^2\tau + 2a_0b_0b_1\tau^2 + a_1b_0^2\tau^2$, $d_2 = 6a_0b_0^2 + 14a_0b_0b_1\tau + a_0b_1^2\tau^2 + 4a_1b_0^2\tau + 2a_1b_0b_1\tau^2 + a_2b_0^2\tau^2$,
 $d_3 = 16a_0b_0b_1 + 8a_0b_1^2\tau + 2a_1b_0^2 + 10a_1b_0b_1\tau + a_1b_1^2\tau^2 + 2a_2b_0^2\tau + 2a_2b_0b_1\tau^2$, $d_4 = 12a_0b_1^2 + 6a_1b_0b_1 + 6a_1b_1^2\tau + 6a_2b_0b_1\tau + a_2b_1^2\tau^2$, $d_5 = 6a_1b_1^2 + 4a_2b_1^2\tau$, $d_6 = 2a_2b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0J^6 - d_1J^5 + d_2J^4 - d_3J^3 + d_4J^2 - d_5J + d_6) = 0. \quad (3.163)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.161) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.164)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.165)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1$.

3.7.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.166)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.167)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^3 + a_1 J^2 - a_2 J}{e^{\tau J}(b_1 - b_0 J)} - k_d J + k_p = 0. \quad (3.168)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.168) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.169)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_1 = 4a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_2 = 2a_0 b_0^2 + 10a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2$, $d_3 = 6a_0 b_0 b_1 + 6a_0 b_1^2 \tau + 6a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2 + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2$, $d_4 = 6a_0 b_1^2 + 4a_1 b_1^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2$, $d_5 = 2a_1 b_1^2 - 2a_2 b_0 b_1 + 2a_2 b_1^2 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^5 + d_1 J^4 - d_2 J^3 + d_3 J^2 - d_4 J + d_5) = 0. \quad (3.170)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.168) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.171)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.172)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$.

3.7.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.173)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.174)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2}{e^{\tau J}(b_1 - b_0 J)} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.175)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.175) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^7 - d_1 J^6 + d_2 J^5 - d_3 J^4 + d_4 J^3 - d_5 J^2 + d_6 J - d_7)}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.176)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^3$, $d_1 = 9a_0 b_0^3 \tau^2 + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^3 \tau^3$, $d_2 = 18a_0 b_0^3 \tau + 30a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^3 + 6a_1 b_0^3 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^3 \tau^3$, $d_3 = 6a_0 b_0^3 + 66a_0 b_0^2 b_1 \tau + 33a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_0 b_1^3 \tau^3 + 6a_1 b_0^3 \tau + 21a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^3 + 3a_2 b_0^3 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^3$, $d_4 = 24a_0 b_0^2 b_1 + 84a_0 b_0 b_1^2 \tau + 12a_0 b_1^3 \tau^2 + 24a_1 b_0^2 b_1 \tau + 24a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_1 b_1^3 \tau^3 + 12a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^3$, $d_5 = 36a_0 b_0 b_1^2 + 36a_0 b_1^3 \tau + 36a_1 b_0 b_1^2 \tau + 9a_1 b_1^3 \tau^2 + 15a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_2 b_1^3 \tau^3$, $d_6 = 24a_0 b_1^3 + 18a_1 b_1^3 \tau + 6a_2 b_0 b_1^2 \tau + 6a_2 b_1^3 \tau^2$, $d_7 = 6a_1 b_1^3 - 6a_2 b_0 b_1^2 + 6a_2 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^{10} + d_1 J^9 - d_2 J^8 + d_3 J^7 - d_4 J^6 + d_5 J^5 - d_6 J^4 + d_7 J^3 - d_8 J^2 + d_9 J - d_{10}) = 0. \quad (3.177)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.175) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}[-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4]}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (3.178)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (3.179)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}[-d_5 J^6 + d_6 J^5 - d_7 J^4 + d_8 J^3 - d_9 J^2 + d_{10} J - d_{11}]}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.180)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1$, $d_5 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_6 = 4a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$, $d_7 = 2a_0 b_0^3 + 14a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_8 = 8a_0 b_0^2 b_1 + 16a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_9 = 12a_0 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3 \tau +$

$$+10a_1b_0b_1^2\tau + a_1b_1^3\tau^2 + 2a_2b_0^2b_1\tau + 3a_2b_0b_1^2\tau^2, \quad d_{10} = 6a_0b_1^3 + 2a_1b_0b_1^2 + 4a_1b_1^3\tau +$$

$$+2a_2b_0^2b_1 + 4a_2b_0b_1^2\tau + a_2b_1^3\tau^2, \quad d_{11} = 2a_1b_1^3 - 2a_2b_0b_1^2 + 2a_2b_1^3\tau.$$

Exemplul 3.6. Se consideră modelulobiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2, b_0 = 0.35, b_1 = 0.2313, a_0 = 1, a_1 = 0.3872$ și $a_2 = 0.04851$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.151) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.7.

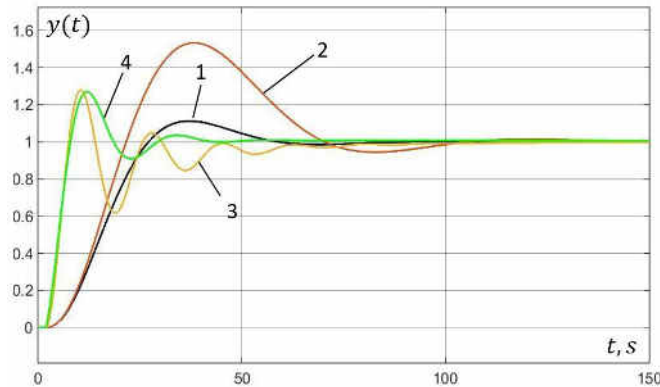


Figura 3.8. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PID, supra-reglaj de 23 % și două abateri.■

3.8 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul trei, astatism și timp mort

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1s+1)}{s(T_2s+1)(T_3s+1)(T_4s+1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0s+b_1}{a_0s^4+a_1s^3+a_2s^2+a_3s}, \quad (3.181)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3 și T_4 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1, b_1 = 1, a_0 = T_2T_3T_4, a_1 = T_2T_3 + T_2T_4 + T_3T_4, a_2 = T_2 + T_3 + T_4$ și $a_3 = 1$.

3.8.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_a(s)}{1+H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0s+b_1)}{a_0s^4+a_1s^3+a_2s^2+a_3s+k_p e^{-\tau s} (b_0s+b_1)}, \quad (3.182)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + k_p e^{-\tau s} (b_0s + b_1) = 0. \quad (3.183)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2 - a_3J + k_p e^{\tau J}(b_1 - b_0J) =$$

$$= \frac{a_0J^4 - a_1J^3 + a_2J^2 - a_3J}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} + k_p = 0. \quad (3.184)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.184) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0J^5 - d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J - d_5)}{b_0^2J^2 - 2b_0b_1J + b_1^2} = 0, \quad (3.185)$$

unde $d_0 = a_0b_0\tau$, $d_1 = 3a_0b_0 + a_0b_1\tau + a_1b_0\tau$, $d_2 = 4a_0b_1 + 2a_1b_0 + a_1b_1\tau + a_2b_0\tau$,
 $d_3 = 3a_1b_1 + a_2b_0 + a_2b_1\tau + a_3b_0\tau$, $d_4 = 2a_2b_1 + a_3b_1\tau$, $d_5 = a_3b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0J^5 - d_1J^4 + d_2J^3 - d_3J^2 + d_4J - d_5) = 0. \quad (3.186)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.184) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} = f_p(J). \quad (3.187)$$

3.8.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.188)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.189)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0J^5 + a_1J^4 - a_2J^3 + a_3J^2}{e^{\tau J}(b_1 - b_0J)} + k_i - k_p J = 0. \quad (3.190)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.190) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0J^7 + d_1J^6 - d_2J^5 + d_3J^4 - d_4J^3 + d_5J^2 - d_6J + d_7)}{(b_1 - b_0J)^4} = 0, \quad (3.191)$$

unde $d_0 = a_0b_0^2\tau^2$, $d_1 = 8a_0b_0^2\tau + 2a_0b_0b_1\tau^2 + a_1b_0^2\tau^2$, $d_2 = 12a_0b_0^2 + 18a_0b_0b_1\tau + a_0b_1^2\tau^2 + 6a_1b_0^2\tau + 2a_1b_0b_1\tau^2 + a_2b_0^2\tau^2$,
 $d_3 = 30a_0b_0b_1 + 10a_0b_1^2\tau + 6a_1b_0^2 + 14a_1b_0b_1\tau + a_1b_1^2\tau^2 + 4a_2b_0^2\tau + 2a_2b_0b_1\tau^2 + a_3b_0^2\tau^2$,
 $d_4 = 20a_0b_1^2 + 16a_1b_0b_1 + 8a_1b_1^2\tau + 2a_2b_0^2 + 10a_2b_0b_1\tau + a_2b_1^2\tau^2 + 2a_3b_0^2\tau + 2a_3b_0b_1\tau^2$,
 $d_5 = 12a_1b_1^2 + 6a_2b_0b_1 + 6a_2b_1^2\tau + 6a_3b_0b_1\tau + a_3b_1^2\tau^2$,
 $d_6 = 6a_2b_1^2 + 4a_3b_1^2\tau$, $d_7 = 2a_3b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7) = 0. \quad (3.192)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.190) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J)}{(b_1 - b_0 J)^2} = f_p(J), \quad (3.193)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.194)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1$.

3.8.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1)}, \quad (3.195)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + (k_d s + k_p)e^{-\tau s}(b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.196)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J}{e^{\tau J}(b_1 - b_0 J)} + k_p - k_d J = 0. \quad (3.197)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.197) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6)}{(b_1 - b_0 J)^4} = 0, \quad (3.198)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_1 = 6a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_2 = 6a_0 b_0^2 + 14a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 4a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2$,
 $d_3 = 16a_0 b_0 b_1 + 8a_0 b_1^2 \tau + 2a_1 b_0^2 + 10a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2 + 2a_2 b_0^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^2 \tau^2$,
 $d_4 = 12a_0 b_1^2 + 6a_1 b_0 b_1 + 6a_1 b_1^2 \tau + 6a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2 + 2a_3 b_0 b_1 \tau^2$,
 $d_5 = 6a_1 b_1^2 + 4a_2 b_1^2 \tau + 2a_3 b_0 b_1 \tau + a_3 b_1^2 \tau^2$,
 $d_6 = 2a_2 b_1^2 - 2a_3 b_0 b_1 + 2a_3 b_1^2 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0 J^6 - d_1 J^5 + d_2 J^4 - d_3 J^3 + d_4 J^2 - d_5 J + d_6) = 0. \quad (3.199)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.197) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.200)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.201)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 3a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 4a_0 b_1 + 2a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 3a_1 b_1 + a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 2a_2 b_1 + a_3 b_1 \tau$, $d_5 = a_3 b_1$.

3.8.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.202)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.203)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.204)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.204) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8)}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.205)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^3 \tau^3$, $d_1 = 12a_0 b_0^3 \tau^2 + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^3 \tau^3$, $d_2 = 36a_0 b_0^3 \tau + 39a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^3 + 9a_1 b_0^3 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^3 \tau^3$,
 $d_3 = 24a_0 b_0^3 + 126a_0 b_0^2 b_1 \tau + 42a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_0 b_1^3 \tau^3 + 18a_1 b_0^3 \tau + 30a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^3 + 6a_2 b_0^3 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_3 b_0^3 \tau^3$,
 $d_4 = 90a_0 b_0^2 b_1 + 150a_0 b_0 b_1^2 \tau + 15a_0 b_1^3 \tau^2 + 6a_1 b_0^3 + 66a_1 b_0^2 b_1 \tau + 33a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_1 b_1^3 \tau^3 + 6a_2 b_0^3 \tau + 21a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^3 + 3a_3 b_0^3 \tau^2 + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^3$,
 $d_5 = 120a_0 b_0 b_1^2 + 60a_0 b_1^3 \tau + 24a_1 b_0^2 b_1 + 84a_1 b_0 b_1^2 \tau + 12a_1 b_1^3 \tau^2 + 24a_2 b_0^2 b_1 \tau + 24a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_2 b_1^3 \tau^3 + 12a_3 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^3$,
 $d_6 = 60a_0 b_1^3 + 36a_1 b_0 b_1^2 + 36a_1 b_1^3 \tau + 36a_2 b_0 b_1^2 \tau + 9a_2 b_1^3 \tau^2 + 15a_3 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_3 b_1^3 \tau^3$,
 $d_7 = 24a_1 b_1^3 + 18a_2 b_1^3 \tau + 6a_3 b_0 b_1^2 \tau + 6a_3 b_1^3 \tau^2$,
 $d_8 = 6a_2 b_1^3 - 6a_3 b_0 b_1^2 + 6a_3 b_1^3 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (-d_0 J^8 + d_1 J^7 - d_2 J^6 + d_3 J^5 - d_4 J^4 + d_5 J^3 - d_6 J^2 + d_7 J - d_8). \quad (3.206)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.204) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (3.207)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^4 - a_1 J^3 + a_2 J^2 - a_3 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (3.208)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J} (d_6 J^7 - d_7 J^6 + d_8 J^5 - d_9 J^4 + d_{10} J^3 - d_{11} J^2 + d_{12} J - d_{13})}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.209)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1$, $d_6 =$
 $= a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_7 = 8a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_8 = 12a_0 b_0^2 + 18a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 +$
 $+ 6a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2$, $d_9 = 30a_0 b_0 b_1 + 10a_0 b_1^2 \tau + 6a_1 b_0^2 + 14a_1 b_0 b_1 \tau +$
 $+ a_1 b_1^2 \tau^2 + 4a_2 b_0^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^2 \tau^2$, $d_{10} = 20a_0 b_1^2 + 16a_1 b_0 b_1 + 8a_1 b_1^2 \tau + 2a_2 b_0^2 +$
 $+ 10a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2 + 2a_3 b_0^2 \tau + 2a_3 b_0 b_1 \tau^2$, $d_{11} = 12a_1 b_1^2 + 6a_2 b_0 b_1 + 6a_2 b_1^2 \tau +$
 $+ 6a_3 b_0 b_1 \tau + a_3 b_1^2 \tau^2$, $d_{12} = 6a_2 b_1^2 + 4a_3 b_1^2 \tau$, $d_{13} = 2a_3 b_1^2$.

Exemplul 3.7. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2, b_0 =$
 $= 2, b_1 = 1, a_0 = 0.18, a_1 = 1.11, a_2 = 2$ și $a_3 = 1$.

Se cere de acordat reglatoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.180) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.8.

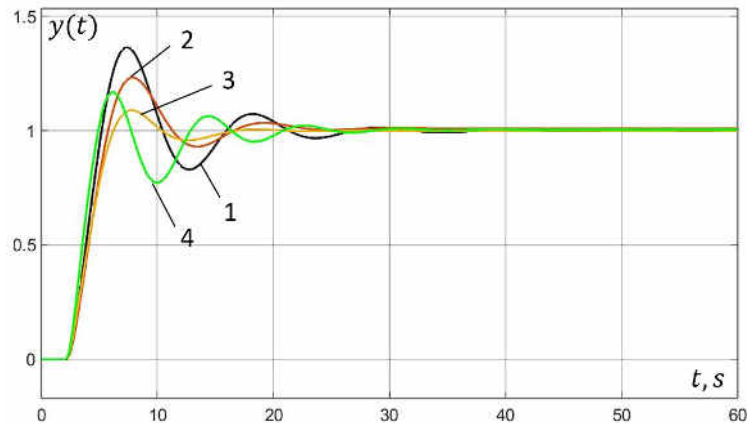


Figura 3.8. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului sau obținut pentru sistemul cu regulator PD, supra-reglaj de 10 %, timpul de reglare de 8.5 s și o abatere. ■

3.9 Acordarea algoritmilor P, PI, PD, PID la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort de ordinul patru

Se consideră modelul obiectului cu avans-întârziere și fază minimă cu timp mort prezentat în forma:

$$H_{PF}(s) = e^{-\tau s} \frac{k(T_1 s + 1)}{s(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)(T_5 s + 1)} = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s}, \quad (3.210)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3, T_4 și T_5 sunt constantele de timp ale procesului, τ – timpul mort, iar coeficienții generici $b_0 = kT_1$, $b_1 = 1$, $a_0 = T_2 T_3 T_4 T_5$, $a_1 = T_2 T_3 T_4 + T_2 T_3 T_5 +$
 $+ T_2 T_4 T_5 + T_3 T_4 T_5$, $a_2 = T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_2 T_5 + T_3 T_4 + T_3 T_5 + T_4 T_5$, $a_3 = T_2 + T_3 + T_4 + T_5$ și $a_4 = 1$.

3.9.1 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul P

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul P:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.211)$$

unde k_p este parametrul regulatorului P.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + k_p e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.212)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_p = 0. \quad (3.213)$$

În cazul sistemului cu regulatorului P expresia (3.213) se derivă pe variabila J o singură dată și se obține expresia:

$$\dot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J} (-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = 0, \quad (3.214)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1 + a_4 b_1 \tau$, $d_6 = a_4 b_1$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6) = 0. \quad (3.215)$$

Pentru determinarea parametrului de acord a regulatorului P din (3.213) se utilizează relația:

$$k_p = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} = f_p(J). \quad (3.216)$$

3.9.2 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PI

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PI:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.217)$$

unde k_p, k_i sunt parametrii regulatorului PI.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_p s + k_i) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.218)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^6 - a_1 J^5 + a_2 J^4 - a_3 J^3 + a_4 J^2}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_i - k_p J = 0. \quad (3.219)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PI expresia (3.218) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^8 - d_1 J^7 + d_2 J^6 - d_3 J^5 + d_4 J^4 - d_5 J^3 + d_6 J^2 - d_7 J + d_8)}{(b_1 - b_0 J)^3} = 0, \quad (3.220)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_1 = 10a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_2 = 20a_0 b_0^2 + 22a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2$, $d_3 = 48a_0 b_0 b_1 + 12a_0 b_1^2 \tau + 12a_1 b_0^2 + 18a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2 + 6a_2 b_0^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^2 \tau^2$, $d_4 = 30a_0 b_1^2 + 30a_1 b_0 b_1 + 10a_1 b_1^2 \tau + 6a_2 b_0^2 + 14a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2 + 4a_3 b_0^2 \tau + 2a_3 b_0 b_1 \tau^2 + a_4 b_0^2 \tau^2$, $d_5 = 20a_1 b_1^2 + 16a_2 b_0 b_1 + 8a_2 b_1^2 \tau + 2a_3 b_0^2 + 10a_3 b_0 b_1 \tau + a_3 b_1^2 \tau^2 + 2a_4 b_0^2 \tau + 2a_4 b_0 b_1 \tau^2$, $d_6 = 12a_2 b_1^2 + 6a_3 b_0 b_1 + 6a_3 b_1^2 \tau + 6a_4 b_0 b_1 \tau + a_4 b_1^2 \tau^2$, $d_7 = 6a_3 b_1^2 + 4a_4 b_1^2 \tau$, $d_8 = 2a_4 b_1^2$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(d_0 J^8 - d_1 J^7 + d_2 J^6 - d_3 J^5 + d_4 J^4 - d_5 J^3 + d_6 J^2 - d_7 J + d_8) = 0. \quad (3.221)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PI din (3.219) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^7 - d_1 J^6 + d_2 J^5 - d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (3.222)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(-a_0 J^6 + a_1 J^5 - a_2 J^4 + a_3 J^3 - a_4 J^2)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = f_i(J), \quad (3.223)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 5a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 6a_0 b_1 + 4a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 5a_1 b_1 + 3a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 4a_2 b_1 + 2a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = 3a_3 b_1 + a_4 b_0 + a_4 b_1 \tau$, $d_6 = 2a_4 b_1$.

3.9.3 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PD

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PD:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1+H_d(s)} = \frac{(k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.224)$$

unde k_p, k_d sunt parametrii regulatorului PD.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + (k_d s + k_p) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.225)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{-a_0 J^5 + a_1 J^4 - a_2 J^3 + a_3 J^2 - a_4 J}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_p - k_d J = 0. \quad (3.226)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PD expresia (3.226) se derivă pe variabila J de două ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7)}{(b_1 - b_0 J)^3} = 0, \quad (3.227)$$

unde $d_0 = a_0 b_0^2 \tau^2$, $d_1 = 8a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2$, $d_2 = 12a_0 b_0^2 + 18a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 6a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2$, $d_3 = 30a_0 b_0 b_1 + 10a_0 b_1^2 \tau + 6a_1 b_0^2 + 14a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2 + 4a_2 b_0^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^2 \tau^2$, $d_4 = 20a_0 b_1^2 + 16a_1 b_0 b_1 + 8a_1 b_1^2 \tau + 2a_2 b_0^2 + 10a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2 + 2a_3 b_0^2 \tau + 2a_3 b_0 b_1 \tau^2 + a_4 b_0^2 \tau^2$, $d_5 = 12a_1 b_1^2 + 6a_2 b_0 b_1 + 6a_2 b_1^2 \tau + 6a_3 b_0 b_1 \tau + a_3 b_1^2 \tau^2 + 2a_4 b_0 b_1 \tau^2$, $d_6 = 6a_2 b_1^2 + 4a_3 b_1^2 \tau + 2a_4 b_0 b_1 \tau + a_4 b_1^2 \tau^2$, $d_7 = 2a_3 b_1^2 - 2a_4 b_0 b_1 + 2a_4 b_1^2 \tau$.

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J}(-d_0 J^7 + d_1 J^6 - d_2 J^5 + d_3 J^4 - d_4 J^3 + d_5 J^2 - d_6 J + d_7) = 0. \quad (3.228)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PD din (3.225) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J)}{b_1 - b_0 J} + k_d J = f_p(J), \quad (3.229)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J), \quad (3.230)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 4a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 5a_0 b_1 + 3a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = 4a_1 b_1 + 2a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau$, $d_4 = 3a_2 b_1 + a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau$, $d_5 = 2a_3 b_1 + a_4 b_1 \tau$, $d_6 = a_4 b_1$.

3.9.4 Relațiile de calcul pentru sistemul cu regulatorul PID

Se prezintă funcția de transfer a sistemului închis cu regulatorul PID:

$$H_0(s) = \frac{H_d(s)}{1 + H_d(s)} = \frac{(k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}, \quad (3.231)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii regulatorului PID.

