

MODEL GENERALIZAT AL OBIECTULUI DE REGLARE

Bartolomeu IZVOREANU

Universitatea Tehnică a Moldovei
izvor@mail.utm.md

Abstract: În lucrare se prezintă un model generalizat de obiecte de reglare cu inerție de un ordin respectiv și timp mort. Din modelul generalizat stabil (instabil) al obiectului se pot obține mai multe tipuri de modele complexe de obiecte de reglare cu diverse proprietăți: inerție de un ordin respectiv, elemente identice și timp mort. Se propune algoritmul iterativ de acordare a reglatoarelor tipizate P, PI și PID la modele de obiecte cu inerție și timp mort ca forma generalizată. Din algoritmi de acordare a reglatoarelor obținuți pentru modelul generalizat se obțin algoritmi de acordare pentru alte tipuri de modele de obiecte obținute din modelul generalizat.

Cuvinte cheie: obiecte de reglare, algoritm iterativ, metoda gradului maximal de stabilitate.

1. Introducere

La automatizarea proceselor industriale lente modelele matematice atașate procesului condus, ca regulă, sunt prezentate ca modele cu inerție de ordin respectiv și cu timp mort [1,2]. se prezintă un model generalizat de obiecte de reglare cu inerție de un ordin respectiv și timp mort. Din modelul generalizat se pot obține mai multe tipuri de modele complexe de obiecte de reglare cu diverse proprietăți: inerție de un ordin respectiv, elemente identice, astatism, timp mort și anticipație întârziere de ordin respectiv [1-4]. În lucrare se analizează următorul model matematic prezentat prin funcția de transfer în forma

$$H_{PF}(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s \pm 1)(T_2s + 1)^n}, \quad (1)$$

unde k – este coeficientul de transfer al obiectului, T_1 , T_2 – constantele de timp ale obiectului și τ – timpul mort al obiectului. Modelul (1) prezintă un model cu inerție de ordinul $n+1$ și timp mort, iar între constantele de timp T_1 și T_2 se impune inegalitatea $T_1 < T_2$. Din relația (1) la careva condiții se vor obține și alte posibile modele de obiecte de reglare mai simple stabile sau instabile (cu fază minimă sau fază neminimă) cu sau fără timp mort cu diverse proprietăți care sunt prezentate în tabelul 1 (în total 8 tipuri).

Tabelul 1. – Modele de obiecte de reglare.

| Nr. crt. | Cond. | $\tau=0$ | $\tau \neq 0$ |
|----------|------------------|----------------------------------|---|
| 1 | $T_2=0$ $n=0$ | $\frac{k}{(T_1s + 1)}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)}$ |
| 2 | | $\frac{k}{(T_1s - 1)}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s - 1)}$ |
| 3 | $n=1$ | $\frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)}$ |
| 4 | | $\frac{k}{(T_1s - 1)(T_2s + 1)}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s - 1)(T_2s + 1)}$ |
| 5 | $T_1=0$ | $\frac{k}{(T_2s + 1)^n}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_2s + 1)^n}$ |
| 6 | | $\frac{k}{(T_2s - 1)^n}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_2s - 1)^n}$ |
| 7 | $T_1=T_2$ | $\frac{k}{(T_2s + 1)^{n+1}}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_2s + 1)^{n+1}}$ |
| 8 | | $\frac{k}{(T_2s - 1)^{n+1}}$