Ecuția caracteristică $D(s)$ a sistemului automat este:

$$D(s) = a_0 s^6 + a_1 s^5 + a_2 s^4 + a_3 s^3 + a_4 s^2 + (k_d s^2 + k_i + k_p s) e^{-\tau s} (b_0 s + b_1) = 0. \quad (3.232)$$

Se substituie, conform algoritmului gradului maximal de stabilitate, $s = -J$ și după unele transformări se obține expresia:

$$D(-J) = \frac{a_0 J^6 - a_1 J^5 + a_2 J^4 - a_3 J^3 + a_4 J^2}{e^{\tau J} (b_1 - b_0 J)} + k_d J^2 - k_p J + k_i = 0. \quad (3.233)$$

În cazul sistemului cu regulatorului PID expresia (3.233) se derivă pe variabila J de trei ori și se obține expresia:

$$\ddot{D}(-J) = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^9 - d_1 J^8 + d_2 J^7 - d_3 J^6 + d_4 J^5 - d_5 J^4 + d_6 J^3 - d_7 J^2 + d_8 J - d_9)}{(b_1 - b_0 J)^8} = 0, \quad (3.234)$$

$$\begin{aligned}
\text{unde } d_0 &= a_0 b_0^3 \tau^3, \quad d_1 = 15a_0 b_0^3 \tau^2 + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_1 b_0^3 \tau^3, \quad d_2 = 60a_0 b_0^3 \tau + 48a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + \\
&+ 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^3 + 12a_1 b_0^3 \tau^2 + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^3 + a_2 b_0^3 \tau^3, \quad d_3 = 60a_0 b_0^3 + 204a_0 b_0^2 b_1 \tau + \\
&+ 51a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_0 b_1^3 \tau^3 + 36a_1 b_0^3 \tau + 39a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^3 + 9a_2 b_0^3 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^3 + \\
&+ a_3 b_0^3 \tau^3, \quad d_4 = 216a_0 b_0^2 b_1 + 234a_0 b_0 b_1^2 \tau + 18a_0 b_1^3 \tau^2 + 24a_1 b_0^3 + 126a_1 b_0^2 b_1 \tau + \\
&+ 42a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_1 b_1^3 \tau^3 + 18a_2 b_0^3 \tau + 30a_2 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^3 + 6a_3 b_0^3 \tau^2 + 3a_3 b_0^2 b_1 \tau^3 + \\
&+ a_4 b_0^3 \tau^3, \quad d_5 = 270a_0 b_0 b_1^2 + 90a_0 b_1^3 \tau + 90a_1 b_0^2 b_1 + 150a_1 b_0 b_1^2 \tau + 15a_1 b_1^3 \tau^2 + 6a_2 b_0^3 + \\
&+ 66a_2 b_0^2 b_1 \tau + 33a_2 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_2 b_1^3 \tau^3 + 6a_3 b_0^3 \tau + 21a_3 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_3 b_0 b_1^2 \tau^3 + 3a_4 b_0^3 \tau^2 + \\
&+ 3a_4 b_0^2 b_1 \tau^3, \quad d_6 = 120a_0 b_1^3 + 120a_1 b_0 b_1^2 + 60a_1 b_1^3 \tau + 24a_2 b_0^2 b_1 + 84a_2 b_0 b_1^2 \tau + \\
&+ 12a_2 b_1^3 \tau^2 + 24a_3 b_0^2 b_1 \tau + 24a_3 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_3 b_1^3 \tau^3 + 12a_4 b_0^2 b_1 \tau^2 + 3a_4 b_0 b_1^2 \tau^3, \quad d_7 = \\
&= 60a_1 b_1^3 + 36a_2 b_0 b_1^2 + 36a_2 b_1^3 \tau + 36a_3 b_0 b_1^2 \tau + 9a_3 b_1^3 \tau^2 + 15a_4 b_0 b_1^2 \tau^2 + a_4 b_1^3 \tau^3, \quad d_8 = \\
&= 24a_2 b_1^3 + 18a_3 b_1^3 \tau + 6a_4 b_0 b_1^2 \tau + 6a_4 b_1^3 \tau^2, \quad d_9 = 6a_3 b_1^3 - 6a_4 b_0 b_1^2 + 6a_4 b_1^3 \tau.
\end{aligned}$$

Valoarea gradului optimal J_{opt} este cea mai mică rădăcină pozitivă a expresiei:

$$e^{-\tau J} (d_0 J^9 - d_1 J^8 + d_2 J^7 - d_3 J^6 + d_4 J^5 - d_5 J^4 + d_6 J^3 - d_7 J^2 + d_8 J - d_9) = 0. \quad (3.235)$$

Pentru determinarea parametrilor de acord a regulatorului PID din (3.233) se utilizează relațiile:

$$k_p = \frac{e^{-\tau J} (d_0 J^7 - d_1 J^6 + d_2 J^5 - d_3 J^4 + d_4 J^3 - d_5 J^2 + d_6 J)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (3.236)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J} (a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (3.237)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J} (d_7 J^8 - d_8 J^7 + d_9 J^6 - d_{10} J^5 + d_{11} J^4 - d_{12} J^3 + d_{13} J^2 - d_{14} J + d_{15})}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} = f_d(J), \quad (3.238)$$

$$\begin{aligned}
\text{unde } d_0 &= a_0 b_0 \tau, \quad d_1 = 5a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau, \quad d_2 = 6a_0 b_1 + 4a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau, \\
d_3 &= 5a_1 b_1 + 3a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau + a_3 b_0 \tau, \quad d_4 = 4a_2 b_1 + 2a_3 b_0 + a_3 b_1 \tau + a_4 b_0 \tau, \quad d_5 = 3a_3 b_1 + \\
&+ a_4 b_0 + a_4 b_1 \tau, \quad d_6 = 2a_4 b_1 J, \quad d_7 = a_0 b_0^2 \tau^2, \quad d_8 = 10a_0 b_0^2 \tau + 2a_0 b_0 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^2 \tau^2, \\
d_9 &= 20a_0 b_0^2 + 22a_0 b_0 b_1 \tau + a_0 b_1^2 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 \tau + 2a_1 b_0 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^2 \tau^2, \quad d_{10} = 48a_0 b_0 b_1 + \\
&+ 12a_0 b_1^2 \tau + 12a_1 b_0^2 + 18a_1 b_0 b_1 \tau + a_1 b_1^2 \tau^2 + 6a_2 b_0^2 \tau + 2a_2 b_0 b_1 \tau^2 + a_3 b_0^2 \tau^2, \quad d_{11} = \\
&= 30a_0 b_1^2 + 30a_1 b_0 b_1 + 10a_1 b_1^2 \tau + 6a_2 b_0^2 + 14a_2 b_0 b_1 \tau + a_2 b_1^2 \tau^2 + 4a_3 b_0^2 \tau + 2a_3 b_0 b_1 \tau^2 + \\
&+ a_4 b_0^2 \tau^2, \quad d_{12} = 20a_1 b_1^2 + 16a_2 b_0 b_1 + 8a_2 b_1^2 \tau + 2a_3 b_0^2 + 10a_3 b_0 b_1 \tau + a_3 b_1^2 \tau^2 + 2a_4 b_0^2 \tau + \\
&+ 2a_4 b_0 b_1 \tau^2, \quad d_{13} = 12a_2 b_1^2 + 6a_3 b_0 b_1 + 6a_3 b_1^2 \tau + 6a_4 b_0 b_1 \tau + a_4 b_1^2 \tau^2, \quad d_{14} = 6a_3 b_1^2 + \\
&+ 4a_4 b_1^2 \tau, \quad d_{15} = 2a_4 b_1^2.
\end{aligned}$$

Exemplul 3.8. Se consideră modelul obiectului descris cu funcția de transfer cu datele numerice: $\tau = 2, b_0 = 2, b_1 = 1, a_0 = 0.144, a_1 = 1.068, a_2 = 2.71, a_3 = 2.8$ și $a_4 = 1$.

Se cere de acordat reguletoarele P, PI, PD, PID.

Soluționare. Se calculează parametrii algoritmilor de reglare P, PI, PD, PID ai sistemului automat cu obiectul din (3.92) cu parametrii dați și regulatorul respectiv și se simulează sistemul în pachetul de programe MATLAB, iar răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul respectiv P, PI, PD, PID sunt prezentate în figura 3.9.

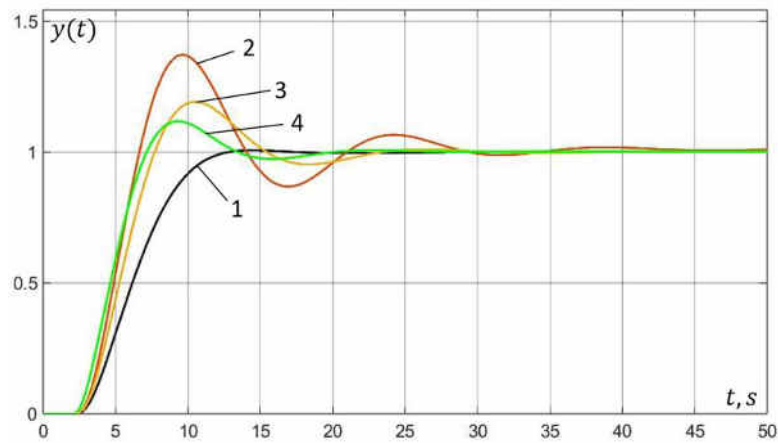


Figura 3.9. Răspunsurile indiciale ale sistemului: curba 1 este răspunsul cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID

Cele mai bune performanțe ale sistemului s-au obținut pentru sistemul cu regulator P fără suprareglaj și PID cu suprareglaj de 10 %.■

3.10 Concluzii la capitolul 3

S-a elaborat algoritmul metodei de acordare cu iterații a reguletoarelor tipizate P, PI, PD și PID la modele de obiecte cu avans-întârziere cu fază minimă de ordinul unu, doi, trei și patru fără și cu astatism și timp mort. Pentru fiecare tip de model de obiect s-a analizat câte un exemplu de acordare a reguletoarelor P, PI, PD, PID și s-au reprezentat rezultatele simulării pe calculator în pachetul de programe MATLAB SIMULINK în forma răspunsului indicial al sistemului automat.

Analizând performanțele sistemului automat cu regulatorul acordat după metoda elaborată la modelul obiectului dat, s-au obținut cele mai bune rezultate pentru sistemul cu regulatorul PI și PID.

Reguletoarele P și PD nu se recomandă de utilizat în sistemele automate fără astatism, deoarece sistemul are eroarea staționară ridicată.

4 ASPECTE PRACTICE DE SINTEZĂ A ALGORITMILOR DE CONDUCERE CU OBIECTE CU AVANS-ÎNTÂRZIERE, ASTATISM ȘI TIMP MORT

În vederea susținerii argumentării aplicabilității, eficacității și calității metodelor și algoritmilor elaborați pentru sinteza algoritmilor de reglare, se prezintă câteva studii de caz și aplicații practice pentru diferite obiecte cu proprietăți cu avans-întârziere, astatism și timp mort [36], [37], [38], [39], [53], [58]. Sistemul automat cu modelul obiectului respectiv și algoritmul sintetizat se simulează și se analizează performanțele în regim tranzitoriu și staționar, rejecția perturbațiilor și robustețea sistemului la variația parametrilor modelului obiectului de reglare. Pentru fiecare caz de sinteză, se evaluează performanțele sistemelor de reglare automată proiectate folosind metodele și algoritmii dezvoltați în această lucrare și se compară cu performanțele obținute prin alte metode cunoscute [36], [37], [38], [39]. Se analizează două tipuri de obiecte tehnice automobilul și avionul și două procese termice: în cuptor industrial și în extruderul imprimantei 3D, pentru care se determină modelele matematice și se sintetizează algoritmul de conducere [82], [84], [85], [93].

4.1 Analiza metodelor de acordare a regulatorului la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul doi cu astatism

Modelul matematic al părții fixate a obiectului tehnic - automobilul, ca obiect de reglare cu avans-întârziere cu oscilații amortizate și astatism de ordinul unu cu funcția de transfer $H_{PF}(s)$ se prezintă în forma [2], [30], [35], [49], [75], [117]:

$$H_{PF}(s) = \frac{k(T_1s+1)}{s(T_2^2s^2+2T_2\xi s+1)} = \frac{b_0s+b_1}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s}, \quad (4.1)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1 , T_2 – constante de timp, ξ - gradul de amortizare al obiectului tehnic-automobilul, iar coeficienții generici se prezintă $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2^2$, $a_1 = 2\xi\omega T_2$, $a_2 = 1$.

Modelul obiectului de reglare (4.1) conține astatism și este instabil (un pol este egal cu 0) și conține un zero și doi poli alocați în semiplanul stâng al planului complex al rădăcinilor.

Pentru modelul obiectului de reglare (4.1) este necesar de sintetizat algoritmul de conducere. În practica automatizărilor diverselor procese industriale au o largă aplicare algoritmii de conducere cu structură fixă de tipul PID [6], [7], [8], [9], [10], [94], [103].

Pentru sinteza algoritmului de conducere cu modelul obiectului (4.1) se aplică metodele de sinteză gradului maximal de stabilitate, metoda alocării poli-zero-uri, metoda polinomială, metoda Ziegler-Nichols și optimizarea parametrică [17], [53], [58], [75], [94].

Pentru verificarea și compararea rezultatelor obținute se aplică metodele poli-zero-uri, metoda polinomială, metoda Ziegler-Nichols și optimizarea parametrică.

Se analizează un exemplu de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului de reglare (4.1) cu anticipație-întârziere și astatism utilizând metodele indicate mai sus.

Se consideră algoritmul de reglare P, PD, PI și PID standard în conexiune paralelă prezentate de funcția de transfer:

$$H_P(s) = k_p, \quad (4.2)$$

$$H_{PD}(s) = k_d s + k_p, \quad (4.3)$$

$$H_{PI}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} = \frac{k_p s + k_i}{s}, \quad (4.4)$$

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (4.5)$$

unde k_p , k_i , k_d sunt parametrii de acord ai componentei cu acțiune proporțională, integrativă și derivativă ale algoritmilor prezentați [75], [104].

Pentru sistemul de reglare automată cu algoritmul P și obiectul (4.1) se obține expresia de calcul a parametrului de acord:

$$k_p = \frac{a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J}{b_1 - b_0 J} = f_p(J), \quad (4.6)$$

Pentru sistemul cu algoritmul PI și obiectul (4.1) se obțin două expresii de calcul ai parametrilor de acord de forma:

$$k_p = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3 (2a_1 b_0 + 4a_0 b_1) - J^2 (a_2 b_0 + 3a_1 b_1) + 2a_2 b_1 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_p(J), \quad (4.7)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2}{-b_0 J + b_1} + k_p J = f_i(J). \quad (4.8)$$

Pentru sistemul cu algoritmul PD și obiectul (4.1) se obțin expresiile de calcul ai parametrilor de acord:

$$k_p = \frac{a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J}{-b_0 J + b_1} + k_d J = f_p(J), \quad (4.9)$$

$$k_d = \frac{2a_0 b_0 J^3 - J^2 (a_1 b_0 + 3a_0 b_1) + 2a_1 b_1 J - a_2 b_1}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = f_d(J). \quad (4.10)$$

Pentru sistemul cu algoritmul PID și obiectul (4.1) se obțin expresiile de calcul ai parametrilor regulatorului:

$$k_p = \frac{-3a_0 b_0 J^4 + J^3 (2a_1 b_0 + 4a_0 b_1) - J^2 (a_2 b_0 + 3a_1 b_1) + 2a_2 b_1 J}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J = f_p(J), \quad (4.11)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J = f_i(J), \quad (4.12)$$

$$k_d = \frac{d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5}{2(b_1 - b_0 J)^2} = f_d(J), \quad (4.13)$$

unde $d_0 = 6a_0 b_0^3$, $d_1 = 2a_1 b_0^3 + 22a_0 b_0^2 b_1$, $d_2 = 8a_1 b_0^2 b_1 + 28a_0 b_0 b_1^2$, $d_3 = 12a_1 b_0 b_1^2 + 12a_0 b_1^3$, $d_4 = 2a_2 b_0 b_1^2 + 6a_1 b_1^3$, $d_5 = 2a_2 b_1^3$.

Pentru a optimiza performanțele sistemului automat se propune și se utilizează următoarea procedură. Expresiile (4.2)–(4.13) pentru calculul parametrilor de acord ai algoritmilor P, PI, PD

și PID sunt prezentate ca funcții $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pe variabila necunoscută J , care prezintă gradul maximal de stabilitate al sistemului proiectat.

La variația lui $J = 0 \dots J_0$ (gama de variație a lui J_0 se alege arbitrar) ca variabilă independentă, se calculează și se construiesc curbele $k_p = f_p(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, J) = f_p(J)$, $k_i = f_i(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, J) = f_i(J)$, pentru algoritmi P și PI.

Pe aceste curbe $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, se aleg seturi de valori ai parametrilor regulatorului P și PI, $J_i - k_{pi}$, k_{ii} , și se simulează pe calculator sistemul automat cu regulatorul cu parametrii aleși, se ridică procesele tranzitorii după care se determină performanțele cele mai ridicate ale sistemului, care satisfac condițiile de performanță impuse sistemului.

Metoda alocării poli-zerouri (metoda modelor) este o metodă analitică, care în baza modelului obiectului de reglare și performanțele impuse sistemului proiectat se sintetizează algoritmi de reglare PI și PID, rezolvând un sistem de ecuații matriceale, din care se determină parametrii algoritmului de reglare care satisfac cerințele de stabilitate, performanțele și robustețea impuse sistemului. Astfel, procedura de sinteză a algoritmului de reglare este o procedură cu iterații și devine dificilă [29], [30], [32], [64], [109].

Metoda polinomială de asemenea este o metodă analitică, care conduce la rezolvarea problemei de sinteză a algoritmului de reglare, dar este dificilă la determinarea ecuației caracteristice a sistemului proiectat [29], [30], [32], [62], [64], [109].

Metoda experimentală de bază prezintă metoda Ziegler-Nichols (ZN), care este larg utilizată în practica acordării algoritmilor tipici PID pentru modelul (4.1), dar performanțele sistemului sunt reduse [29], [30], [32], [64], [109].

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea algoritmilor P, PI, PD și PID pentru modelul (4.1) după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații se prezintă exemplu de calcul. Rezultatele obținute la acordarea algoritmului PID se vor compara cu metoda de alocare poli-zerouri (MPZ), metode polinomiale (MP1 și MP2), metoda Ziegler-Nichols și optimizarea parametrică.

Exemplul 4.1. Se consideră automobilul ca obiect de reglare instabil, la care este necesar de asigurat deplasarea pe traiectorie setată sau în limita benzii de deplasare, descris ca modelul obiectului de reglare de ordinul $n = 3$ cu anticipație-întârziere și astatism cu parametrii determinați din nomograma fig. 1.4 [117]: la viteza de 20 m/s coeficientul de transfer $k = 1.9$, constantele de timp $T_1 = 0.04$ s, $T_2 = 0.44$ s², gradul de amortizare $\xi = 0.5$, iar coeficienții $b_0 = kT_1 = 1.9 \cdot 0.04 = 0.076$ s, $b_1 = 1.9$, $a_0 = T_2^2 = 0.44^2 = 0.1936$ s², $a_1 = 2\xi T_2 = 2 \cdot 0.5 \cdot 0.44 = 0.44$, $a_2 = 1$ și prezentat ca partea fixată a sistemului cu funcția de transfer de forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{k(T_1 s + 1)}{s(T_2^2 s^2 + 2T_2 \xi s + 1)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s} = \frac{0.076s + 1.9}{0.1936s^3 + 0.44s^2 + s}. \quad (4.14)$$

Modelul obiectului are un zero negativ $z = -25$, un pol egal cu 0 și doi poli negativi complecși $p_{1,2} = -1.1364 \pm j1.9682$.

Pentru performanțele impuse sistemului automat timpul de reglare $t_{ri} \leq 2$ s și suprareglarea $\sigma_i \leq 10$ % să se sintetizeze algoritmul de reglare P, PD, PI, PID pentru modelul obiectului (4.1) prin metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații.

S-au efectuat calculele de acordare a parametrilor de acord ai regulatorului P, PD, PI, PID după metoda GMSI după relațiile (4.2)–(4.13) (fig. 4.1, a) - curba pentru P, b) - curba pentru PI).

Din analiza curbelor algoritmului PD și PID se constată că metoda GMSI nu este aplicabilă pentru modelul (4.1). S-a simulat sistemul automat cu regulatorul P și PI (fig. 4.2) și răspunsurile indiciale sunt prezentate în fig. 4.3 (curbele 1 și 2), iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 4.1, rândurile 1 și 2. Eroarea staționară ε_{st} este ± 5 %, n – numărul de abateri.

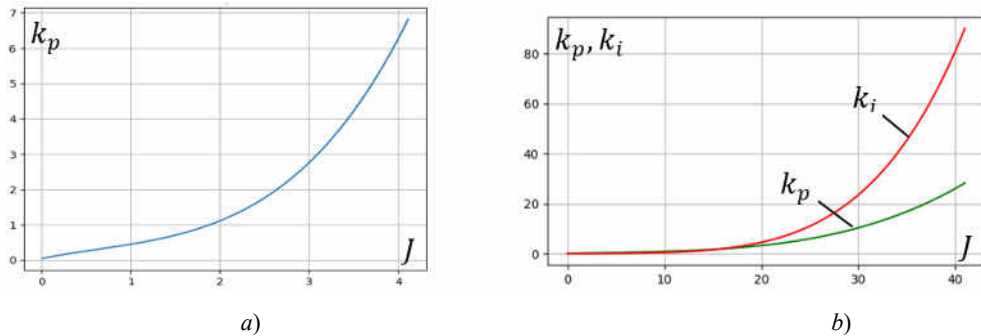


Figura 4.1. Funcțiile: a) $k_p = f(J)$, b) $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$



Figura 4.2. Schema de simulare a sistemului automat

Tabelul 4.1 Parametrii și performanțele sistemului automat la ex. 4.1

Nr. crt.	Metoda de acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului				Performanțele sistemului			
			J	k_p	k_i	T_i, s	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMS	P	0.7412	0.355	-	-	4.27	-	4.27	-
2	GMS	PI	0.5916	0.824	0.217	4.61	1.62	31.92	7.81	2
3	MP1						6.27	-	6.27	-
4	MP2						0.85	9.69	1.68	1
5	MPZ						0.36	11.22	0.97	1

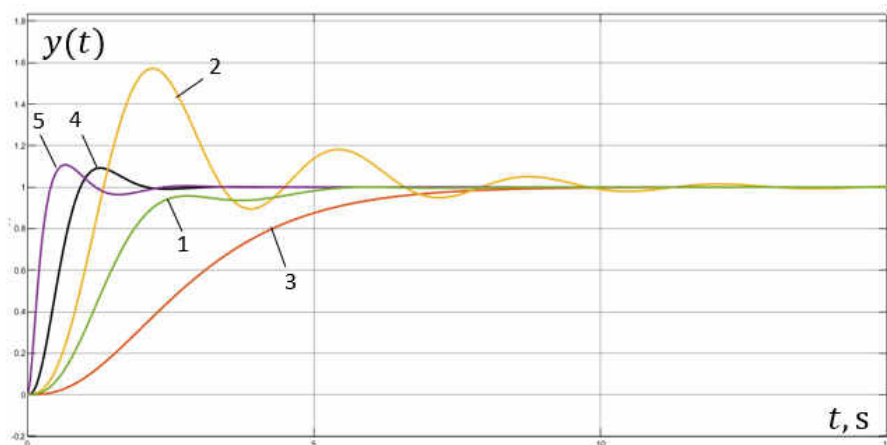


Figura 4.3. Răspunsurile indiciale ale sistemului automat ex. 4.1

Pentru verificare s-a sintetizat algoritmul de reglare după metodele poli-zero, polinomiale MP1, MP2, metoda Ziegler-Nichols și optimizării parametrice, care sunt prezentați în continuare. ■

Metoda poli-zero. După performanțele impuse sistemului timpul de reglare $t_{ri} = 2$ s și suprareglarea $\sigma_i = 10$ % se construiește funcția de transfer a sistemului automat închis cu doi poli dominanți de forma:

$$H_0(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} = \frac{1}{0.2957^2 s^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.2957 s + 1} = \frac{1}{0.0874 s^2 + 0.3497 s + 1} = \frac{1}{(s+2.0005 + j2.7271)(s+2.0005 - j2.7271)}, \quad (4.15)$$

unde polii dominanți sunt $p_1 = -2.0005 + j2.7271$ și $p_2 = -2.0005 - j2.7271$.

Se cere să se sintetizeze un algoritm de conducere pentru a asigura eroarea staționară $\varepsilon = 0$ a sistemului la semnalele de referință și perturbație de tip treaptă unitară.

Conform metodei poli-zero se construiește polinomul caracteristic dorit al sistemului automat proiectat care va fi de ordinul $r = 2n - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 5$, compus din polii dominanți $p_{1,2} = -2.0005 \pm j2.7271$ și trei poli suplimentari $p_{3,4,5} = -10$, alocați pe semiaxa reală negativă cât mai îndepărtați de polii dominanți, pentru ca regulatorul să fie fizic realizabil și să asigure performanțele impuse sistemului având forma:

$$P_d(s) = (s + 2.0005 + j2.7271)(s + 2.0005 - j2.7271)(s + 10)^3 = s^5 + 34.001s^4 + 431.4691s^3 + 2543.473s^2 + 7432.73s + 11439.1. \quad (4.16)$$

Se alege algoritmul de reglare de ordinul $n_Q = n_P = n - 1 = 3 - 1 = 2$ cu funcția de transfer de forma:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{q_0 s^2 + q_1 s + q_2}{p_0 s^2 + p_1 s + p_2}, \quad (4.17)$$

unde $q_0, q_1, q_2, p_0, p_1, p_2$ sunt parametrii necunoscuți ai regulatorului și care vor fi determinați.

Se alcătuieste ecuația polinomială a sistemului de forma:

$$P_c(s) = 1 + H_{PF}(s)H_R(s) = 1 + \frac{B(s)Q(s)}{A(s)P(s)} = A(s)P(s) + B(s)Q(s) \quad (4.18)$$

sau în forma:

$$P_c(s) = A(s)P(s) + B(s)Q(s) = (a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s)(p_0 s^2 + p_1 s + p_2) + (b_0 s + b_1)(q_0 s^2 + q_1 s + q_2) = l_0 s^5 + l_1 s^4 + l_2 s^3 + l_3 s^2 + l_4 s + l_5 = s^5 + 34.001s^4 + 431.4691s^3 + 2543.473s^2 + 7432.73s + 11439.1, \quad (4.19)$$

din care se obține următorul sistem de ecuații algebrice

$$\begin{aligned} l_0 &= a_0 p_0 = 1, \\ l_1 &= a_0 p_1 + a_1 p_0 = 34.001, \\ l_2 &= a_0 p_2 + a_1 p_1 + a_2 p_0 + b_0 q_0 = 431.4691, \\ l_3 &= a_1 p_2 + a_2 p_1 + b_0 q_1 + b_1 q_0 = 2543.473, \end{aligned} \quad (*)$$

$$l_4 = a_2 p_2 + b_0 q_2 + b_1 q_1 = 7432.73,$$

$$l_5 = b_1 q_2 = 11439.1.$$

Se soluționează sistemul de ecuații algebrice (*) și se determină valorile parametrilor algoritmului de reglare și funcția de transfer a algoritmului de reglare este:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{q_0 s^2 + q_1 s + q_2}{p_0 s^2 + p_1 s + p_2} = \frac{792.5127 s^2 + 2708.2368 s + 6020.5789}{5.1653 s^2 + 163.8858 s + 1829.516}. \quad (4.20)$$

Metoda polinomială. În continuare, conform metodei polinomiale funcția de transfer (4.14) a părții fixate se prezintă în forma:

$$H_{PF}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)s} = \frac{B^-(s)B^+(s)}{A^-(s)A^+(s)} = \frac{(b_0 s + b_1) \cdot 1}{(a_0 s^2 + a_1 s + a_2)s^2}, \quad (4.21)$$

unde $B^-(s) = b_0 s + b_1$, $A^-(s) = a_0 s^2 + a_1 s + a_2$ sunt polinoame cu zerouri de stânga (în semiplanul de stânga al rădăcinilor), iar $B^+(s) = 1$, $A^+(s) = s$ prezintă polinoame cu zerouri de dreapta și, dacă nu există, atunci sunt egale cu unu [62].

Se construiește funcția de transfer a algoritmului de reglare după relația:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{A^-(s)M(s)}{B^-(s)N(s)s^r}, \quad (4.22)$$

unde polinoamele $M(s)$ și $N(s)$ sunt necunoscute și se determină din ecuația polinomială de forma:

$$P(s) = B^+(s)M(s) + A^+(s)N(s), \quad (4.23)$$

în care $P(s)$ este polinomul caracteristic al sistemului sintetizat, s^r – gradul astatismului regulatorului (în cazul dat $r = 0$).

Se notează gradele polinoamelor $P(s)$, $M(s)$ și $N(s)$ n_p , n_M , n_N . Coeficienții polinoamelor $M(s)$ și $N(s)$ se determină din sistemul de ecuații algebrice, care se obține prin egalarea coeficienților de pe lângă aceleași puteri din ambele părți ale ecuației polinomiale (4.23).

Se determină gradul polinomului caracteristic $P(s)$ care este egal cu gradul obiectului $n = n_p = 3$.

Sistemul de ecuații algebrice obținut are soluție numai dacă sunt satisfăcute condițiile de soluționare de forma:

$$n_p \leq n_M + n_N + 1 \quad (4.24)$$

și condițiile de realizabilitate fizică a regulatorului (4.22) care se prezintă:

$$n_{A^-} + n_M \leq n_{B^-} + n_N + r. \quad (4.25)$$

La determinarea gradelor polinoamelor $M(s)$ și $N(s)$ este necesar de utilizat condiția care se obține din condiția de robustețe:

$$n_p = n_{A^+} + n_N + r. \quad (4.26)$$

Sistemul (4.24)-(4.26) se soluționează dacă gradul n_G polinomului caracteristic $G(s)$ al sistemului automat sintetizat satisface condiția:

$$n_P - n_R \geq n_{A^+} + r - n_{B^-} - 1. \quad (4.27)$$

Gradele polinoamelor $P(s)$, $B^-(s)$, $B^+(s)$, $A^-(s)$, $A^+(s)$ pentru modelul obiectului dat sunt:

$$n_P = 3, n_{B^-} = 1, n_{B^+} = 0, n_{A^-} = 2, n_{A^+} = 1. \quad (4.28)$$

Pentru o realizare mai simplă a algoritmului de reglare se determină cele mai reduse valori ale gradelor n_M, n_N polinoamelor necunoscute și din relațiile (4.24)-(4.26) se obțin condițiile:

$$3 \leq n_M + n_N + 1, 3 + n_M \leq n_N + 1, 3 = n_N + 1 \quad (4.29)$$

și pentru satisfacerea acestor condiții rezultă valorile gradelor necunoscute $n_N = 2, n_M = 0$.

Polinoamele necunoscute se prezintă în forma:

$$N(s) = n_0 s^2 + n_1 s + n_2, M(s) = m_0. \quad (4.30)$$

Se construiește polinomul caracteristic dorit al sistemului închis după relația:

$$\begin{aligned} P(s) = B^+(s)M(s) + A^+(s)N(s) &= 1 \cdot m_0 + s(n_0 s^2 + n_1 s + n_2) = \\ &= n_0 s^3 + n_1 s^2 + n_2 s + m_0. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Pentru determinarea coeficienților polinomului (4.30) se aplică două metode.

Prima metodă MP1. Se construiește polinomul caracteristic de gradul trei dorit al sistemului pentru cazul când rădăcinile sunt multiple și eroarea sistemului se descrie de relația:

$$e(t) = (c_1 + c_2 t + c_2 t^2) e^{-t}, \quad (4.32)$$

care asigură eroarea staționară $\varepsilon = 0$ la semnal de referință de tip treaptă unitară și polinomul caracteristic dorit al sistemului se prezintă în forma:

$$P(s) = (s + 1)^3 = s^3 + 3s^2 + 3s + 1. \quad (4.33)$$

Răspunsul sistemului la semnal treaptă este aperiodic optimal.

Se sintetizează algoritmul de reglare după relația (4.31) conform procedurii prezentate mai sus după relațiile (4.30) și (4.33) se obține:

$$n_0 s^3 + n_1 s^2 + n_2 s + m_0 = s^3 + 3s^2 + 3s + 1, \quad (4.34)$$

din care se determină coeficienții $n_0 = 1, n_1 = 3, n_2 = 3, m_0 = 1$.

Se determină funcția de transfer a algoritmului de reglare sintetizat după relația (4.22), în care nu se include astatism de gradul unu ($r = 0$) fiindcă astatism se conține în modelul obiectului de reglare și se asigura eroarea $\varepsilon = 0$ la semnalele de referință și perturbație de tip treaptă unitară:

$$\begin{aligned} H_R(s) &= \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{M(s)A^-(s)}{B^-(s)N(s)} = \frac{m_0 (a_0 s^2 + a_1 s + a_2)}{(b_0 s + b_1)(n_0 s^2 + n_1 s + n_2)} = \\ &= \frac{q_0 s^2 + q_1 s + q_2}{p_0 s^3 + p_1 s^2 + p_2 s + p_3} = \frac{0.1936 s^2 + 0.44 s + 1}{0.076 s^3 + 2.128 s^2 + 5.928 s + 5.7}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

unde parametrii algoritmului de reglare au valorile $q_0 = m_0 a_0 = 1 \cdot 0.1936 = 0.1936$, $q_1 = m_0 a_1 = 1 \cdot 0.44 = 0.44$, $q_2 = m_0 a_2 = 1 \cdot 1 = 1$, $p_0 = b_0 n_0 = 0.076 \cdot 1 = 0.076$, $p_1 = b_0 n_1 + b_1 n_0 = 0.076 \cdot 3 + 1.9 \cdot 1 = 2.128$, $p_2 = b_0 n_2 + b_1 n_1 = 0.076 \cdot 3 + 1.9 \cdot 3 = 5.928$, $p_3 = b_1 n_2 = 1.9 \cdot 3 = 5.7$.

A doua metodă MP2. Se construiește polinomul caracteristic dorit al sistemului după performanțele impuse sistemului timpul de reglare t_{ri} și suprareglarea d_i cu polii dominanți $p_{1,2} = -2.0005 \pm j2.7271$ și se mai impune un pol suplimentar $p_3 = -10$ alocat pe axa reală negativă cât mai departe de polii dominanți și se obține:

$$\begin{aligned} P(s) &= (s + 2.0005 + j2.7271)(s + 2.0005 - j2.7271)(s + 10) = \\ &= s^3 + 14.001s^2 + 51.4491s + 114.391. \end{aligned} \quad (4.36)$$

Prin egalarea coeficienților de pe lângă aceleași puteri ale lui s din (4.34) și (4.36) se determină coeficienții $n_0 = 1$, $n_1 = 14.001$, $n_2 = 51.4491$, $m_0 = 114.391$.

Se determină funcția de transfer a algoritmului de reglare sintetizat după relația (4.31), în care se include și astatism de gradul unu pentru a asigura eroarea staționară $\varepsilon = 0$ la semnalele de referință și perturbație de tip treaptă unitară:

$$\begin{aligned} H_R(s) &= \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{M(s)A^-(s)}{B^-(s)N(s)s^r} = \frac{m_0(a_0s^2 + a_1s + a_2)}{(b_0s + b_1)(n_0s^2 + n_1s + n_2)} = \frac{m_0a_0s^2 + m_0a_1s + m_0a_2}{p_0s^3 + p_1s^2 + p_2s + p_3} = \\ &= \frac{q_0s^2 + q_1s + q_2}{p_0s^3 + p_1s^2 + p_2s + p_3} = \frac{22.1461s^2 + 50.3320s + 114.391}{0.076s^3 + 2.9641s^2 + 30.5126s + 97.7533}, \end{aligned} \quad (4.37)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = m_0a_0 = 114.391 \cdot 0.1936 = 22.1461$, $q_1 = m_0a_1 = 114.391 \cdot 0.44 = 50.3320$, $q_2 = m_0a_2 = 114.391 \cdot 1 = 114.391$, $p_0 = b_0n_0 = 0.076 \cdot 1 = 0.076$, $p_1 = b_0n_1 + b_1n_0 = 0.076 \cdot 14.001 + 1.9 \cdot 1 = 2.9641$, $p_2 = b_0n_2 + b_1n_1 = 0.076 \cdot 51.4491 + 1.9 \cdot 14.001 = 30.5126$, $p_3 = b_1n_2 = 1.9 \cdot 51.4491 = 97.7533$.

S-a simulat sistemul cu algoritmi sintetizați și răspunsurile sunt prezentate în fig. 4.3 (curbele 3, 4, 5), iar performanțele sunt date în tabelul 4.1, rândurile 4, 5 și 6 [75].

4.2 Sinteza algoritmului de reglare la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul trei cu oscilații

Se analizează modelul matematic al obiectului de reglare cu anticipație-întârziere de ordinul trei cu oscilații [2], [3], [15], [28], [71], [72], [73], [75], [77], [98]:

$$H(s) = \frac{k_1}{T_2s + 1} \frac{k_2(T_1s + 1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} = \frac{b_0s + b_1}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3}, \quad (4.38)$$

unde k_1 , k_2 sunt coeficienții de transfer, T_1 , T_2 – constantele de timp, ξ – gradul de amortizare și ω – pulsația naturală ale obiectului tehnic, iar $b_0 = k_1k_2T_1$, $b_1 = k_1k_2$, $a_0 = T_2$, $a_1 = 2\xi\omega T_2 + 1$, $a_2 = 2\xi\omega + T_2\omega^2$, $a_3 = \omega^2$.

Modelul (4.38) conține un zero și trei poli alocați în semiplanul stâng al planului complex al rădăcinilor.

Există mai multe metode de acordare a algoritmului PID care se aplică pentru acordarea regulatorului la modelul obiectului (4.38): metoda frecvențială, metoda de alocare poli-zero-uri, metoda polinomială etc. [32], [70], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46].

Aplicarea metodei frecvențiale este însoțită de calcule în domeniul frecvență și construcții grafice care conduc la dificultăți la sinteza algoritmilor de reglare [2], [3], [28], [32], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [72], [73], [75], [77].

Metoda alocării poli–zerouri este o metodă analitică și se utilizează pentru sinteza algoritmi de tipul PID, dar procedura de sinteză este cu iterații și devine dificilă.

Metoda polinomială prezintă o metodă analitică, care rezolvă problema de sinteză a algoritmului de reglare, dar este dificilă la etapa construirii polinomului caracteristic.

În lucrare s-a elaborat metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului de reglare (4.38).

Se studiază un exemplu de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului (4.38) și se variază parametri obiectului de la valorile nominale și se analizează performanțele sistemului [2], [3], [13], [14] [28], [32], [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46], [72], [73], [75], [77].

În studiu se utilizează schema structurală a sistemului automat, alcătuită din modelul obiectului cu f.d.t. $H_p(s)$ și regulatorul cu f.d.t. $H_R(s)$ supus acțiunii intrării treaptă unitară.

Se consideră algoritmul PID standard în conexiune paralelă descris cu funcția de transfer:

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{s}, \quad (4.39)$$

unde k_p , k_i , k_d sunt parametri de acord ai componentei proporționale, integrative și derivative ale algoritmului PID.

Procedura de acordare a algoritmului PID după metoda GMSI se reduce la alcătuirea ecuației caracteristice a sistemului închis, se introduce noțiunea de grad de stabilitate în ecuația caracteristică ca o nouă variabilă necunoscută și prin operații de derivare a acesteia se obțin relații care prezintă parametri PID ca funcții $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ analitice neliniare de parametri cunoscuți ai modelului obiectului și de variabila necunoscută - gradul de stabilitate al sistemului [40], [41], [42], [43], [44], [45], [46].

Pentru sistemul automat cu algoritmul PID se obțin trei expresii de calcul ai parametrilor:

$$k_d = \frac{d_0 J^5 - d_1 J^4 + d_2 J^3 - d_3 J^2 + d_4 J - d_5}{2(b_1 - b_0 J)^4} = f_d(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_d(J), \quad (4.40)$$

$$k_p = \frac{-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J}{(b_1 - b_0 J)^2} + 2k_d J = f_p(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_p(J), \quad (4.41)$$

$$k_i = \frac{-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2}{b_1 - b_0 J} - 2k_d J^2 + k_p J = f_i(b_0, b_1, a_0, a_1, a_2, a_3, J) = f_i(J), \quad (4.42)$$

unde coeficienții din expresiile (4.40)–(4.42) se exprimă prin parametri obiectului.

Se variază $J = 0 \dots \infty$, se calculează și se construiesc curbele (4.40)–(4.42) $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ pentru algoritmul PID. Pe aceste curbe se aleg seturi de valori ai parametrilor regulatorului PID $J_i - k_{pi}, k_{ii}, k_{di}$ și se simulează sistemul automat, se înregistrează

răspunsurile la semnal treaptă unitară după care se determină performanțele cele mai ridicate ale sistemului, care ar satisface condițiile de performanță impuse sistemului.

Pentru un exemplu al modelului obiectului de reglare (4.38) se analizează procedurile de acordare a algoritmului PID după metoda GMSI și metoda polinomială, se simulează sistemul și se analizează performanțele sistemului proiectat.

Se variază parametrii modelului (4.38) cu $\pm 50\%$ de la valorile nominale și se analizează performanțele sistemului.

Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea algoritmilor PID pentru modelul (4.38) după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații se prezintă exemplul de calcul.

Exemplul 4.2. Se consideră obiectul tehnic (avion), la care se reglează un unghi din cele trei de poziționare a unui obiect în spațiu 3D, descris ca modelul obiectului de reglare stabil cu inerție de ordinul $n = 3$ cu parametrii cunoscuți: coeficienții de transfer $k_1 = 1$, $k_2 = 0.2$, constantele de timp $T_1 = 0.1$ s, $T_2 = 0.1$ s, gradul de amortizare $\xi = 0.3$ și pulsația naturală $\omega = 2.5$ s⁻¹ prezentat de funcția de transfer de forma [98]:

$$H(s) = \frac{k_1}{T_2 s + 1} \frac{k_2 (T_1 s + 1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} = \frac{10}{s + 10} \frac{k_2 (T_1 s + 1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (4.43)$$

unde $b_0 = 10k_2 T_1 = 0.2$, $b_1 = 10k_2 = 2$, $a_0 = 1$, $a_1 = 2\xi\omega + 10 = 11.5$, $a_2 = 20\xi\omega + \omega^2 = 21.25$, $a_3 = 10\omega^2 = 62.5$.

Pentru performanțele impuse sistemului timpul de reglare $t_r \leq 2$ s și suprareglarea $\sigma \leq 10\%$ să se sintetizeze algoritmul de reglare PID la modelul obiectului (4.38) prin metoda GMS cu iterații. Pentru verificare și comparare se aplica metoda polinomială.

S-au efectuat calculele de acordare a parametrilor regulatorului PID după metoda GMS cu iterații după relațiile (4.40)–(4.42) pentru modelul (4.38) și curbele sunt date în figura 4.5. S-a simulat sistemul automat cu regulatorul PID în pachetul de programe MATLAB (figura 4.4) și răspunsul optimal se prezintă în figura 4.6 (curba 1, rândul 3 din tabelul 4.2), iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 4.2.

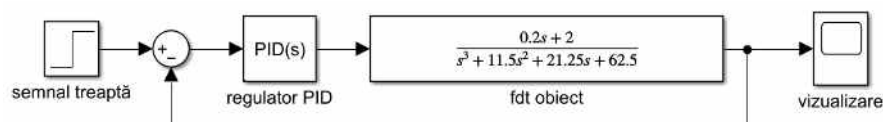


Figura 4.4. Schema de simulare a sistemului automat

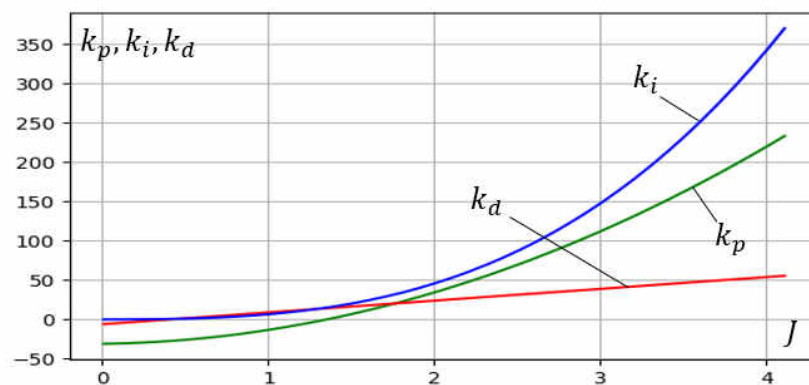


Figura 4.5. Funcțiile $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$, $k_d = f(J)$

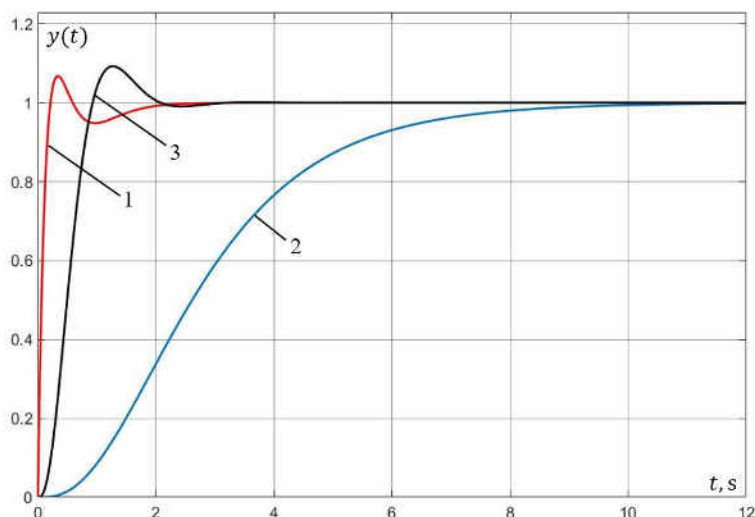


Figura 4.6. Răspunsurile indiciale ale sistemului automat

Tabelul 4.2 Parametrii și performanțele sistemului automat la ex. 4.2

Nr. iter.	Metoda acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
			J	k_p	k_i	T_i, s	k_d, s	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMS	PID	3.2	122.35	163.48	0.006	40.5	0.25	-	1.56	-
2	GMS	PID	3.5	152.5	214.4	0.0047	45	0.21	3.68	1.32	1
3	GMS	PID	3.9	196.9	296.6	0.0034	51	0.17	6.57	0.42	1
4	MP1							7.6	-	7.6	-
5	MP2							0.85	9.69	1.68	1

Metoda polinomială. După această metodă se construiesc două modele a algoritmului de reglare.

În prima procedură (MP1) se adoptă cazul când rădăcinile polinomului caracteristic sunt multiple și care asigură eroarea staționară $\varepsilon = 0$ la semnal de referință de tip treaptă unitară și se construiește funcția de transfer a algoritmul de reglare de forma:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{m_0(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}{(b_0s + b_1)(n_0s^2 + n_1s + n_2)s} = \frac{q_0s^3 + q_1s^2 + q_2s + q_3}{p_0s^4 + p_1s^3 + p_2s^2 + p_3s} = \frac{s^3 + 11.5s^2 + 21.25s + 62.5}{0.2s^4 + 2.6s^3 + 6.6s^2 + 6s}, \quad (4.44)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = m_0a_0 = 1 \cdot 1 = 1$, $q_1 = m_0a_1 = 1 \cdot 11.5 = 11.5$, $q_2 = m_0a_2 = 1 \cdot 21.25 = 21.25$, $q_3 = m_0a_3 = 1 \cdot 62.5 = 62.5$, $p_0 = b_0n_0 = 0.2 \cdot 1 = 0.2$, $p_1 = b_0n_1 + b_1n_0 = 0.2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 2.6$, $p_2 = b_0n_2 + b_1n_1 = 0.2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 6.6$, $p_3 = b_1n_2 = 2 \cdot 3 = 6$.

În a doua procedură (MP2) se construiește polinomul caracteristic dorit al sistemului după performanțele impuse timpul de reglare $t_r \leq 2$ s și suprareglarea $\sigma \leq 10$ % și se obțin polii dominanți $s_{1,2} = -2.0005 \pm j2.7271$ și se mai impune un pol suplimentar $p_3 = -10$, după care se construiește funcția de transfer a algoritmului de reglare, în care se include și astatism de gradul unu pentru a asigura eroarea staționară $\varepsilon = 0$ la semnalele de referință și perturbație de tip treaptă unitară:

$$H_R(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{m_0(a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3)}{(b_0s + b_1)(n_0s^2 + n_1s + n_2)s} = \frac{q_0s^3 + q_1s^2 + q_2s + q_3}{p_0s^4 + p_1s^3 + p_2s^2 + p_3s} =$$

$$= \frac{114.391s^3 + 1315.542s^2 + 2430.8937s + 7149.6875}{0.2s^4 + 4.8002s^3 + 38.2927s^2 + 102.903s}, \quad (4.45)$$

unde parametrii algoritmului au valorile numerice $q_0 = m_0 a_0 = 114.391 \cdot 1 = 114.391$, $q_1 = m_0 a_1 = 114.391 \cdot 11.5 = 1315.5425$, $q_2 = m_0 a_2 = 114.391 \cdot 21.25 = 2430.8937$, $q_3 = m_0 a_3 = 114.391 \cdot 62.5 = 7149.6875$, $p_0 = b_0 n_0 = 0.2 \cdot 1 = 0.2$, $p_1 = b_0 n_1 + b_1 n_0 = 0.2 \cdot 14.001 + 2 \cdot 1 = 4.8002$, $p_2 = b_0 n_2 + b_1 n_1 = 0.2 \cdot 51.4491 + 2 \cdot 14.001 = 38.2927$, $p_3 = b_1 n_2 = 2 \cdot 51.4491 = 102.903$.

S-a simulat sistemul automat cu algoritmul de reglare sintetizat după metoda polinomială MP1 și MP2 și răspunsurile sunt prezentate în figura 4.6 (curbele 2 și 3), iar performanțele sunt date în tabelul 4.2, rândurile 4 și 5 [80].

4.3 Sinteza algoritmului de reglare pentru proces termic în cuptor

Se prezintă sinteza algoritmului de reglare pentru un proces termic creat cu ajutorul unui emulator al cuptorului ЭП10 care este destinat efectuării de experimente în procesul de punere în funcțiune cu utilizarea reguletoarelor de temperatură. Emulatorul ЭП10 acționează ca un obiect de conducere și este un cuptor în miniatură.

Principalele caracteristici a emulatorului sunt:

1. Încălzitor încorporat de 10 W.
2. Senzor de temperatură încorporat (rezistență termică TCM 50M).
3. Conducerea pornirii/încălzirii de la elementul de ieșire al termostatului.
4. Indicație LED când încălzirea este pornită.
5. Carcasă convenabilă cu capac transparent pentru montarea pe perete sau așezarea pe masă.

Caracteristicile tehnice a emulatorului cuptorului ЭП10 sunt prezentate în tabelul 4.3, iar aspectul fizic al lui este prezentat în figura 4.7.

Tabelul 4.3. Caracteristicile tehnice ale emulatorului cuptorului ЭП10

Nr. crt.	Nume parametru	Valoare
1	Tensiunea de alimentare	220 V
2	Puterea consumată	10 W
3	Senzorul de temperatură încorporat	TCM 50M
4	Temperatura maximă admisă	125 °C
5	Mărimile exterioare	145 x 105 x 65 mm
6	Gradul de protecție	IP20



Figura 4.7. Aspectul emulatorului cuptorului ЭП10

În figura 4.8 este prezentată schema bloc structurală a machetei de laborator pentru experimente.

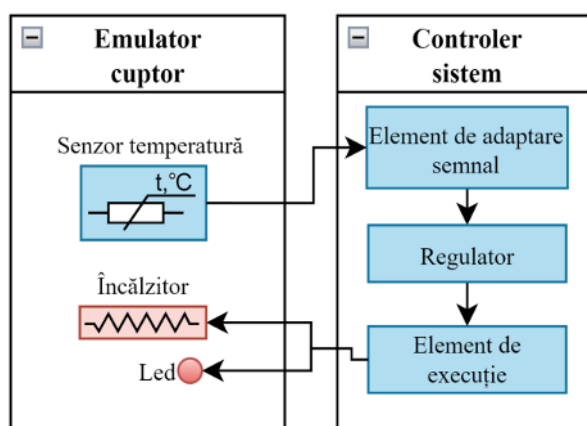


Figura 4.8. Schema bloc funcțională a sistemului automat cu emulatorul ЭП10

Emulatorul cuptorului este constituit dintr-un încălzitor, un senzor de temperatură încorporat și un indicator Led. Carcasa emulatorului este din sticlă ceea ce permite de vizualizat componentele sale interne. Elementul controlerul de sistem are o reprezentare generică și poate fi orice controler cu elementele constructive necesare creării unui sistem automat și anume: elementul de adaptare semnal, regulatorul și elementul de execuție [100], [105], [107].

4.3.1 Identificarea modelului matematic a emulatorului cuptorului ЭП10

În natură există o serie de obiecte fizice care sunt părți componente ale sistemelor de reglare automată. Pentru a sintetiza algoritmul de conducere a sistemului automat, este necesar de a identifica modelul matematic al obiectului de reglare. În acest scop, există două metode de identificare [1]:

1. *Metodele analitice* se bazează pe principiile fizicii, mecanicii, electrotehnicii etc., care descriu fenomenele implicate în transferul de intrare-ieșire al procesului industrial. Rezultatul aplicării acestor metode constă într-un set de ecuații integro-diferențiale de bilanț și de materie

asociate procesului studiat. Aceste ecuații pot fi complexe și dificil de utilizat direct pentru sinteza reguletoarelor.

2. *Metodele experimentale* implică efectuarea unui experiment orientat spre obținerea unui model matematic neparametric al procesului. În cadrul acestui experiment, se aplică semnale de intrare asupra procesului și se înregistrează răspunsul acestuia în timp real. Aceste date experimentale sunt apoi prelucrate pentru a obține o reprezentare matematică parametrică a procesului sub formă de ecuații diferențiale, funcții de transfer sau funcții frecvențiale, cu coeficienți cunoscuți.

Acestea oferă o înțelegere generală a metodelor disponibile pentru identificarea modelului matematic al unui proces industrial în vederea elaborării unui regulator adecvat.

În calitate de experiment se utilizează metoda experimentală de identificare a modelului matematic al cuptorului ЭП10. Pentru efectuarea calculelor și verificării metodei de acordare a regulatorului s-a folosit emulatorul cuptorului ЭП10, care este prezentat în figura 4.7.

Următorul pas în identificarea modelului matematic este ridicarea curbei experimentale a cuptorului. Pentru aceasta s-a folosit modul de achiziție de date DAS-6.0 și o aplicație software elaborată în limbajul Python pentru a acumula datele variației temperaturii în cuptor. În figura 4.9 este prezentat codul sursă a aplicației elaborate.

```
temperature = 0

temperature_data = []
while True:
    for i in range(50):
        response = ser.readline()
        # print(response)
        data = response.split(b':')
        try:
            temperature += float(data[1])
        except:
            pass
    temperature /= 50
    temperature_data.append(round(temperature,2))

print(temperature_data)
time.sleep(10)
```

Figura 4.9. Codul sursă a programului de citire a datelor

Procedura de ridicare a curbei experimentale se reduce la următoarele etape: se conectează senzorul de temperatură a emulatorului cuptorului la modulul DAS-6.0, care este o termorezistență de cupru cu valoarea nominală 50 Ω , se aplică tensiunea de 110 V cuptorului egală cu jumate din tensiunea de alimentare maximă admisibilă, care reprezintă semnalul treaptă și totodată se pornește aplicația software pentru a înregistra valorile temperaturii cuptorului.

După ce temperatura în cuptor s-a stabilizat, experimentul se oprește, după care aplicația elaborată afișează în mod grafic curba experimentală, prezentată în figura 4.10.

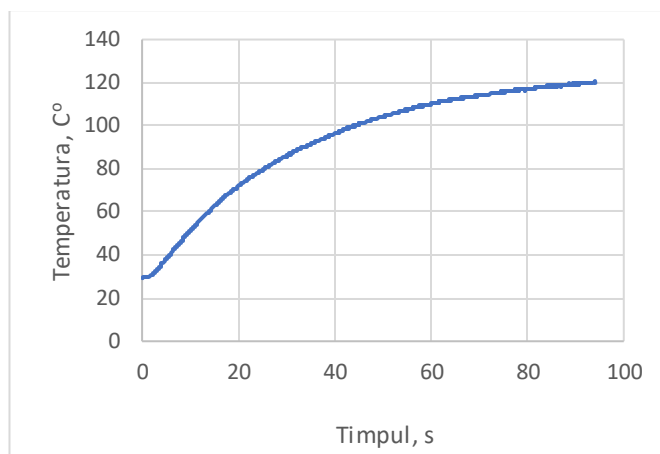


Figura 4.10. Curba experimentală de variație a temperaturii în emulator

Identificarea modelului matematic al obiectului de reglare se efectuează cu ajutorul pachetului de programe MATLAB, utilizând blocul System Identification Toolbox prezentat în figura 4.11.

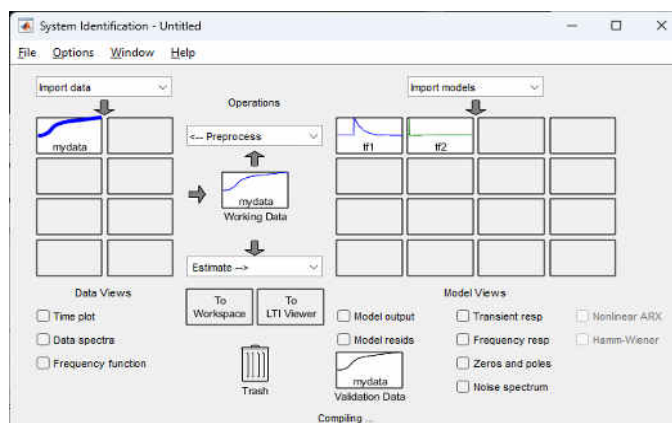


Figura 4.11. Fereastra *System Identification Toolbox* din MATLAB

Pentru estimarea parametrilor modelului obiectului s-a utilizat *Transfer function Models* din *System Identification Toolbox* și pentru identificare a fost ales modelul obiectului cu avans-întârziere de ordinul doi și timp mort de ordinul unu:

$$H_p(s) = e^{-\tau s} \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}, \quad (4.46)$$

unde $\tau = 2$ s, $b_0 = 0.35$, $b_1 = 0.2313$, $a_0 = 1$, $a_1 = 0.3872$, $a_2 = 0.04851$.

4.3.2 Acordarea regulatorului la modelul emulatorului cuptorului după metoda gradului maximal de stabilitate

În baza modelului matematic al cuptorului identificat prin metodă experimentală, se pune în discuție acordarea regulatorului al sistemului automat de reglare a temperaturii în cuptor după metoda gradului maximal de stabilitate. În urma efectuării calculelor pentru tipurile de regulator P, PI, PD și PID și substituind coeficienții generici au fost obținute expresiile pentru calculul

parametrilor regulatorului [15], [17], [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [29], [34], [54], [55], [60], [79].

Sistemul automat de reglare a temperaturii în cuptor a fost simulat în pachetul de programe MATLAB SIMULINK conform schemei bloc structurale din figura 4.12 [28], [31].



Figura 4.12. Schema structurală de simulare a sistemului automat

Pentru regulatorul P a fost utilizată expresia (3.38) [79]:

$$k_p = \frac{e^{-TJ}(-a_0J^2 + a_1J - a_2)}{b_1 - b_0J} = \frac{e^{-2J}(-J^2 + 0.3872J - 0.04851)}{0.2313 - 0.35J}. \quad (4.47)$$

În figura 4.13 este prezentată dependența $k_p = f(J)$.

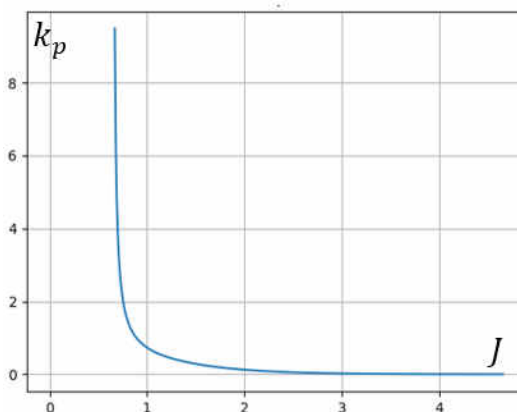


Figura 4.13. Dependența $k_p = f(J)$

Din gama de valori obținute pentru $k_p = f(J)$ au fost selectate valorile cu cele mai bune performanțe. În figura 4.14 este prezentat răspunsul sistemului cu regulator P pentru 4 valori ale lui k_p .

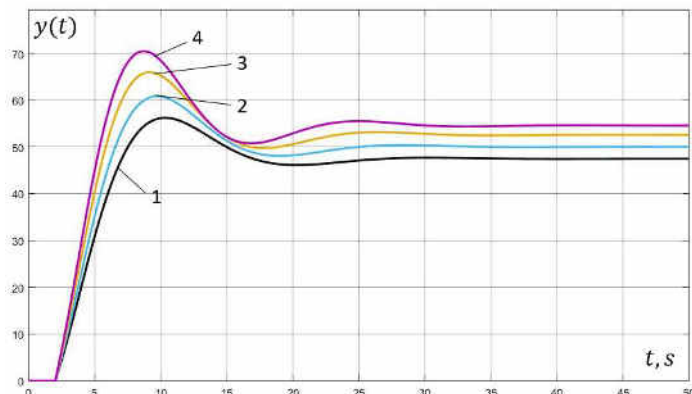


Figura 4.14. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul P

În tabelul 4.4 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în cuptor cu regulator P pentru modelul de obiect identificat din (4.41) [79].

Tabelul 4.4. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu regulatorul P

Nr. iter.	Parametrii regulatorului		Performanțele sistemului				
	J	k_p	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	$\varepsilon_{st}, \%$	n
1	1.47	0.306	4.17	18.45	15.6	40.4	1
2	1.38	0.35	3.74	20.93	14.37	37.12	1
3	1.31	0.402	3.38	25.43	18.76	34.25	2
4	1.24	0.45	2.88	29.3	18.77	31.87	2

Pentru regulator PI au fost utilizate expresiile (3.44), (3.45):

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = \frac{e^{-2J}(-0.7J^4 + 1.433J^3 - 1.042J^2 + 0.201J - 0.011)}{0.122J^2 - 0.162J + 0.053}, \quad (4.48)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} + k_p J = \frac{e^{-2J}(J^3 - 0.3872J^2 + 0.04851J)}{0.2313 - 0.35J} + k_p J, \quad (4.49)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1$.

În figura 4.15 sunt prezentate dependențele $k_p = f(J)$ și $k_i = f(J)$.

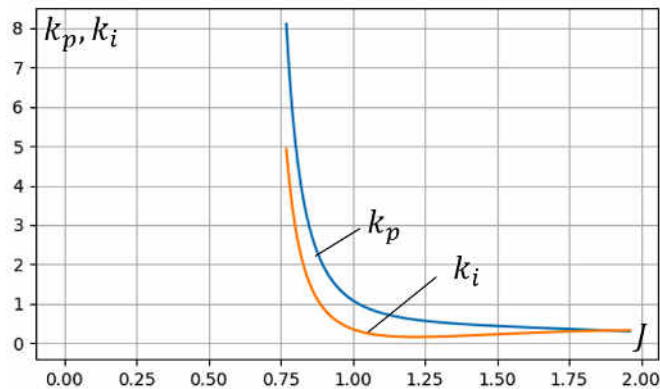


Figura 4.15. Dependențele $k_p = f(J)$ și $k_i = f(J)$

În figura 4.16 sunt prezentate răspunsurile indiciale a sistemului cu regulator PI pentru câteva seturi de valori ale parametrilor k_p, k_i a regulatorului automat.

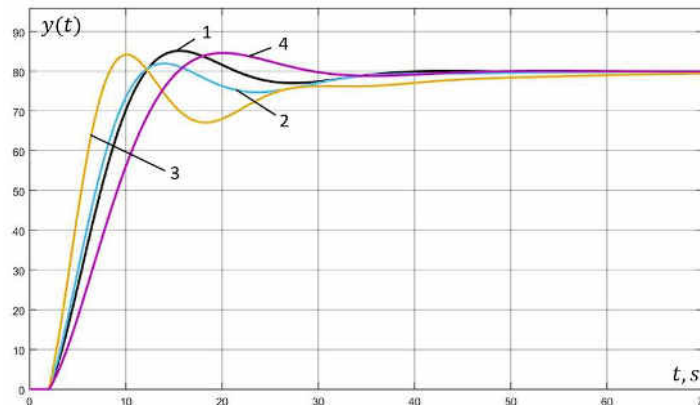


Figura 4.16. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul PI

În tabelul 4.5 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în cuptor cu regulator PI pentru modelul de obiect identificat din (4.41) [79].

Tabelul 4.5. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu regulatorul PI

Nr. iter.	Parametrii regulatorului				Performanțele sistemului			
	J	k_p	k_i	T_i, s	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	1.35	0.209	0.032	31.25	7.96	6	17.79	1
2	1.52	0.174	0.03	33.33	7.63	2.31	27.79	2
3	1.62	0.155	0.028	35.71	4.73	4.98	39.5	2
4	1.72	0.139	0.027	37.03	10.46	5.44	22.33	1

Pentru regulator PD s-au utilizat expresiile (3.51), (3.52):

$$k_p = \frac{(-a_0 J^2 + a_1 J - a_2) e^{-J\tau}}{b_1 - b_0 J} + k_d J = \frac{e^{-2J}(-J^2 + 0.3872J - 0.04851)}{0.2313 - 0.35J} + k_d J, \quad (4.50)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J - d_3)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} = \frac{e^{-2J}(0.7J^3 - 1.083J^2 + 0.6756J - 0.095)}{0.122J^2 - 0.162J + 0.053}, \quad (4.51)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 2a_0 b_1 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$, $d_3 = a_1 b_1 - a_2 b_0 + a_2 b_1 \tau$.

În figura 4.17 sunt prezentate dependențele $k_p = f(J)$ și $k_d = f(J)$.

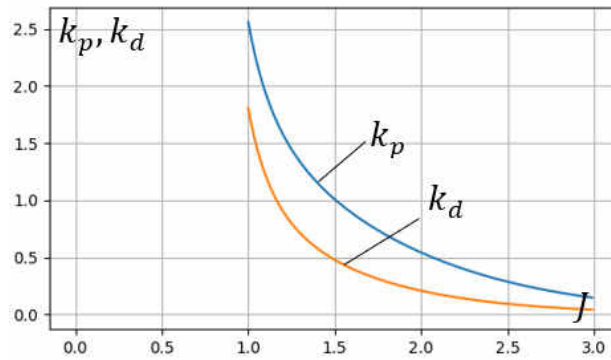


Figura 4.17. Dependențele $k_p = f(J)$ și $k_d = f(J)$

În figura 4.18 sunt prezentate răspunsurile indiciale a sistemului cu regulator PD pentru câteva seturi de valori k_p, k_d .

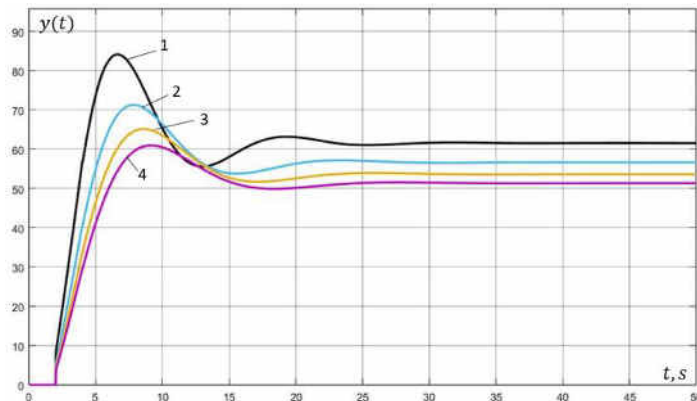


Figura 4.18. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul PD

În tabelul 4.6 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în cuptor cu regulator PD pentru modelul de obiect identificat din (4.41) [79].

Tabelul 4.6. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu regulatorul PD

Nr. iter.	Parametrii regulatorului			Performanțele sistemului				
	J	k_p	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	$\epsilon_{st}, \%$	n
1	1.80	0.701	0.29	2.1	36.18	15.26	26.68	2
2	2.06	0.509	0.19	2.86	26.01	15.6	41.41	1
3	2.20	0.427	0.152	4.31	21.4	12.84	49.14	1
4	2.30	0.376	0.129	3.60	18.59	13.55	55.58	1

Pentru regulator PID s-au utilizat expresiile (3.58), (3.59), (3.60):

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}(-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4)}{b_0^2 J^2 - 2b_0 b_1 J + b_1^2} + 2k_d J =$$

$$= \frac{e^{-2J}(-0.7J^4 + 1.433J^3 - 1.042J^2 + 0.201J - 0.011)}{0.122J^2 - 0.162J + 0.053} + 2k_d J, \quad (4.52)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}(a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J)}{b_1 - b_0 J} - k_d J^2 + k_p J =$$

$$= \frac{e^{-2J}(J^3 - 0.3872J^2 + 0.04851J)}{0.2313 - 0.35J} - k_d J^2 + k_p J, \quad (4.53)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}(-d_5 J^6 + d_6 J^5 - d_7 J^4 + d_8 J^3 - d_9 J^2 + d_{10} J - d_{11})}{2(b_0^4 J^4 - 4b_0^3 b_1 J^3 + 6b_0^2 b_1^2 J^2 - 4b_0 b_1^3 J + b_1^4)} =$$

$$= \frac{e^{-2J}(-0.1715J^6 + 0.343J^5 - 1.31J^4 + 1.182J^3 - 0.553J^2 + 0.139J - 0.01)}{2(0.015J^4 - 0.0396J^3 + 0.0393J^2 - 0.0173J + 0.0028)}, \quad (4.54)$$

unde $d_0 = a_0 b_0 \tau$, $d_1 = 2a_0 b_0 + a_0 b_1 \tau + a_1 b_0 \tau$, $d_2 = 3a_0 b_1 + a_1 b_0 + a_1 b_1 \tau + a_2 b_0 \tau$,
 $d_3 = 2a_1 b_1 + a_2 b_1 \tau$, $d_4 = a_2 b_1$, $d_5 = a_0 b_0^3 \tau^2$, $d_6 = 4a_0 b_0^3 \tau + 3a_0 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_1 b_0^3 \tau^2$,
 $d_7 = 2a_0 b_0^3 + 14a_0 b_0^2 b_1 \tau + 3a_0 b_0 b_1^2 \tau^2 + 2a_1 b_0^3 \tau + 3a_1 b_0^2 b_1 \tau^2 + a_2 b_0^3 \tau^2$, $d_8 = 8a_0 b_0^2 b_1 +$
 $+16a_0 b_0 b_1^2 \tau + a_0 b_1^3 \tau^2 + 8a_1 b_0^2 b_1 \tau + 3a_1 b_0 b_1^2 \tau^2 + 3a_2 b_0^2 b_1 \tau^2$, $d_9 = 12a_0 b_0 b_1^2 + 6a_0 b_1^3 \tau +$
 $+10a_1 b_0 b_1^2 \tau + a_1 b_1^3 \tau^2 + 2a_2 b_0^2 b_1 \tau + 3a_2 b_0 b_1^2 \tau^2$, $d_{10} = 6a_0 b_1^3 + 2a_1 b_0 b_1^2 + 4a_1 b_1^3 \tau +$
 $+2a_2 b_0^2 b_1 + 4a_2 b_0 b_1^2 \tau + a_2 b_1^3 \tau^2$, $d_{11} = 2a_1 b_1^3 - 2a_2 b_0 b_1^2 + 2a_2 b_1^3 \tau$.

În figura 4.19 sunt prezentate dependențele $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$ și $k_d = f(J)$.

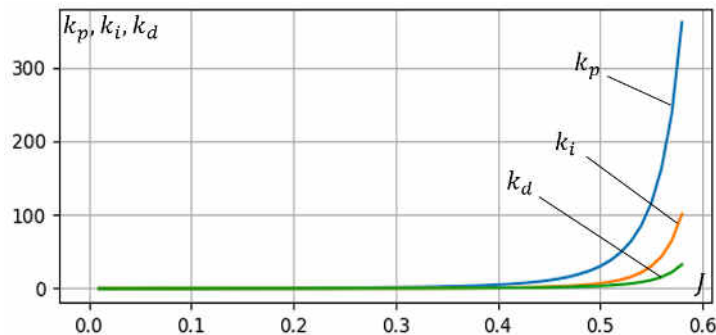


Figura 4.19. Dependențele $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$ și $k_d = f(J)$

În figura 4.20 sunt prezentate răspunsurile indiciale a sistemului cu regulator PID pentru câteva seturi de valori k_p, k_i, k_d .

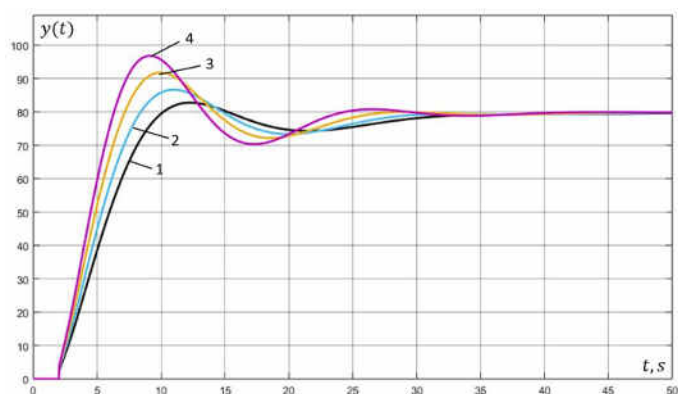


Figura 4.20. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu regulatorul PID

În tabelul 4.7 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în cuptor cu regulator PID pentru modelul de obiect identificat din (4.46).

Tabelul 4.7. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu regulatorul PID

Nr. iter.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
	J	k_p	k_i	T_i, s	k_d, s	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	0.2	0.308	0.034	29.41	0.091	6.59	3.43	25.93	1
2	0.21	0.363	0.039	25.64	0.105	5.37	8.27	24.47	1
3	0.22	0.424	0.046	21.73	0.119	4.38	14.71	22.84	2
4	0.23	0.49	0.053	18.86	0.133	3.70	20.97	21.45	2

Efectuând o analiză a răspunsurilor sistemului, pentru diferite tipuri de regulator se observă că cel mai bun rezultat este pentru sistemul cu regulatorul PID [79].

În figura 4.21 sunt prezentate răspunsurile sistemului cu regulatoarele P, PI, PD și PID cu valorile parametrilor respectivi cu cele mai bune rezultate, pentru o mai bună percepție a rezultatului acordării regulatorului.

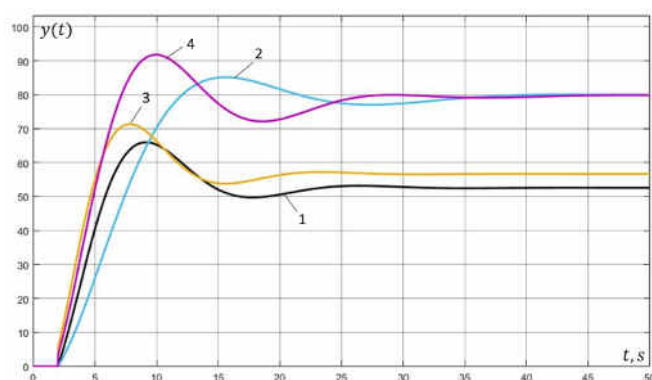


Figura 4.21. Răspunsurile indiciale ale sistemului cu diferite tipuri de regulator: P, PI, PD și PID

4.3.3 Acordarea regulatorului la modelul emulatorului cuptorului după metoda Ziegler-Nichols

În continuare se utilizează metoda Ziegler-Nichols (Z-N) pentru acordarea reguletoarelor PI și PID în sistemul de reglare a temperaturii în emulatorul cuptorului. Se conectează regulatorul

PID și se deconectează componentele integratoare $T_i \rightarrow \infty$ și derivativă $T_d = 0$, în circuit rămâne numai componenta P. La intrarea sistemului se aplică semnal treaptă unitară și se variază coeficientul de transfer a regulatorului P între 0 și infinit până când în sistem apar oscilații întreținute, care reprezintă regimul critic al sistemului automat cu parametrii: coeficientul de acord $k_{Pcr} = 1.487$ și perioada oscilațiilor $T_{Pcr} = 9.231$ s (figura 4.18).

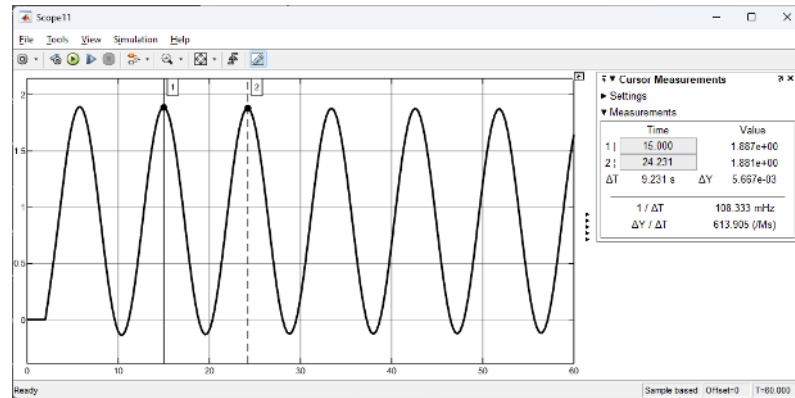


Figura 4.18. Răspunsul indicial al sistemului automat cu oscilații neamortizate

Pentru regimul critic obținut se calculează reguletoarele PI și PID după relațiile:

1. Pentru sistemul cu regulator PI:

$$K_{Popt} = 0.45k_{Pcr} = 0.45 \cdot 1.487 = 0.66915, \quad (4.55)$$

$$K_{iopt} = 0.54 \frac{k_{Pcr}}{T_{Pcr}} = 0.54 \cdot \frac{1.487}{9.231} = 0.0869. \quad (4.56)$$

2. Pentru sistemul cu regulatorul PID:

$$K_{Popt} = 0.6k_{Pcr} = 0.6 \cdot 1.487 = 0.8922, \quad (4.57)$$

$$K_{iopt} = 1.22 \frac{k_{Pcr}}{T_{Pcr}} = 1.22 \cdot \frac{1.487}{9.231} = 0.1965, \quad (4.58)$$

$$K_{dopt} = 0.075k_{Pcr}T_{Pcr} = 0.075 \cdot 1.487 \cdot 9.231 = 1.029. \quad (4.59)$$

Pentru regulatorul PI, răspunsul indicial al sistemului automat este prezentat în figura 4.19.

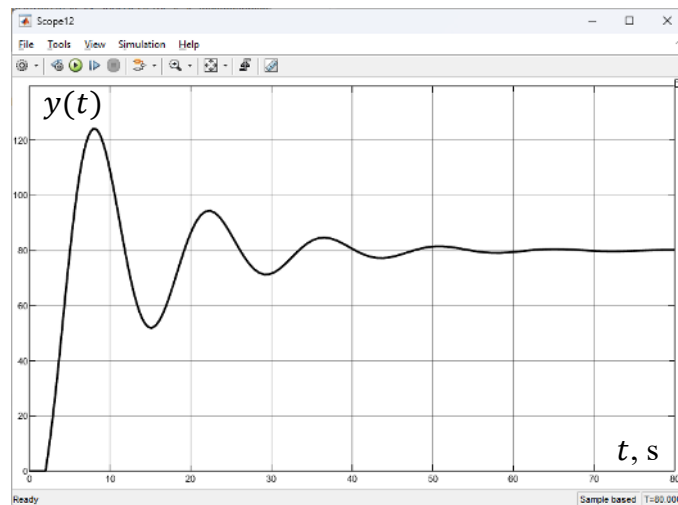


Figura 4.19. Răspunsul indicial al sistemului automat cu regulatorul sintetizat PI

Pentru regulatorul PID, răspunsul indicial al sistemului automat este prezentat în figura 4.20.

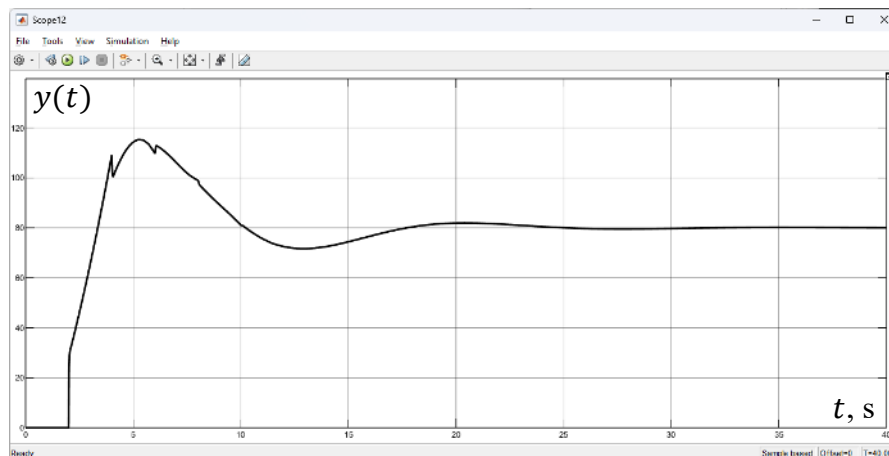


Figura 4.20. Răspunsul indicial al sistemului automat cu regulatorul sintetizat PID

În tabelul 4.8 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în emulatorul cuptorului cu regulator tipizat de tip PI și PID acordat după metoda Ziegler-Nichols.

Tabelul 4.8. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu emulator

Nr. iter.	Tip reg.	Parametrii regulatorului				Performanțele sistemului			
		k_p	k_i	T_i, s	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	PI	0.66915	11.507	0.0869	-	2.46	55.12	37.628	5
2	PID	0.8922	5.089	0.1965	1.029	1.27	44.00	15.75	2

În urma analizei rezultatelor obținute pentru sistemul de reglare automată a temperaturii în emulator cu regulator PI și PID, performanțele mai ridicate sau obținut pentru sistemul cu regulatorul PID (tabelul 4.8, iterația 2).

4.3.4 Verificarea la standul de laborator a rezultatelor obținute

Dezvoltarea de microprocesoare a permis elaborarea echipamentelor încorporate care sunt utilizate în diferite ramuri ale industriei precum și în automatizări, standuri de laborator etc [87].

Pentru verificarea rezultatelor este folosit un stand de laborator care este constituit din mai multe elemente, fiecare având o funcție specială:

1. Modul de procesare și calcul a datelor.
2. Modul cu intrări analogice și digitale.
3. Modul cu elemente de execuție.
4. Modul de control a temperaturii.

Modul de procesare și calcul a datelor (PCD-01) este o placă de dezvoltare la baza căreia se află un minicalculator Raspberry Pi Compute Module 4. Modulul MPCD-01 funcționează pe

baza sistemului de operare Linux, cu licență gratuită. Puterea de calcul a modului MPCD-01 permite de a executa calcule complexe într-un timp redus. Este de menționat faptul că modulul de procesare oferă posibilitatea de a gestiona aplicațiile sale de la distanță, prin intermediul rețelei Internet. Aspectul exterior al modului MPCD-01 este prezentat în figura 4.21.

Modul cu intrări analogice și digitale (MI-32-01) – oferă posibilitatea de a achiziționa date atât de semnal analogic, cât și cele de semnal digital.

Caracteristici acestui modul sunt:

1. Transmiterea datelor prin interfața RS-485.
2. Protocol de comunicare Modbus.
3. Șase intrări digitale.
4. Șase intrări analogice cu tensiune maximală de 30 V și rezoluția de 10 biți.

Aspectul exterior este prezentat în figura 4.22.

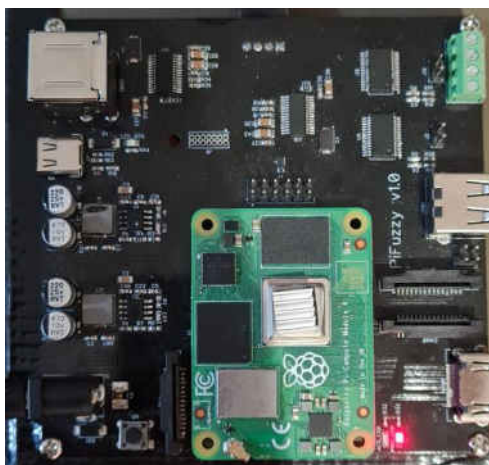


Figura 4.21. Aspectul exterior al modului MPCD-01



Figura 4.22. Aspectul exterior al modului MI-32-01

Modul cu elemente de execuție (MEE-32-02) – oferă utilizarea lui în construirea sistemelor de conducere automată, are 6 ieșiri digitale și 6 ieșiri analogice. Caracteristicile de bază sunt:

1. Transmiterea datelor prin interfața RS-485.
2. Protocol de comunicare Modbus.
3. Șase ieșiri digitale.
4. Două ieșiri analogice cu rezoluția de 12 biți.

5. Patru ieșiri de releice.
 6. Pentru ieșirile digitale tensiunea maximală este de 5 V.
 7. Ieșirile de tip releice, curentul maxim de 2 A 220 V.
- Aspectul exterior al MEE-32-02 este prezentat în figura 4.23.



Figura 4.23. Aspectul exterior al modului MEE-32-02

Modul de măsurare a temperaturii (MMT-01) – blocul de citire a senzorului de temperatură de tip termocuplu sau termorezistență. În cazul emulatorului ЭП10 este o termorezistență de cupru cu valoarea nominală la 0 °C de 50 Ω. Caracteristicile cheie a modului sunt:

1. Protocol de comunicare Modbus.
2. Comunicare prin interfață RS-485.
3. Borne de conexiune pentru termocuplu.
4. Borne de conexiune termorezistență.

Standul de laborator implementează sistemul automat industrial de reglare a temperaturii în cuptor pentru modele de obiecte cu avans-întârziere. Schema bloc funcțională a sistemului automat este prezentată în figura 4.8.

În urma testării sistemului automat de reglare a temperaturii în emulatorul cuptorului ЭП10 au fost obținute răspunsurile indiciale sunt prezentate în figura 4.24.

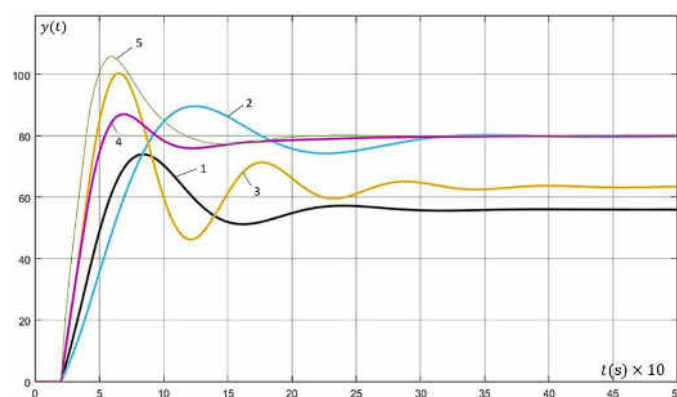


Figura 4.24. Răspunsurile indiciale obținute la standul de laborator: curba 1 este cu regulator P, 2 – PI, 3 – PD și 4 – PID după GMS, curba 5 - după metoda Ziegler-Nichols

În tabelul 4.9 sunt prezentate performanțele sistemului automat de reglare a temperaturii în emulatorul cuptorului cu regulator tipizat de tip P, PI, PD, PID acordat după metoda gradului maximal de stabilitate și metoda Ziegler-Nichols.

Tabelul 4.9. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu emulator

Nr. iter.	Metoda acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
			J	k_p	k_i	T_i, s	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMS	P	1.38	0.35	-	-	-	29.3	31.97	187.2	2
2	GMS	PI	1.35	0.209	0.032	31.25	-	57.5	12.02	263.4	2
3	GMS	PD	1.80	0.701	-	-	0.29	18.7	57.49	245.3	4
4	GMS	PID	0.22	0.424	0.046	21.73	0.119	28.1	8.75	82.8	1
5	ZN	PID	-	0.8922	0.1965	5.08	1.029	181.3	32.12	102.2	1

Cele mai bune performanțe ale sistemului de reglare automată a temperaturii în cuptor au fost obținute pentru sistemul cu regulator PID acordat după metoda gradului maximal de stabilitate (figura 4.24, curba 4, iterația 4, tabelul 4.9), având cel mai mic timp de reglare, suprareglaj și o oscilație.

Nu se recomandă de utilizat regulatoarele P și PD pentru sistemul cu modelul obiectului dat, deoarece au o eroare staționară mare (tabelul 4.9, iterația 1 și 3).

4.4 Sinteza algoritmului de reglare al regimului termic în extruderul imprimantei 3D

Se analizează procedura de acordare a regulatorului tipizat PID la modele de obiecte cu avans de ordinul unu, întârziere de ordinul trei și timp mort după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații [78], [108].

Modelul matematic al obiectului de conducere pus în discuție se prezintă:

$$H(s) = \frac{e^{-\tau s} k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} = \frac{e^{-\tau s} (b_0 s + b_1)}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}, \quad (4.60)$$

unde k este coeficientul de transfer, T_1, T_2, T_3 și T_4 – constantele de timp ale procesului, τ – timp mort, iar $b_0 = kT_1$, $b_1 = k$, $a_0 = T_2 T_3 T_4$, $a_1 = T_2 T_3 + T_2 T_4 + T_3 T_4$, $a_2 = T_2 + T_3 + T_4$ și $a_3 = 1$ – coeficienții generici.

În figura 4.25 este prezentat aspectul exterior al extruderului imprimantei 3D: 1 este blocul de încălzire a filamentului din plastic în extruder, 2 – elemente de răcire a piesei imprimate din plastic, 3 – elementul de răcire a părții superioare a extruderului pentru a împiedica topirea filamentului înafara procesului termic.

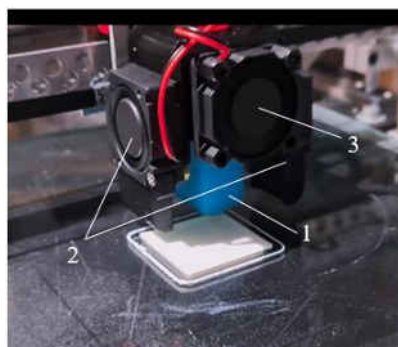


Figura 4.25. Aspectul extruderului imprimantei 3D

Pentru a efectua calculul regulatorului PID, este necesar să se identifice modelul său matematic. În acest scop, a fost ridicată curba experimentală a procesului de încălzire a extruderului conform descrierii din paragraful 4.3.1. În figura 4.26 este reprezentată curba experimentală obținută la aplicarea semnalului treaptă unitară.

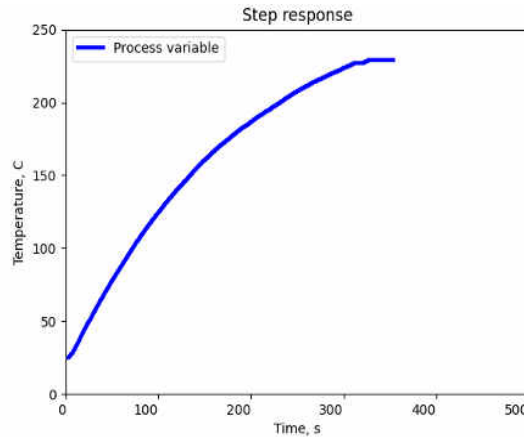


Figura 4.26. Curba experimentală a extruderului imprimantei 3D

Următorul pas a fost, în baza datelor înregistrate la ridicarea curbei experimentale, identificarea modelului matematic în pachetul de programe MATLAB cu utilizarea System Identification Toolbox (figura 4.11). Modelul matematic obținut în final este:

$$H_{FP}(s) = \frac{e^{-s}0.72653(163.4092s+1)}{(634.1044s+1)(61.5524s+1)(0.50895s+1)} = \frac{e^{-s}(118.72s+0.72)}{19864.64s^3+39384.7s^2+696.16s+1}, \quad (4.61)$$

unde coeficientul de transfer $k = 0.72653$, constantele de timp $T_1 = 163.4092$, $T_2 = 634.1044$, $T_3 = 61.5524$, $T_4 = 0.50895$, $\tau = 1$ s, iar coeficienții generici au următoarele valori: $b_0 = 118.72$, $b_1 = 0.72$, $a_0 = 19864.64$, $a_1 = 39384.7$, $a_2 = 696.16$ și $a_3 = 1$.

Pentru calculul parametrilor regulatorului PID, au fost utilizate expresiile (3.206)-(3.208), după înlocuirea coeficienților generici, expresiile iau forma:

$$k_p = \frac{e^{-J}(167.205J^5 - 834.15J^4 + 675J^3 - 11.99J^2 + 0.071J - 5.1 \cdot 10^{-5})}{(-118.72J + 0.72)^2} + 2k_dJ = f_p(J), \quad (4.62)$$

$$k_i = \frac{e^{-J}(19864.64J^4 - 39384.7J^3 + 696.16J^2 - J)}{0.72 - 118.72J} - k_dJ^2 + k_pJ = f_i(J), \quad (4.63)$$

$$k_d = \frac{e^{-J}(-83.68J^6 + 669.018J^5 - 1177.859J^4 + 356.103J^3 - 6.274J^2 + 0.037J - 1.68 \cdot 10^4)}{2(-118.72J + 0.72)^4} = f_d(J). \quad (4.64)$$

Se variază variabila gradul de stabilitate J , de la 0.01 la 1.5 și se trasează curbele dependentelor $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$ și $k_d = f_d(J)$ funcții de J (figura 4.27). Conform metodei GMSI originale, valoarea optimă a gradului de stabilitate J a sistemului automat proiectat corespunde primului maxim a dependențelor parametrilor regulatorului obținute prin variația $J = 0 \dots \infty$.

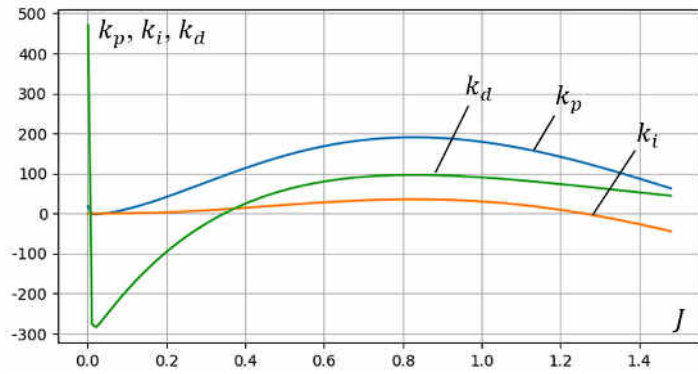


Figura 4.27. Dependențele $k_p = f(J)$, $k_i = f(J)$ și $k_d = f(J)$

În continuare, din dependențele k_p , k_i , și k_d din figura 4.27, au fost alese mai multe seturi de valori (tabelul 4.10) pentru regulatorul PID al sistemului automat de conducere a regimului termic în extruderul imprimantei 3D. Apoi, parametrii regulatorului au fost setați, iar răspunsul la semnal treaptă unitară a sistemului a fost înregistrat (figura 4.28). Rezultatele obținute în urma sintezei regulatorului PID folosind metoda GMSI au fost comparate cu metoda Ziegler-Nichols, (figura 4.28, d). Validarea experimentală a datelor a fost realizată pe procesul termic din extruderul unei imprimante 3D (figurile 4.25 și 4.26).

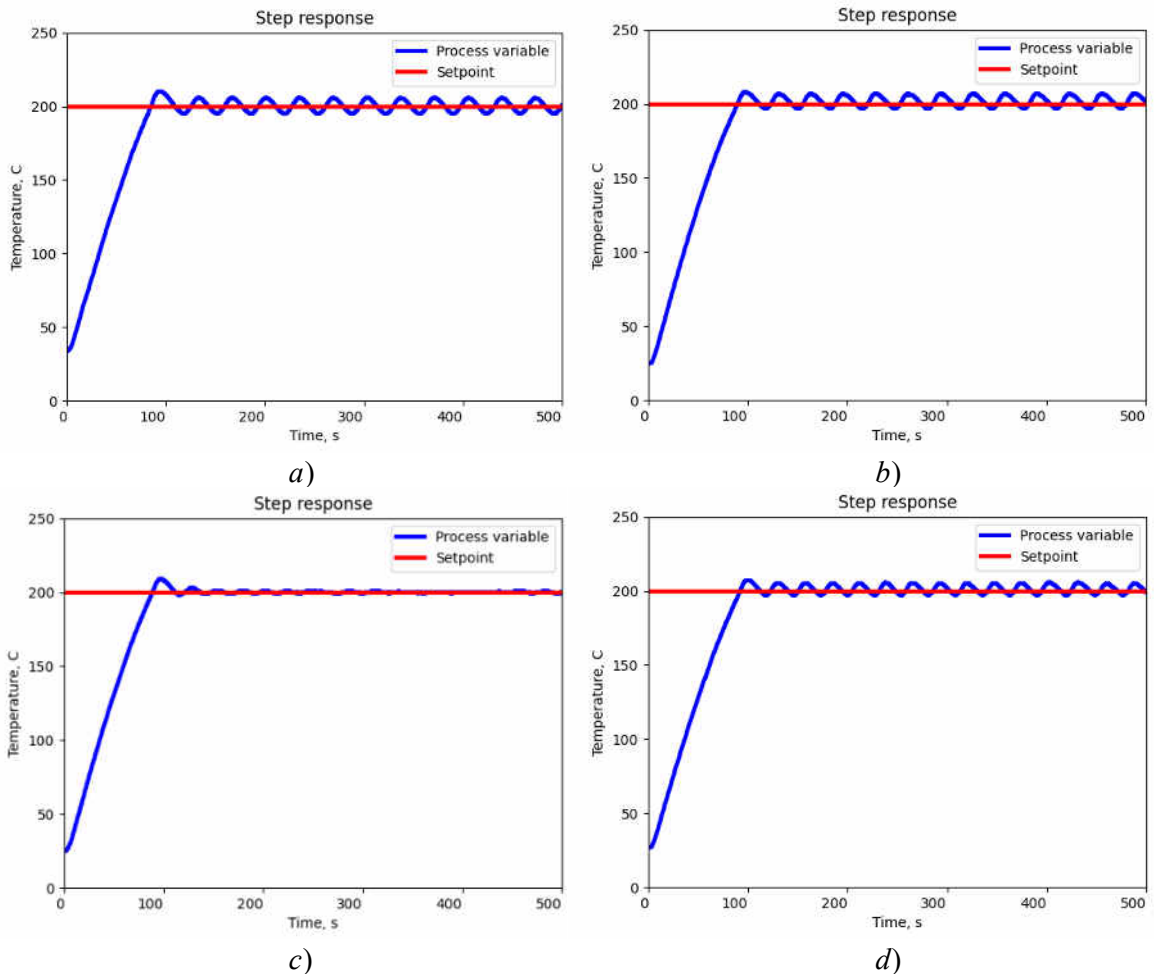


Figura 4.28. Răspunsurile indiciale ale extruderului imprimantei 3D

În tabelul 4.10 se reprezintă performanțele sistemului automat de reglare a regimului termic în extruderul imprimantei 3D cu parametrii regulatorului PID pentru modelul de obiect identificat.

Tabelul 4.10. Parametrii regulatorului și performanțele sistemului cu extruder

Nr. iter.	Metoda acordare	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
		J	k_p	k_i	T_i, s	k_d	t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMSI, fig.4.28, <i>a</i>	0.36	96.13	10.848	0.092	2.16	82	5.5	103	1
2	GMSI, fig. 4.28, <i>b</i>	0.78	189.15	35.02	0.028	95.42	82	5.0	102	1
3	GMSI, fig. 4.28, <i>c</i>	1.24	134.2	4.6	0.21	70.47	74	4.5	82	0
4	ZN, fig. 4.28, <i>d</i>	-	336.6	34.22	0.029	841.5	80	4.0	92	0

Cele mai bune performanțe ale sistemului automat de reglare a regimului termic în extruderul imprimantei 3D au fost obținute folosind metoda GMSI (figura 4.28, *c*), iterația nr. 3 din tabelul 4.10, având cel mai mic timp de reglare, cel mai mic suprareglaj și fără oscilații.

Oscilațiile prezente în figura 4.28, *a* și 4.28 *b* se datorează valorilor mari a componentei integratoare k_i a regulatorului PID, care acumulează o eroare integratoare mare ce duce la suprareglare și oscilații întreținute.

Pentru cazul metodei Ziegler-Nichols (figura 4.28, *d*), oscilațiile sunt prezente datorită esenței metodei, procesul se obține oscilant amortizat.

4.5 Concluzii la capitolul 4

S-au analizat două tipuri de obiecte tehnice, automobilul cu avionul, și două procese termice, cuptor industrial și extruderul imprimantei 3D, pentru care s-au determinat modelele matematice și s-au sintetizat algoritmi de conducere.

Metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații de acordare este cea mai redusă în calcule și are performanțe satisfăcătoare în comparație cu metodele MP1, MP2 și PZ, care au calculele mai dificile. Sistemul cu regulatorul acordat la modelul obiectului (4.1) după metoda GMSI are gradul optimal de stabilitate $J = -0.4175$, iar MP1 $J = -0.6239$, MP2 $J = -1.1364$, PZ $J = -1.5669$. La variația parametrilor modelului obiectului cu $\pm 50\%$ de la valorile inițiale sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust decât sistemul cu regulatorul acordat după metodele MP1, MP2, PZ.

Sistemul cu modelul obiectului (4.33) cu regulatorul acordat după metoda GMSI are performanțe mai ridicate în comparație cu sistemul cu regulatorul acordat după metoda polinomială MP1 și MP2. Sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust de 5.19 ori în raport cu sistemul cu regulatorul acordat după metoda polinomială MP2 (gradul de stabilitate $J = -3.8899$, iar a sistemului cu regulatorul acordat după metodele MP1 $J = -1.2457$, MP2 $J = -0.75$). La variația parametrilor modelului obiectului cu $\pm 50\%$ de la valorile inițiale

sistemul cu regulatorul acordat după metoda GMSI este mai robust decât sistemul cu regulatorul acordat după metodele polinomiale.

S-au elaborat algoritmi de reglare P, PI, PD și PID după GMSI și Ziegler-Nichols dintre care algoritmul PID (GMSI) prezintă performanțe ridicate (tabelul 4.9, iterația 4), timpul de creștere este de până la 82.8 s, o oscilație și un suprareglaj de 8.75 %.

Sistemul de reglare a regimului termic în extruderul imprimantei 3D prezintă performanțe ridicate (tabelul 4.10, iterația 3). S-a sintetizat algoritmul de reglare PID utilizând metodele GMSI și Ziegler-Nichols dintre care acordarea regulatorului după GMSI a dat rezultate bune cu un timp de reglare de 82 s, un suprareglaj de 4.5 % și fără oscilații (figura 4.28, c).

CONCLUZII GENERALE

Lucrarea conține contribuții ce includ metode, algoritmi, proceduri și produse program, destinate acordării algoritmilor de reglare la modele de obiecte cu avans-întârziere, astatism și timp mort, utilizate pentru automatizarea proceselor tehnologice moderne.

1. Prin extinderea metodei gradului maximal de stabilitate într-o formă analitică și grafo-analitică cu iterații, s-au obținut noi algoritmi de acordare a reguletoarelor P, PI, PD și PID pentru modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, doi, trei, patru și cinci fără și cu astatism și fără și cu timp mort.

2. În rezultatul simulărilor pe calculator în pachetul MATLAB a sistemului cu regulatorul P, PD, PI, PID acordat după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații și a sistemului cu regulatorul acordat după metodele poli-zero-uri și metoda polinomială și, din analiza rezultatelor obținute se constată, că sistemul cu regulatorul acordat după metoda gradului de stabilitate cu iterații are performanțe mai ridicate, decât sistemul cu regulatorul acordat după metodele poli-zero-uri și metoda polinomială.

3. Metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații conduce la obținerea răspunsurilor indiciale ale sistemului de tip aperiodic și oscilant amortizat, ceea ce, în dependență de cerințele de calitate ale sistemului și procedura de iterații, se poate optimiza și da prioritate unui anumit tip de răspuns al sistemului (suprareglarea optimală sau timpul de reglare optimal) pentru a obține performanțele posibile dorite ale sistemului. La utilizarea metodei poli-zero-uri și metodei polinomiale de sinteză a algoritmului se obține un singur răspuns.

4. Prin analiza alocării rădăcinilor ecuațiilor caracteristice ale sistemului cu regulatorul acordat după metodele gradului de stabilitate cu iterații, poli-zero-uri și polinomială, sistemul cu regulatorul acordat după metoda gradului de stabilitate cu iterații are o margine de stabilitate mai ridicată în comparație cu sistemul cu regulatorul acordat după metodele poli-zero-uri și polinomială.

5. S-a confirmat faptul că procedura iterativă elaborată a metodei gradului maximal de stabilitate asigură performanțe și robustețe ridicate ale sistemului automat.

6. Prin analiza stabilității și performanțelor sistemelor de reglare, se constată că utilizarea metodei gradului maximal de stabilitate cu iterații, permite menținerea unui nivel mai ridicat de stabilitate în comparație cu metodele tradiționale și îmbunătățirea performanțelor, chiar și în cazul variațiilor parametrilor într-un interval de $\pm 20 \dots \pm 50$ % de la valorile nominale ale modelului obiectului de reglare (Anexa 1).

7. S-a elaborat setul de pachete de programe *GMS-Calcul-DM* în limbajul *Python*, care automatizează procedura de calculul și construire în formă grafică a funcțiilor $k_p = f_p(J)$, $k_i = f_i(J)$, $k_d = f_d(J)$ parametrilor algoritmilor de reglare pentru modelele de obiecte de ordin

arbitrar. Rezultatul calculelor este prezentat în format *.docx* pentru a eficientiza procedura de sinteză a sistemului automat. Totodată pachetul *GMS-Calcul-DM* poate fi utilizat și pentru cercetători științifici în procesul de efectuare a cercetărilor. Timpul de calcul în pachetului de programe *GMS-Calcul-DM* pentru diferite modele este de 10-30 s.

RECOMANDĂRI

În baza rezultatelor cercetării obținute se recomandă:

1. De aplicat metoda elaborată de acordare a reguletoarelor tipizate la clasa de modele matematice de obiecte cu avans de ordinul doi și trei cu întârziere de ordinul 1-4 cu sau fără astatism și cu sau fără timp mort.

2. De continuat cercetările elaborării metodei gradul maximal de stabilitate cu iterații pentru clase de modele matematice de obiecte cu avans-întârziere de ordin arbitrar cu diverse proprietăți (fază neminimă, cu sau fără astatism, cu sau fără timp mort etc.) cu aplicarea pachetului de programe elaborat *GMS-Calcul-DM*.

BIBLIOGRAFIE

1. ABOU– EL–ELA, A. M. A, SADEK, A. I., MAHMOUD, A. M. Stability and boundedness of solutions of certain third–order non–linear delay differential equation. In: *ICGST–ACSE Journal*, 2009, vol. 9, pp. 9–15, ISSN 1687-4811.
2. ALFARO, V. M., VILANOVA, R., ARRIETA, O. Robust tuning of two–degree–of–freedom (2–DoF) PI/PID based cascade control systems. In: *Journal of Process Control*, 2009, vol. 19. Issue 10, pp. 1658–1670, ISSN 0959-1524.
3. ANWAR, N., PAN, S. Synthesis of the PID controller using desired closed-loop response. In: *IFAC Proceedings Volumes*, Volume 46, Issue 32, December 2013, pp. 385-390, ISBN 978-3-902823-59-5, <https://doi.org/10.3182/20131218-3-IN-2045.00023>.
4. ASTRÖM, K. Jh., MURRAY, R. M. *Feedback systems. An introduction for scientists and engineers*. Princeton University Press, Princeton and Oxford. United Kingdom, 2008. 396 p. ISBN 978-0-691-13576-2.
5. ASTRÖM, K., HAGGLUND, T. *PID controllers: theory, design, and tuning*. The Instrumentation, Systems and Automation Society, 1995, 343 p. ISBN 1-55617-516-7.
6. ATHERTON, D. P., BOZ, A. F. Time scaling in PID controller tuning. In: *Transactions of the Institute of Measurement & Control*, 2009, vol. 31. Issue 5, pp. 425–433, ISSN 1477-0369.
7. AURELIO, P., VISIOLI, A. A noncausal approach for PID control. In: *Journal of Process Control*, 16, 2006, pp. 831–843, ISSN 0959-1524.
8. BASILIO, J. C., MANHÃES, R. R., ROLIM, L. G. B. Benchmark construction with application to PID controller design and implementation. In: *International Journal of Electrical Engineering Education*, 2008, vol. 45. Issue 1, pp. 51–121, ISSN 2050-4578.
9. BASILIO, J.C., MATOS, S.R. Design of PI and PID controllers with transient performance specification. In: *IEEE Transactions on Education*, 2002, vol. 45. Issue 4, pp. 364–371, ISSN 1557-9638.
10. BEQUETTE, B. W. *Process Dynamics modeling, analysis, and simulation*. Prentice Hall PTR Upper Saddle River, New Jersey, 1998. 622 p. ISBN 978-0-132-06889-5.
11. CĂLIN, S. *Sisteme automate complexe*. București: Editura Tehnică, 1973. 567 p.
12. CĂLIN, S., DUMITRACHE, I. *Regulatoare automate*. București: Ed. Didactică și Pedagogică, 1985. 318 p.
13. CECIL, L. S. *Practical process control. Tuning and troubleshooting*. New Jersey, Jhon Wiley&Sons, Inc., Hoboken, 2009. 432 p. ISBN 978-0-470-38193-9.
14. CHOI, Y. PID state estimator for Lagrangian systems. In: *IET Control Theory & Applications*; Jul 2007, vol. 1. Issue 4, pp. 937–945, ISSN 1359-7035.

15. CÎRTOAJE, V., BĂIEȘU, A-S. *Sisteme de reglare automată. Teorie și aplicații*. Ploiești: Editura Universității Petrol-Gaze din Ploiești, 2020, 599 p. ISBN 978-973-719-788-7
16. CLARKE, D. W., DPIL, M. A, CENG, F. PID algorithms and their computer implementation. In: *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 1984, vol 6, No. 6, pp. 305–316, ISSN 1477-0369.
17. COJUHARI I., IZVOREANUI., FIODOROV I., **MORARU, D.** Sinteza algoritmului de conducere cu procesul termic în cuptor. În: *Meridian Ingineresc*, UTM. 2016, Nr. 2, pp. 83-88. C category journal. ISSN 1683-853X.
18. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., BARANOV, S., MORARU, D., MELNIC, R. Reglarea turațiilor motorului de curent continuu în mediul de programe LabView. În: *The Proceedings of the 9th International Conference of Microelectronics and Computer Science, October 19-21, 2017*, Chișinău, pp. 267-270. ISBN 978-9975-4264-8-0
19. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., BARANOV, S., MORARU, D., MELNIC, R., CEBAN, A. Identificarea modelului matematic al motorului de curent continuu în baza LabView. În: *The Proceedings of the 9th International Conference of Microelectronics and Computer Science, October 19-21, 2017*, Chișinău, pp. 271-274, ISBN 978-9975-4264-8-0.
20. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., MORARU, D. Synthesis of PID Algorithm for Speed Control of the DC Motor. In: *Proceedings of the 2022 International Conference on Development and Application Systems (DAS-2022)*, Suceava, România, May 26-28, 2022, pp. 1-5, ISBN 978-1-665-48163-2.
21. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., MORARU, D. Synthesis of PID Controller for the Automatic Control System with Imposed Performance based on the Multi-Objective Genetic Algorithm. In: *Proceedings of the 11th International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE), 22-23 octombrie, 2020*, Iași, Romania, pp. 598-603, ISBN 978-1-713-85555-2.
22. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., MORARU, D. Synthesis of the Minimum variance control law for the linear time variant processes. In: *Book of abstracts of the 26th Conference on Applied and Industrial Mathematics, Technical University of Moldova, Chișinău: Bons Offices, 20-23 September, 2018*, pp. 71-73, ISBN 978-9975-76-247-2.
23. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., MORARU, D. Tuning of the PID Controller to the System with Maximum Stability Degree using Genetic Algorithm. In: *Proceedings of the 2020 International Conference on Development and Application Systems (DAS), 21-23 mai, 2020*, Suceava, Romania, pp. 64-68, ISBN 978-1-7281-6870-8.
24. COJUHARI, I., FIODOROV, I., IZVOREANU, B., MORARU, D., BOTNARU, S. Automatic Temperature Control in 3D Printing of the Polymer Details. In: *The Proceedings of the*

11th International Conference on Electromechanical and Power Systems SIELMEN-2017, 12-13 octombrie, 2017, Chişinău, Moldova, pp. 31-35, ISBN 978-1-5386-1846-2.

25. COJUHARI, I., IZVOREANU, B., FIODOROV, I., **MORARU, D.**, BOTNARU S. Synthesis of the PID Algorithm for Control the Thermal Regime in the 3D Printer. In: *Analele Universităţii din Craiova, seria: Ingineria Electrică*. 2017, No. 41, vol. 41, Issue 1, pp. 115-121, ISSN 1842-4805.

26. COJUHARI, I., IZVOREANU, B., FIODOROV, I., MORARU, D., LISNIC, I. Synthesis of the PID controller to the system with maximum stability degree based on the genetic algorithm. In: *Extended abstract of the: The 10th International Conference on "Electronics, Communications and Computing" /IC-ECCO-2019, October 23 – 26, 2019, Chişinău, p. 41, ISBN 978-9975-108-84-3.*

27. COJUHARI, I., IZVOREANU, B., MORARU, D., SPEIAN, A., ROMANOV, A. Greenhouse Temperature Control System. In: *Proceedings of the 12-th International Conference on Development and Application System DAS-2012, 17-20 May 2012, Suceava, Romania, pp. 33-36, ISSN 1844-5020.*

28. DIAKONOV, V.P. *MATLAB 6.5 SP1/ 7.0 Simulink 5/6 v matematike i modelirovanii*. Moskva: SOLON–Press, 2005. 576 s. ISBN 978-5-94074-423-8.

29. DIB, F., BENAYA, N., BEN MEZIANE, K., BOUMHIDI, I. Comparative Study of Optimal Tuning PID Controller for Manipulator Robot. In: *Proceedings of the International Conference on Smart City Applications SCA 2022: Innovations in Smart Cities Applications Volume 6*. pp. 252-261, ISBN 978-3-031-26852-6. Disponibil: https://doi.org/10.1007/978-3-031-26852-6_23

30. DORF, R.K., BISHOP, R.KH. *Sovremennyye sistemy upravleniya*. Moskva: Laboratoria Bazovyh znaniy, 2004. 832 s. ISBN 5-93208-119-8.

31. DRAGOMIR, O., DRAGOMIR, F., MINCĂ, E., DUMITRACHE, C., *Teoria sistemelor automate Fundamente teoretice și aplicații MATLAB*. Bucureşti: MatrixRom, 2010, 290 p. ISBN 978-973-755-647-9.

32. DUMITRACHE, I. *Ingineria reglării automate*. Bucureşti: Politehnica Press, 2010. 394 p. ISBN 978-606-515-686-9.

33. DUMITRACHE, I., DUMITRU, S., MIHU, I., MUNTEANU, F., MUSCĂ, Gh., CALCEV, C. *Automatizări electronice*. Bucureşti: Editura Didactică și Pedagogică, 1993. 662 p.

34. ELLIS, G. *Control system design guide. A practical guide*. London: Elsevier Academic Press, 2004. 464 p. ISBN 0-12-237461-4.

35. FENG–SHENG, W., CHI–LIANG, Y., YIENG–CHIANG, Wu. PID controller tuning by an interactive multi–objective optimisation method. In: *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 1996, vol. 18, No. 4, pp. 183–192, ISSN 1477-0369.
36. FIODOROV, I., COJUHARI, I., IZVOREANU, B., MORARU, D. Analytical Algorithms for Synthesis of PID Controllers to the Complex Objects. In: *Proceedings of the 22nd International Conference on Control Systems and Computer Science, CSCS-2019*, 28-30 mai, București, România, pp. 107-111, ISBN 978-172812331-8.
37. FIODOROV, I., COJUHARI, I., IZVOREANU, B., **MORARU, D.** Synthesis of the Typical Controllers to the Model of Objects with Advance-Delay and Time Delay for the Control System with Maximum Stability Degree. In: *Proceedings of the 2018 International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE-2018)*, Iași, România, October 18-19, 2018, pp. 967-971, ISBN 978-153865062-2.
38. FIODOROV, I., COJUHARI, I., IZVOREANU, B., MORARU, D., BOTNARU, S., MELNIC, R. The Experimental Method for Tuning of PID Controller Based on the Maximum Stability Degree Criterion. In: *Proceedings of the 14th International Conference on Development and Application Systems*, Suceava, România, May 24-26, 2018, pp. 47-52, ISBN 978-153861495-2.
39. FIODOROV, I., IZVOREANU, B., COJUHARI, I., MORARU, D. Analytical Algorithms for Synthesis of Modal Controllers by the Maximum Stability Degree Criterion. În: *Analele Universității din Craiova, Seria Inginerie Electrică. 2015*, pp. 36 -42. B+ category journal. ISSN 1842-4805.
40. FRANKLIN, G.F., Powell J.D., ABBAS E-N. *Feedback Control Of Dynamic Systems*. USA: Pretince Hall, 1994, 32 p. ISBN 978-0-13-601969-5.
41. GOLNARAGHI, F., KUO, B.C. *Automatic Control System*. USA: Wiley, 2009, 944 p. ISBN 978-0-470-04896-2.
42. GOODWIN, G. C., GRAEBE, S. F., SALGADO, M. E. *Control system design*. Valparaiso, January 2000. 883 p. ISBN 978-0-139-58653-8.
43. GUILLERMO, J.S., ANIRUDDHA, D., SHANKAR, P.B. *PID Controllers for Time-Delay Systems*. Switzerland: Birkhauser, 2004, 330 p. ISBN 978-0-817-64266-2
44. HAROLD, L.W. *Basic and advanced regulatory control: system design and application. 2nd Edition*. ISA—The Instrumentation, Systems and Automation Society, 2004. 387 p. ISBN 978-1-556-17873-3.
45. HARSHA, S.A., ANIRUDH, S.R. PID Controller Tuning using ACO Algorithm for AVR Systems. In: *International Journal of Engineering and Advanced Technology*, Volume 9, Issue 3, 2020, pp. 560-563. ISSN: 2249-8958.

46. ISD-SOFT: *Tuning a PID regulator*. Librăria on-line a companiei ISD. © 2023 Citat [02.08.2019]. Disponibil: https://isd-soft.com/tech_blog/tuning-pid-regulator/.
47. IZVOREANU, B. Contributions of Tuning of Controllers to the Model Objects with Advance Delay Oscillating and Time Delay. In: *Proceedings of the 7th International Conference of Electromechanical and Power Systems SIELMEN–2009*, Iași, România, 8–9 octombrie 2009, vol. II, pp. 57–60, ISBN 978-606-520-623-6.
48. IZVOREANU, B. *Ingineria sistemelor automate. Ghid pentru proiectarea de curs*. Chișinău: Tehnica-UTM, 2021, 122 p. ISBN 978-9975-45737-8.
49. IZVOREANU, B. *Teoria sistemelor automate. Manual*. Chișinău: Tehnica-UTM, 2022, 343 p. ISBN 978-9975-45-853-5.
50. IZVOREANU, B. The Iterative Algorithm of Tuning Controllers to the Model Object with Advance Delay and Inertia Second Order. In: *Proceedings of the 10–th International Conference on Development and Application Systems DAS–2010*, România, Universitatea Ștefan cel Mare Suceava, 2010, pp. 111–115, ISBN 978-606-13-0078-5.
51. IZVOREANU, B. The Iterative Algorithm of Tuning Controllers to the Models Object with Inertia and Nonminimal Phase. In: *Buletinul AGIR, anul XVI, Nr. 4. Simpozionul Internațional de Inginerie Electrică și Convertoare Energetice–ELS 2011*. Editura AGIR, octombrie–decembrie 2011, pp. 101–105, ISSN 1224-7928.
52. IZVOREANU, B. The iterative algorithm of tuning controllers to the models object with inertia, time delay and nonminimal phase. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Electromechanical and Power Systems SIELMEN–2011*, 13–15 octombrie 2011, Chișinău, Moldova, pp. 121–125, ISSN 1842-4805.
53. IZVOREANU, B., COJUHARI, I., FIODOROV, I., MORARU, D. Metodă de identificare a modelelor approximate ale obiectului de reglare cu elemente identice cu întârziere și timp mort după răspunsul experimental al procesului. În: *Materialele Conferinței Tehnico–Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților a U.T.M., 17 noiembrie 2017*, Chișinău: Editura „Tehnica-UTM”, 2017, pp. 13-17, ISBN 978-9975-45-544-2.
54. IZVOREANU, B., COJUHARI, I., FIODOROV, I., MORARU, D., POTLOG, M. The Method for Synthesis the PI and PID Algorithms to the Model of Object with Inertia Second Order. In: *The 12th International Conference on Electromechanical and Power Systems, 10 – 11 October 2019*, Chișinău, pp. 444 – 447, ISBN 978-172814011-7.
55. IZVOREANU, B., COJUHARI, I., FIODOROV, I., MORARU, D., SECRIERU, A. Tuning the PID Controller to the Model of Object with Inertia Second Order According to the Maximum Stability Degree Method with Iteration. In: *Annals of the University of Craiova, Electrical Engineering series*, No. 43, Issue 1, 2019, pp. 79-85. ISSN 1842-4805.

56. IZVOREANU, B., COJUHARI, I., FIODOROV, I., SECRIERU, A., MORARU, D., POTLOG, M. Synthesis of the Control Algorithm to the Models of Objects with Inertia First Order and Second Order Astatism. In: *The 13th International Conference on Electromechanical and Power Systems, 7 – 8 October 2021*, Chişinău, pp. 299-303, ISBN 978-166540078-7.

57. IZVOREANU, B., FIODOROV, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In: *Preprints of the 4th IFAC Conference on System Structure and Control, 1997*, Bucureşti: Editura Tehnică, pp. 449–453, ISBN 978-0-080-43023-2.

58. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., COJUHARI, I., MORARU, D. Testarea performanţelor sistemului automat cu modele approximate ale obiectului de reglare după răspunsul experimental al procesului industrial. În: *Materialele Conferinţei Tehnico–Ştiinţifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor şi Studenţilor a U.T.M., 17 noiembrie 2017*, Chişinău: Editura „Tehnica-UTM”, 2017, pp. 17-20, ISBN 978-9975-45-544-2.

59. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., COJUHARI, I., TONU, S. Tuning of Controllers to the Third Order Advance Delay Objects with Nonminimal Phase and Time Delay. In: *Proceedings of the 5–rd International Conference on Electromechanical and Power Systems, SIELMEN, 6–8 October, 2005*, Chişinău, vol. 2, pp. 613–615, ISBN 978-3-662-48766-2.

60. IZVOREANU, B., FIODOROV, I., ZAPOROJAN, A., IZVOREANU, F. An Algebraic Method of Regulators Tuning for Objects with Inertia and Astatism. In: *Proceedings of 8th International Symposium on System Theory. Section Automation, Robot Control, 1996*, România, Craiova, pp. 140–145.

61. IZVOREANU, B., MORARU, D., COJUHARI, I., FIODOROV, I. Algoritm iterativ de sinteză a reguletoarelor la obiecte cu anticipaţie-întârziere şi fază neminimă. În: *Proceedings of the 5th International Conference on Telecommunications, Electronics and Informatics, May 20-23, 2015*, Chişinău, Moldova/Org. comm.: Andronic Serghei et al. – Chişinău: Tehnica-UTM, pp. 320-323. ISBN 978-9975-45-377-6.

62. IZVOREANU, B., SECRIERU, A., COJUHARI, I., FIODOROV, I., **MORARU, D.**, POTLOG, M. Modified Polynomial Method to Synthesize a Control Algorithm for a System with Second-Order Inertia and Time Delay. In: *Proceedings of the 12th International Conference and Exposition on Electrical and Power Engineering (EPE-2022)*, Iaşi, Romania, 19-21 octombrie, 2022. ISBN:978-1-6654-8994-2.

63. JORA, B. *Sisteme automate interactive*. Bucureşti: Editura Tehnică, 2003. 67 p.

64. KIM, D. P. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia. T. 1. Lineinye sistemy*. M.: FIZMATLIT, 2003, ISBN 5-9221-0379-2.

65. KOOKOS, I.K., ARVANITIS, K.G. PI controller tuning via multiobjective optimization. In: *Proceedings of the 7th Mediterranean Conference on control and Automation (MED99) Haifa, 1999*, Israel, pp. 30-36, ISSN: 2473-3504.
66. KOTAKI, M., YAMAKAWA, Y., YAMAZAKI, T., KAMIMURA, K., KUROSU, S. A Tuning Method for PID Controller That Considers Changes in System Characteristics. In: *ASHRAE Transactions*, 2005, vol. 111. Issue 2, pp.13–22, ISSN 0001-2505.
67. KUJUNDZIC S. M. *Methods and Models for Stability, Controllabil – Controllability and Reliability Analysis of Systems Motion*. M.: Fizmatlit, 2004. 544 p.
68. LAZĂR, C., VRABIE, D., CARARI, S. *Sisteme automate cu reglatoare PID*. București: Ed. MATRIX ROM, 2004. 225 p. ISBN 973-685-867-7.
69. LIVINȚ, Gh. *Teoria sistemelor automate*. Iași: Ed. Dosoftei, 1996. 488 p.
70. LUKAS, V.A. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia*. Moskva: Nedra, 1990. 416 s.
71. MATHWORKS: *What Is PID Control?*. Libraria on-line a Mathworks Inc. © 2023 Citat [17.02.2022]. Disponibil: <https://nl.mathworks.com/discovery/pid-control.html>.
72. MINCĂ, E., DUMITRACHE, C., BREZEANU, I. și al. *Conducerea inteligentă a sistemelor automate. Aplicații*. București: MATRIX ROM, 2010. 385 p. ISBN 978-973-755-566-3.
73. MINCĂ, E., DUMITRACHE, C., BREZEANU, I. și al. *Conducerea inteligentă a sistemelor automate. Fundamente teoretice*. București: MATRIX ROM, 2010. 572 p. ISBN 978-973-755-565-6.
74. MIROSHNIK, I.V. *Teoria avtomaticheskogo upravlenia. Lineinye sistemy*. SPb: Piter, 2005. 336 s. ISBN 5-469-00350-7.
75. **MORARU, D.** Analiza metodelor de acordare a regulatorului la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul doi cu astatism. In: *Conferința Tehnico – Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM, 5-7 aprilie 2023*, Chișinău, pp. 184-187, vol. I. ISBN 978-9975-45-957-0.
76. MORARU, D. Reglarea numerică a regimului termic în cuptor în baza regulatorului industrial TPM151-01. In: *Conferința Tehnico – Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM, 2010*, Chișinău, pp. 160-163, vol. I. ISBN 978-9975-45-158-1.
77. **MORARU, D.** Sinteza algoritmului de reglare la modelul obiectului cu anticipație-întârziere de ordinul trei cu oscilații. In: *Conferința Tehnico – Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM, 5-7 aprilie 2023*, Chișinău, pp. 134-137, vol. I. ISBN 978-9975-45-957-0.

78. **MORARU, D.**, IZVOREANU, B. Synthesis of the Control Algorithm for Third-Order Object Models with Additional Zero and Time Delay. In: „*Intellectus*”, *Revistă de proprietate intelectuală, știință și educație*, 2023, No. 2. pp. 116-122, ISSN-1810-7087.
79. **MORARU, D.** Tuning method of automatic controllers to object models with second order advance-delay and dead time. In: *Acta et Commentationes Exact and Natural Sciences*. 2023, Volume 2(16), pp. 78–88, ISSN: 2537-6284.
80. MORARU, D., SECRIERU, A. Acordarea regulatorului numeric la obiectul termic – emulatorul ЭП – 10. In: *Conferința Tehnico - Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM 2009*, Chișinău, pp. 234 - 235, vol. I. ISBN 978-9975-45-142-0.
81. NAGARAJ, B., SUBHA, S., RAMPRIYA, B. Tuning Algorithms for PID Controller Using Soft Computing Techniques. In: *International Journal of Computer Science and Network Security*, 2008, vol. 8. No. 4, pp. 278–281, ISSN: 1738-7906.
82. NI: The PID Controller & Theory Explained. Libraria on-line a National Instruments Inc. © 2023 Citat [30.03.2023]. Disponibil: <https://www.ni.com/en/shop/labview/pid-theory-explained.html>.
83. NIKOLAEV Yu. P. Construction and Stratification of the Stability Domains of the Linear Dynamic Systems with PID Controllers. In: *Automation and Remote Control*, 2007, vol. 68. No.8, pp. 1459–1469, ISSN 1608-3032.
84. NORMAN, S.N. Control systems engineering. Sixth edition. USA: Wiley, 2011, 948 p. ISBN: 978-0470-54756-4.
85. OGATA, K. *Modern Control Engineering*, 5th ed. Prentice Hall, 2010, ISBN 978-0-13-615673-4.
86. PAPADACHE, I. *Alegerea și acordarea reguletoarelor: Procese lente*. București: Tehnica, 1975. 155 p.
87. PETRE, V.C. *Introducere în microcontrolere și automate programabile*. București: MATRIX ROM, 2010. 105 p. ISBN 978-973-75-5636-3.
88. POZNA, C. *Teoria sistemelor automate*. București: MATRIX ROM, 2004. 329 p. ISBN 973-685-733-6.
89. PREITL, Ș., PRECUP R.–E. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Ed. Politehnica, 2001. 334 p. ISBN: 973-8247-77-2.
90. PREITL, Ș., PREITL, Z. *Introducere în automatică. Suport de curs*. București: Conspress, 2013. 238p. ISBN 978-973-100-266-8.
91. PYTHON: *Python For Beginners*. Documentația limbajului Python. © 2023 Citat [5.02.2023]. Disponibil: <https://www.python.org/>.

92. RASMUSSEN, H. *Automatic Tuning of PID-regulators*. Aalborg University, Dept. of Control Engineering. DK 9220 Aalborg, Denmark, September 6, 2002. 21 p.
93. REALPARS: *PID Controller Explained*. Portal informațional. © 2023 Citat [20.12.2021]. Disponibil: <https://www.realpars.com/blog/pid-controller>.
94. REPIN, A.I., SMIRNOV, N.I., SABANIN, V.R. Algoritm optimalinoi nastroiiki realnyh PID–reguleatorov na zadannyi zapas ustoichivosti. V: *Avtomatizatzia i IT v energhetike*, 2010, №4(9), ss.7–12, ISSN: 2410-3969.
95. ROGERS, L. W., TRAMMELL, L., ELLEBRACHT, M., YOUNG, L. PID control analogy, revisited. In: *Control Engineering*, March 2010, vol. 57. Issue 3, pp. 12–13, ISSN 0010-8049.
96. SANTIBAÑEZ, V., CAMARILLO, K., MORENO-VALENZUELA, J., CAMPA, R. A Practical PID Regulator with Bounded Torques for Robot Manipulators. In: *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, pp. 544-555, ISSN 2005-4092. DOI 10.1007/s12555-010-0307-4.
97. SEBASTIAN, L. *Automatica*. București: Editura didactica si pedagogica , 1973. 554 p.
98. SHATALOV. A. S., TOPCHEEV, Iu. I., KONDRATIEV, B. S. *Letatelinye apparaty kak obiekty upravlenia*. M.: Mashinostroenie, 1972. 240 s.
99. SHAW, J. A. *The PID Control Algorithm. How it works, how to tune it, and how to use it. 2nd Edition*. Process Control Solutions, December 1, 2003, 62 p.
100. SHINSKEY, F. G. *Practica sistemelor de reglare automată a proceselor industriale. Aplicații–Proiectare–Acordare*. București: Editura Tehnică, 1969. 381 p.
101. SHUBLADZE, A. M. Sposoby sinteza sistem upravlenia maksimalinoi stepeni ustoichivosti. V: *Avtomatika i telemekanika*, 1980, №1, ss. 28-37.
102. SHUBLADZE, A. M., POPADIKO, V. E., BOBRIKOV, N. M., EAKUSHEVA, A. A. Issledovanie optimalnyh po stepeni ustoichivosti reshenii pri PID–upravlenii. V: *Jurnal – Avtomatizatzia, telemekanizatzia i sveazi v neftianoi promyshlennosti*, 2008, № 2, ss. 6–9, ISSN 0132-2222.
103. SIDOROVA, A.A. Opredelenie naibolee effektivnogo metoda nastroiiki PID reguleatora. V: *Problemy informatiki*, 2012, 5, 18, ss. 143-150, ISSN 2073-0667.
104. SMIRNOV, N. I., REPIN, A. I., SABANIN, V. R. Strukturnaia i parametricheskaia optimizatzia kaskadnyh SAR s ispolizovaniem evolutzionnyh algoritmov. V: *Avtomatizatzia i IT v energhetike*, 2010, №5 (10), ss. 26–34, ISSN: 2410-3969.
105. SMIRNOV, N.I., REPIN, A.I., SABANIN, V.R. Chuvstvitelinosti i robstnaia nastroiika PID–reguleatorov s realnym differentsirovaniem. V: *Teploenerghetika*, 2007, №10, ss. 16–24, ISSN 0040-3636.

106. SMIRNOV, N.I., SHAROVIN, I.M. O vybore kriteria optimalnosti v chislennyh metodah raschiota SAR s PID–reguleatorom. V: *Promyshlennye ASU i kontrolyery*, OOO Izdatelstvo Nauchitehizdat, 2010, №2, ss. 12–17, ISSN 1561-1531.
107. STRATULAT, F. *Teoria sistemelor. Analiza asistată de calculator a sistemelor liniare*. București: MatrixRom, 2000, 294 p. ISBN 973-685-094-3.
108. SUBEEKRISHNA, M.P., ASEEM, K. Comparative Study of PID and Fractional Order PID Controllers for Industrial Applications. In: *International Journal of Engineering Research & Technology, Special Issue*, 2019, pp. 1-3. ISSN: 2278-01881.
109. SULE, A.H. Studies of PID Controller Tuning using Metaheuristic Techniques: A Review. In: *International Journal of Innovative Scientific & Engineering Technologies Research 10(4)*, Oct.-Dec., 2022. pp. 44-63 ISSN: 2360-896X.
110. TARLAJANU, A. *Teoria sistemelor și reglare automată*. Editura: ”Tehnica-UTM”, Republica Moldova, 2022, 141 p. ISBN 978-9975-45-855-9.
111. TEODORESCU, D. *Sisteme automate determinate*. Principii și instrumente de sinteză. București: Tehnică, 1984. 352 p.
112. TERTIȘCO, M., POPESCU, D., JORA, B., RUSS, I. *Automatizări industriale continue*. București: Editura didactică și pedagogică, 1991. 477 p.
113. TOMISLAV, B.Š., MIROSLAV, R.M. Revisiting the Ziegler–Nichols process dynamics characterization. In: *Journal of Process Control, Volume 20, Issue 3, 2010*, pp. 360-363, ISSN 0959-1524, <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2009.08.004>.
114. TOPCHEEV, Iu.I., TZYPLIAKOV, A.P. *Zadachinik po teorii avtomaticheskovo regulirovania*. Moskva: Mashinostroenie, 1977. 592 s.
115. TUDOROIU, N., CURIAC, D. *Teoria sistemelor de reglare automată continue. Abordare aplicativă*. Timișoara: Ed. MIRTON, 1993. 152 p.
116. UAIC: Introducere în Teoria Sistemelor. Biblioteca electronică a universității „Alexandru Ioan Cuza” din Iași. © 2023 Citat [19.02.2017]. Disponibil: https://profs.info.uaic.ro/~fliacob/An2/2016-2017/Modelare%20matematica_resurse/.
117. VETLINSKII, V.N., OSIPOV, A.V. *Avtomaticheskije sistemy upravlenia dvijeniem avtotransporta*. L.: Mashinostroenie, Leningr. otdelenie, 1986, 240 s.
118. VINATORU, M. *Fundamente de sisteme automate*. Editura: Sitech, Romania, 2011, 369 p. ISBN: 978-606-11-1737-6.
119. VOICU, M. *Introducere în automatică*. Iași: Editura Dosoftei, 1998. 237 p. ISBN 973-681-111-5.
120. VOICU, M., FERARIU, L. și al. *Introducere în automatică. Culegere de probleme*. București: MatrixRom, 1999. 213 p. ISBN 973-97494-6-1.

121. WELANDER, P. Understanding Derivative in PID Control. In: *Control Engineering*, Feb 2010, vol. 57. Issue 2, pp. 24–27, ISSN 0010-8049.
122. WEN, T., JIZHEN, L., TONGWEN, Ch., MARQUEZ, H. J. Robust analysis and PID tuning of cascade control systems. In: *Chemical Engineering Communications*, 2005, vol. 192. Issue 9, pp. 1204–1220, ISSN 0098-6445.
123. ZAGARII, G.I., SHUBLADZE, A. M. *Sintez sistem upravlenia na osnove kriteria maksimalnoi stepeni ustoichivosti*. Moskva: Energoatomizdat, 1988. 98 s.

ANEXE

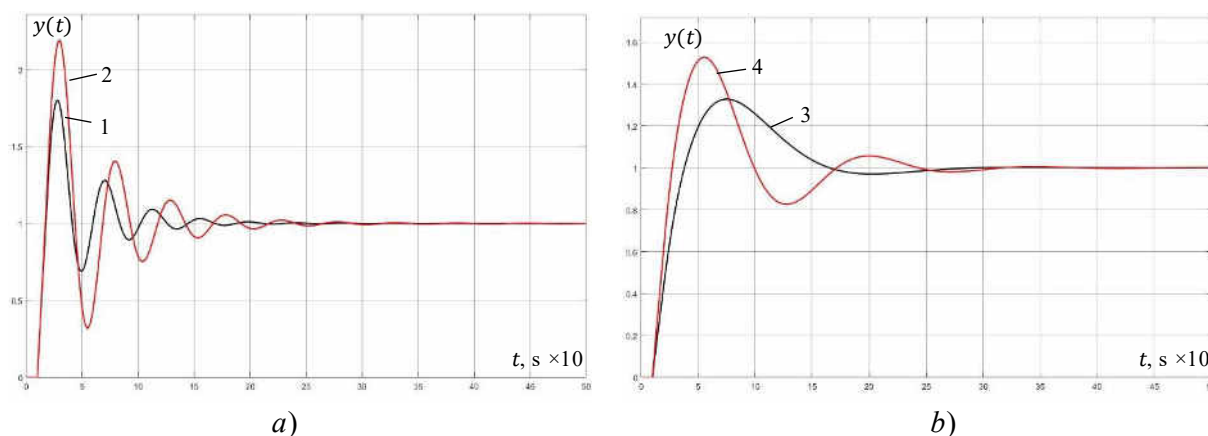
Anexa 1. Analiza robusteții la variația parametrilor obiectului de reglare

Pentru analiza robusteții la variația parametrilor obiectului se utilizează procesul tehnologic cu funcția de transfer (4.60), condus de un regulator PID.

$$H_{FP}(s) = \frac{e^{-\tau s} k(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(T_3 s + 1)(T_4 s + 1)} = \frac{e^{-s} 0.72653 (163.4092s + 1)}{(634.1044s + 1)(61.5524s + 1)(0.50895s + 1)}, \quad (A1.1)$$

Rezultatele acordării regulatorului utilizând metodele gradul maximal de stabilitate și Ziegler-Nichols sunt prezentate în tabelul 4.10. Pentru analiza robusteții sistemului de reglare automată proiectat după aceste metode se variază cu $\pm 50\%$ constanta temporală a obiectului reglat, valoarea nominală a căreia $T_3 = 61.5524$, cu $+50\%$ timpul mort, cu valoarea nominală $\tau = 1$ s și coeficientul de transfer cu valoarea nominală $k = 0.72653$.

Rezultatele simulării, pentru cazul când se variază T_3 , sunt prezentate în figurile A1.1, a ($T_3 = 30.7762$) și A1.1, b ($T_3 = 92.3286$).



**Figura A1.1. Răspunsurile indiciale ale extruderului imprimantei 3D:
a) $T_3 = 30.7762$ s, b) $T_3 = 92.3286$ s**

În conformitate cu rezultatele simulării au fost înregistrate performanțele sistemului, pentru $\varepsilon_{st} = \pm 5\%$ din y_{st} , prezentate în tablele A1.1. Numerotarea curbelor corespunde numărului curent din tabel.

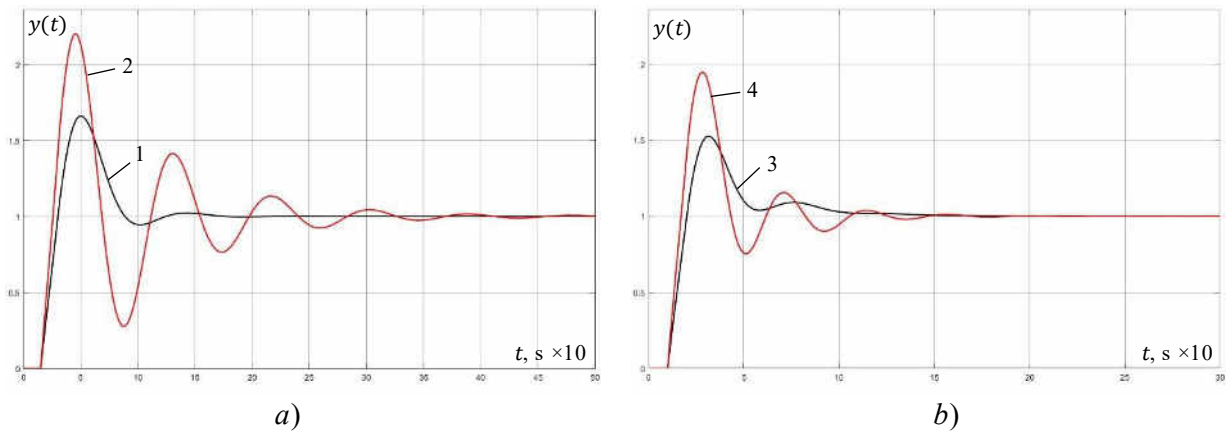
Tabelul A1.1. Performanțele sistemului cu extruder la variația T_3

Nr. crt.	Metoda acordare	Performanțele sistemului			
		t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMSI, fig. A1.1, a	6.65	79.4	128.78	5
2	ZN, fig. A1.1, a	4.83	118.6	172.31	7
3	GMSI, fig. A1.1, b	23.58	32.7	146.01	1
4	ZN, fig. A1.1, b	14.51	118.6	211.91	3

Analizând rezultatele obținute în urma simulării (figura A1.1) la variația constantei de timp T_3 cu $\pm 50\%$ se observă că în sistem cu regulatorul sintetizat după metoda gradul maximal de stabilitate apar mai multe abateri n și se mărește suprareglajul σ de șase ori, în schimb timpul de reglare t_r se menține la aceleași valori și ca rezultat sistemul posedă o robustețe ridicată la variația parametrilor obiectului condus. Pentru cazul metodei Ziegler-Nichols, odată cu variația

parametrilor obiectului, sistemul automat devine mai oscilant, performanțele lui scad și, ca rezultat, posedă o robustețe joasă.

Rezultatele simulării, pentru cazul când se variază τ și k , sunt prezentate în figurile A1.2, a ($\tau = 1.5$ s) și A1.2, b ($k = 1.089$).



**Figura A1.2. Răspunsurile indiciale ale extruderului imprimantei 3D:
a) $\tau = 1.5$ s, b) $k = 1.089$**

În conformitate cu rezultatele simulării au fost înregistrate performanțele sistemului, pentru $\varepsilon_{st} = \pm 5\%$ din y_{st} , prezentate în tablele A1.2. Numerotarea curbelor corespunde numărului curent din tabel.

Tabelul A1.2. Performanțele sistemului cu extruder la variația T_3

Nr. crt.	Metoda acordare	Performanțele sistemului			
		t_c, s	$\sigma, \%$	t_r, s	n
1	GMSI, fig. A1.1, a	13.3	66.0	97.04	1
2	ZN, fig. A1.1, a	9.06	120.0	271.77	6
3	GMSI, fig. A1.1, b	8.76	52.3	91.75	1
4	ZN, fig. A1.1, b	6.04	94.5	100.51	4

Se observă, că odată cu mărirea timpului mort τ al obiectului reglat, durata timpului de reglare t_r , crește. Iar dacă se mărește coeficientul de transfer k al obiectului, atunci timpul de creștere t_c se micșorează de șase ori, însă suprareglajul σ se mărește de zece ori. Din analiza rezultatelor simulării, se face concluzia că sistemul cu regulatorul sintetizat după metoda gradului maximal de stabilitate posedă o robustețe ridicată la variația parametrilor obiectului condus. Sistemul proiectat în conformitate cu metoda Ziegler-Nichols, odată cu variația parametrilor obiectului devine mai oscilant, performanțele lui scad și, ca rezultat, posedă o robustețe joasă.

Anexa 2. Codul sursă a programului *GMS-Calcul-DM*

Programul *GMS-Calcul-DM* permite de a efectua calculul parametrilor de acord a regulatorului automat de tipurile P, PI, PD și PID după metoda gradului maximal de stabilitate pentru modele de obiecte cu avans-întârziere de ordinul unu, doi, trei și patru.

```
from docx import Document
from lxml import etree
import latex2mathml.converter
from sympy import *
import fdt_calc_timp_mort
from docx.shared import *
from docx.enum.text import WD_LINE_SPACING
import numpy as np
from sympy.plotting import plot
from matplotlib.backends.backend_tkagg import FigureCanvasTkAgg
import PySimpleGUI as sg
import matplotlib.pyplot as plt
from sympy.abc import s
from sympy.physics.control.lti import TransferFunction
a0, a1, a2, a3, a4, a5, b0, b1, b2, j, s, Kp, Ki, Kd, e, tau, k_d = symbols('a0
a1 a2 a3 a4 a5 b0 b1 b2 j s k_p k_i k_d e tau k_d1')
d0, d1, d2, d3, d4, d5, d6, d7, ks = symbols('d0 d1 d2 d3 d4 d5 d6 d7 Ks')
Kp_c, Ki_c, Kd_c = symbols('Kp_c Ki_c Kd_c')
t1, t2, t3, t4, t5, t6, t7, t8 = symbols('t1 t2 t3 t4 t5 t6 t7 t8')
k_ex = 0.5
T1 = 2
T2 = 0.5
T3 = 1.2
T4 = 0.3
T5 = 0.8
T6 = 0.5
T7 = 1
T8 = 2
T9 = 0.5
T10 = 0.5
T11 = 2
T12 = 0.6
fdt_reg_polinomiala
(114.395*(0.1936*s**2+0.44*s+1))/((0.076*s+1.9)*(s**2+14.0012*s+51.4515))
num, den = fraction(fdt_reg_polinomiala)
fdt_bject = (0.076*s+1.9)/(0.1936*s**3+0.44*s**2+s)
fdt_kd = (-0.0588544*j**3+6.16816*j**2-1.824*j+1.9)/((1.9-0.076*j)**2)
fdt_kp = (0.1936*j**3-0.44*j**2+j)/(1.9-0.076*j)+kdd
b0_ex = 0.5
b1_ex = 0.2
b2_ex = 1
a0_ex = 0.96
```

```

a1_ex = 0.84
a2_ex = 0.15
a3_ex = 2.8
a4_ex = 1
a5_ex = 1
timpul_mort = 2
k_sensor = 10
fdt_o_m_1ord_s = (b0*s+b1)/(s*(a0*s+a1))
fdt_o_m_2ord_s = (b0*s+b1)/(s*(a0*s**2+a1*s+a2))
fdt_o_m_3ord_s = (b0*s+b1)/(s*(a0*s**3+a1*s**2+a2*s+a3))
fdt_o_m_4ord_s = (b0*s+b1)/(s*(a0*s**4+a1*s**3+a2*s**2+a3*s+a4))
fdt_o_m_5ord_s = (b0*s+b1)/(s*(a0*s**5+a1*s**4+a2*s**3+a3*s**2+a4*s+a5))
fdt_o_m_1ord = (b0*s+b1)/(a0*s+a1)
fdt_o_m_2ord = (b0*s+b1)/(a0*s**2+a1*s+a2)
fdt_o_m_3ord = (b0*s+b1)/(a0*s**3+a1*s**2+a2*s+a3)
fdt_o_m_4ord = (b0*s+b1)/(a0*s**4+a1*s**3+a2*s**2+a3*s+a4)
fdt_o_m_5ord = (b0*s+b1)/(a0*s**5+a1*s**4+a2*s**3+a3*s**2+a4*s+a5)
TIMP_MORT = False
FDT_CURENT = fdt_o_m_2ord
ORDINUL = 2
DOC_FILE = '[nume fisier].docx'

def latex_to_word(latex_input):
    mathml = latex2mathml.converter.convert(latex_input)
    tree = etree.fromstring(mathml)
    xslt = etree.parse('C:/Program Files (x86)/Microsoft
Office/root/Office16/MML2OMML.XSL')
    transform = etree.XSLT(xslt)
    new_dom = transform(tree)
    return new_dom.getroot()
x = symbols('x')
polinom = x**2+2*x+2
document = Document()

style = document.styles['Normal']
font = style.font
font.name = 'Times New Roman'
font.size = Pt(12)

def header_regulator(reg_name = ''):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Pentru legea de reglare ' + reg_name + 'funcția de transfer a sistemului deschis ')
    word_math = latex_to_word('H_d(s) ')

```



```

p._element.append(word_math)
p.add_run('este:')

def draw_fdt_open(fdt_deschis):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('H_d(s)={}'.format(latex(fdt_deschis)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')

def draw_fdt_close(fdt_inchis):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Funcția de transfer a sistemului închis ')
    word_math = latex_to_word('H_0(s) ')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('este:')

    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('H_0(s)={}'.format(latex(fdt_inchis)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')

def draw_derivata(derivata, derivata_nr = ''):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Derivata ' + derivata_nr + ':')

    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('D(-J)={}'.format(latex(derivata)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')

def draw_functia(func, func_name = ''):

```

```

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify
p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run(func_name)

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
num, den = fraction(func)
word_math = latex_to_word('{}=0'.format(latex(num)))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')

def substitutia(funcția_de_calcul_j, ordinul=1, timp_mort=0):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Se substituie coeficienții pentru calculul valorii ')
    word_math = latex_to_word('J_o')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run(':')
    funcția_de_calcul_j = substitutie_coeficienti(funcția_de_calcul_j, ordinul,
timp_mort)
    return funcția_de_calcul_j

def draw_kp(Kp_c):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Calculul parametrului ')
    word_math = latex_to_word('K_p ')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('se determină după relația:')

    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_c)))
    p._element.append(word_math)

```

```

p.add_run('.')

def calcul_Kp(Kp_c, ordinul, var_j=0):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    # pprint(Kp_c)
    if var_j != 0:
        p = document.add_paragraph()
        p.alignment = 1 #centered
        p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
        p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE

        functia_de_calcul_kp = substitutie_coeficienti(Kp_c, ordinul, TIMP_MORT)

        Kp_fdt = []
        Kp_fdt = solve(functia_de_calcul_kp, Kp)
        if len(Kp_fdt) == 0:
            Kp_fdt.append(functia_de_calcul_kp)

        functia_kp = functia_de_calcul_kp.subs(j, var_j)
        Kp_temp = solve(functia_kp, Kp)
        if Kp_temp == []:
            Kp_temp = [1]
            Kp_temp[0] = functia_kp

        word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_temp[0].evalf())))
        p._element.append(word_math)
        p.add_run('.')
        return Kp_temp[0], Kp_fdt[0]

def calcul_Ki(Ki_c, ordinul, var_j=0):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    # pprint(Ki_c)

    if var_j != 0:
        p = document.add_paragraph()
        p.alignment = 1 #centered
        p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
        p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
        functia_de_calcul_ki = substitutie_coeficienti(Ki_c, ordinul, TIMP_MORT)

```

```

Ki_fdt = []
if len(Ki_fdt) == 0:
    Ki_fdt.append(funcția_de_calcul_ki)

Ki_calc = funcția_de_calcul_ki.subs(j, var_j)

word_math = latex_to_word('k_i={}'.format(latex(Ki_calc.evalf()))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
return Ki_calc, Ki_fdt[0]

def calcul_Kd(Kd_c, ordinul, var_j=0):
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    # pprint(Kd_c)
    if var_j != 0:
        p = document.add_paragraph()
        p.alignment = 1 #centered
        p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
        p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE

        funcția_de_calcul_kd = substituție_coeficienti(Kd_c, ordinul, Timp_MORT)

        Kd_fdt = []
        Kd_fdt = solve(funcția_de_calcul_kd, Kp)
        if len(Kd_fdt) == 0:
            Kd_fdt.append(funcția_de_calcul_kd)

        Kd_calc = funcția_de_calcul_kd.subs(j, var_j)

        word_math = latex_to_word('k_d={}'.format(latex(Kd_calc.evalf()))))
        p._element.append(word_math)
        p.add_run('.')
        return Kd_calc, Kd_fdt[0]

def substituție_coeficienti(funcția, ordinul, timp_mort):
    if timp_mort == 1:
        if ordinul == 1:
            return funcția.subs({tau:timpul_mort, b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex,
a1:a1_ex})
        elif ordinul == 2:
            return funcția.subs({tau:timpul_mort, b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex,
a1:a1_ex, a2:a2_ex})

```

```

        elif ordinul == 3:
            return functia.subs({tau:timpul_mort, b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex,
a1:a1_ex, a2:a2_ex, a3:a3_ex})
        elif ordinul == 4:
            return functia.subs({tau:timpul_mort, b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex,
a1:a1_ex, a2:a2_ex, a3:a3_ex, a4:a4_ex})
        elif ordinul == 5:
            return functia.subs({tau:timpul_mort, b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex,
a1:a1_ex, a2:a2_ex, a3:a3_ex, a4:a4_ex, a5:a5_ex})
    else:
        if ordinul == 1:
            return functia.subs({b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex, a1:a1_ex})
        elif ordinul == 2:
            return functia.subs({b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex, a1:a1_ex,
a2:a2_ex})
        elif ordinul == 3:
            return functia.subs({b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex, a1:a1_ex,
a2:a2_ex, a3:a3_ex})
        elif ordinul == 4:
            return functia.subs({b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex, a1:a1_ex,
a2:a2_ex, a3:a3_ex, a4:a4_ex})
        elif ordinul == 5:
            return functia.subs({b0:b0_ex, b1:b1_ex, a0:a0_ex, a1:a1_ex,
a2:a2_ex, a3:a3_ex, a4:a4_ex, a5:a5_ex})

if __name__ == "__main__":
    # plot(polinom, (x, -10, +10))
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run("Functia de transfer pus in discutie")

    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math =
    latex_to_word('H_d(s)={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(FDT_CURENT,
ordinul=ORDINUL, timp_mort=TIMP_MORT))))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    print("Ho = ")
    pprint(substitutie_coeficienti(FDT_CURENT, ORDINUL, timp_mort=TIMP_MORT))

```

```

print("-----")
----")
print("----- P -----")
fdt_deschis, fdt_inchis, A_1derive, A_2derive, A_3derive, ec_carac,
ec_carac_j, functia_de_calcul_j, Kp_c, Ki_c, Kd_c =
fdt_calc_timp_mort.compute_GMS(FDT_CURRENT, TIMP_MORT, regulator='P')
header_regulator('P ')
draw_fdt_open(fdt_deschis)
draw_fdt_close(fdt_inchis)
# pprint (fdt_inchis)
num, den = fraction(A_1derive)
draw_derivata(A_1derive, '1')

# pprint(A_1derive)
draw_functia(functia_de_calcul_j, 'functia de calcul a lui J este:')
pprint(functia_de_calcul_j)
functia_j_substituita = substitutia(functia_de_calcul_j, ordinul=ORDINUL,
timp_mort=TIMP_MORT)
print("Ecuatia de calcul J_opt")
pprint(functia_j_substituita)

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('{}'.format(latex(functia_j_substituita)))
p._element.append(word_math)

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify
p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrului ')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' se determină după relația:')

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_c)))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify

```

```

p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrului substituit')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' se determină după relația:')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math =
latex_to_word('k_p={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kp_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
print('-----')

#####
# PI #
#####
fdt_deschis, fdt_inchis, A_1derive, A_2derive, A_3derive, ec_carac,
ec_carac_j, functia_de_calcul_j, Kp_c, Ki_c, Kd_c =
fdt_calc_timp_mort.compute_GMS(FDT_CURRENT, TIMP_MORT, regulator='PI')
print("----- PI -----")
header_regulator('PI ')
draw_fdt_open(fdt_deschis)
draw_fdt_close(fdt_inchis)
draw_derivata(A_1derive, '1')
draw_derivata(A_2derive, '2')
draw_functia(functia_de_calcul_j, 'functia de calcul a lui J este:')
pprint(functia_de_calcul_j)
functia_substituita = substitutia(functia_de_calcul_j, ordinul=ORDINUL,
timp_mort=TIMP_MORT)
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('{}'.format(latex(functia_substituita)))
p._element.append(word_math)
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify
p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrilor ')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)

```

```

p.add_run('și')
    word_math = latex_to_word('k_i')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run(' se determină după relațiile:')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_c)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('k_i={}'.format(latex(Ki_c)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Calculul parametrilor substituiti')
    word_math = latex_to_word('k_p')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run(' se determină după relația:')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math
    latex_to_word('k_p={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kp_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math
    latex_to_word('k_i={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Ki_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    #####
    # PD
    #####

```



```

        fdt_deschis, fdt_inchis, A_1derive, A_2derive, A_3derive, ec_carac,
ec_carac_j,          functia_de_calcul_j,          Kp_c,          Ki_c,          Kd_c          =
fdt_calc_timp_mort.compute_GMS(FDT_CURRENT, TIMP_MORT, regulator='PD')
    print("----- PD -----")
    header_regulator('PD ')
    draw_fdt_open(fdt_deschis)
    draw_fdt_close(fdt_inchis)
    draw_derivata(A_1derive, '1')
    draw_derivata(A_2derive, '2')
    draw_functia(functia_de_calcul_j, 'functia de calcul a lui J este:')
    pprint(functia_de_calcul_j)
    functia_substituita = substitutia(functia_de_calcul_j, ordinul=ORDINUL,
timp_mort=TIMP_MORT)
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('{}'.format(latex(functia_substituita)))
    p._element.append(word_math)
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify
    p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    p.add_run('Calculul parametrilor ')
    word_math = latex_to_word('k_p')
    p._element.append(word_math)
p.add_run(' și ')
    word_math = latex_to_word('k_d')
    p._element.append(word_math)
    p.add_run(' se determină după relațiile:')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_c)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 1 #centered
    p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
    p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
    word_math = latex_to_word('k_d={}'.format(latex(Kd_c)))
    p._element.append(word_math)
    p.add_run('.')
    p = document.add_paragraph()
    p.alignment = 3 #justify

```

```

p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrilor substituiti')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' se determină după relația:')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math =
latex_to_word('k_p={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kp_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math =
latex_to_word('k_d={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kd_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
print('-----')
#####
# PID #
#####
fdt_deschis, fdt_inchis, A_1derive, A_2derive, A_3derive, ec_carac,
ec_carac_j, functia_de_calcul_j, Kp_c, Ki_c, Kd_c =
fdt_calc_timp_mort.compute_GMS(FDT_CURRENT, TIMP_MORT, regulator='PID')
print("----- PID -----")
header_regulator('PID ')
draw_fdt_open(fdt_deschis)
draw_fdt_close(fdt_inchis)
draw_derivata(A_1derive, '1')
draw_derivata(A_2derive, '2')
draw_derivata(A_3derive, '3')
draw_functia(functia_de_calcul_j, 'functia de calcul a lui J este:')
pprint(functia_de_calcul_j)
functia_substituita = substituitia(functia_de_calcul_j, ordinul=ORDINUL,
timp_mort=TIMP_MORT)
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('{}'.format(latex(functia_substituita)))
p._element.append(word_math)

```

```

p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify
p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrilor ')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)
p.add_run(', ')
word_math = latex_to_word('k_i')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' și ')
word_math = latex_to_word('k_d')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' se determină după relațiile:')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('k_p={}'.format(latex(Kp_c)))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('k_i={}'.format(latex(Ki_c)))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math = latex_to_word('k_d={}'.format(latex(Kd_c)))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 3 #justify
p.paragraph_format.first_line_indent = Cm(1.25)
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
p.add_run('Calculul parametrilor substituiti')
word_math = latex_to_word('k_p')
p._element.append(word_math)
p.add_run(' se determină după relația:')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered

```

```

p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math
=
latex_to_word('k_p={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kp_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math
=
latex_to_word('k_i={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Ki_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
p = document.add_paragraph()
p.alignment = 1 #centered
p.paragraph_format.space_after = Pt(0)
p.paragraph_format.line_spacing_rule = WD_LINE_SPACING.ONE_POINT_FIVE
word_math
=
latex_to_word('k_d={}'.format(latex(substitutie_coeficienti(Kd_c,ORDINUL,TIMP_MORT))))
p._element.append(word_math)
p.add_run('.')
sections = document.sections
for section in sections:
    section.top_margin = Cm(1)
    section.bottom_margin = Cm(1)
    section.left_margin = Cm(2.5)
    section.right_margin = Cm(1)
document.save(DOC_FILE)

```

ANEXA 3. CERTIFICATE ȘI DOVEZI DE IMPLEMENTARE

INFORMINSTRUMENT S.A.

Center of Science and Engineering

6, Puskin St., MD2009 Chisinau, Republic of Moldova

e-mail: informinstrument@mail.ru, victorcheibas@yahoo.com

Tel/fax.: +373 22 245 272, +373 22 224 294, Web-site: <http://ii.md>

17 iulie 2023

Doctorandul Dumitru MORARU a participat în perioada anilor 2022-2023 la digitalizarea ciclului tehnologic în INFORMINSTRUMENT prin participarea directă în proiectul de colaborare comună cu titlul **"Sistem cu conducere automată a procesului tehnologic de creștere epitaxială a straturilor semiconductoare la fabricarea celulei solare"**. Centrul de Știință și Inginerie "Informinstrument" SA, Chișinău colaborează din 6 februarie 2018 cu departamentul Ingineria Software și Automatică UTM la modernizarea operațiunilor tehnologice avansate de creștere a structurilor de arseniură de galiu (GaAs) prin metoda transport de reacții în sistemul de gaze Ga-AsCl₃-H₂ urmărind scopul producerii celulei fotovoltaice de intensitate solară concentrată.

Sistemul de conducere elaborat este ajustat la instalația tehnologică IEC-3/4R, care ține sub control 19 parametri tehnologici, stabiliți experimental de specialiștii în domeniul tehnologiilor semiconductoare. Sistemul este complex și integrează mai multe subsisteme autonome de control și stabilizare a parametrilor tehnologici în punctele de cocontrol ale reactorului cum ar fi temperatura în zona surselor de galiu (Ga), zinc (Zn), telur (Te), zona de creștere a arseniurii de galiu (GaAs), debitul de hidrogen (H₂) prin 3 puncte de intrare în reactor etc.

Complexitatea sistemului de conducere este legată de programul tehnologului, algoritmul de creștere a structurii dispozitivului semiconductor (multiple straturi epitaxiale, algoritmul CC), dar și de programe suplimentare cum ar fi controlul ermetizării sistemului de gaze (algoritmul G), corodarea găzoasă a reactorului și cuzinetelor tehnologice (algoritmul P), saturația sursei de galiu (algoritmul S) și creșterea monostratului (GaAs) de control al regimului tehnologic (algoritmul C).

Varianta proiectului la starea din 2.02.2022 conține și rezultate formulate în teza de doctor a cercetătorului Morau Dumitru.

Director CȘI Informinstrument SA

doctor în științe tehnice



Victor CHEIBAȘ

DECLARAȚIA PRIVIND ASUMAREA RĂSPUNDERII

Subsemnatul, declar pe proprie răspundere că materialele prezentate în teza de doctorat sunt rezultatul propriilor cercetări și realizări științifice, în caz contrar urmând să suport consecințele, în conformitate cu legislația în vigoare.

Data
24.08.2023

Moraru Dumitru



CURRICULUM VITAE

DATE PERSONALE



Nume, prenume: MORARU Dumitru
Data nașterii și locul nașterii: 24 noiembrie 1985,
or. Bălți, Republica Moldova
Situația familială: căsătorit
E-mail: dumitru.moraru@ati.utm.md

EXPERIENȚA PROFESIONALĂ

- 2011 – prezent lector universitar, departamentul Ingineria Software și Automatică, Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău (Republica Moldova)
- 2009 – 2011 Inginer cat I, catedra Automatică și Tehnologii Informaționale
Universitatea Tehnică a Moldovei, Chișinău (Republica Moldova)
- 2014 – 2020 Inginer șef (cumul), partea hardware, echipamente IoT, „Compania Dekart” SRL,
Chișinău, Republica Moldova

EDUCAȚIE ȘI FORMARE

- 2013 **doctorand**
Studii la școala doctorală Știința Calculatoarelor, Electronică și Comunicații,
programul: Modelare, metode matematice, produse program. Tema tezei: Metode și
Algoritmi de acordare a reguletoarelor la modele de obiecte de procese cu avans-
întârziere.
Universitatea Tehnică a Moldovei, facultatea Calculatoare, Informatică și
Microelectronică, Departamentul Ingineria Software și Automatică, Chișinău
(Republica Moldova)
- 2011 **magistru**
Universitatea Tehnică a Moldovei, facultatea Calculatoare, Informatică și
Microelectronică, Specialitatea Calculatoare, Chișinău, Republica Moldova
- 2009 **inginer licențiat**
Universitatea Tehnică a Moldovei, facultatea Calculatoare, Informatică și
Microelectronică, Specialitatea Automatică și Informatică, Chișinău, Republica
Moldova

Limba maternă **Româna**

Limbi străine cunoscute **Rusă (nivel B2), Engleză (nivel A2)**

COMPETENȚE PERSONALE

- Competențe de comunicare Spirit de echipă, competențe bune de comunicare dobândite în experiența profesională în calitate de cadru didactic
- Competențe organizaționale/manageriale 2013, 2014, 2015, 2016, 2020 mentorul echipei de studenți a Facultății Calculatoare Informatică și Microelectronică, Universitatea Tehnică a Moldovei, la concursul între facultăți Rube Goldberg.
Noiembrie 14-16, 2013. Mentorul echipei la concursul Earth Rover.
Noiembrie 18-21, 2015. Mentorul echipei la concursul Earth Rover.
Decembrie 12-14, 2019. Mentorul echipei la concursul Earth Rover.
Februarie 19-21, 2021. Mentorul echipei la Home Automation Hackathon

	<p>Mentorul echipei de studenți la concurs internațional Ingineria Sistemelor Microelectronice – Sergiu Rădăuțan, ediția 2021</p> <p>Mentorul echipei de studenți la concurs internațional iDEAS Engineering Competition, organizator Continental România, ediția 2021</p> <p>Mentorul echipei de studenți la concurs internațional iDEAS Engineering Competition, organizator Continental România, ediția 2023</p>
Competențe informatice	Competențe bune profesionale în hardware și software, inclusiv cel mai modern.
ACTIVITĂȚI DE CERCETARE ȘI DEZVOLTARE	<p>Participarea la proiecte de cercetare-dezvoltare, inovare și transfer tehnologic:</p> <p>1. Proiect de cercetare 11.817.08.57 A (cod 411 dir. 2, nr. 124 b/s) Ridicarea performanțelor și stabilității sistemelor criptografice asimetrice cu noi algoritmi de calcul și metode de teoria numerelor în cadrul Programului de stat direcția strategică Valorificarea resurselor umane, naturale și informaționale pentru dezvoltarea durabilă în perioada 2011-2014 în calitate de cercetător.</p> <p>3. Proiect de cercetare 15.817.02.28A „Modele, metode și interfețe pentru conducerea și optimizarea sistemelor de fabricație inteligente” în cadrul Programului de stat direcția strategică Valorificarea resurselor umane, naturale și informaționale pentru durabilă în perioada 2015-2018 în calitate de cercetător.</p> <p>4. Proiect de cercetare 20.80009.5007.26 „Modele, algoritmi și tehnologii de conducere, optimizare și securizare a sistemelor ciber-fizice” în cadrul Programului de stat direcția strategică Valorificarea resurselor umane, naturale și informaționale pentru durabilă în perioada 2020-2023 în calitate de cercetător.</p>
STAGII DE PERFEȚIONARE	
2012 – 2013	Cursuri de psihopedagogie, 30 credite.
2014	„Compania Dekart” SRL
ACTIVITĂȚI PROFESIONALE	
2015-2017	Secretar Comisiei Examenelor de Licență, specialitatea Automatică și Informatică
INFORMATII SUPLIMENTARE	
Publicații	numărul total de publicații – 37, publicații științifice – 36 și metodico-didactice - 2.
Mențiuni	<p>Diplomă de gradul I, 2018 laureat în domeniul activității didactice începătoare. Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică.</p> <p>Diplomă de gradul III, pentru suportul acordat în desfășurarea competiției de mașini ”UTM Rube Goldberg” 2016. Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică.</p>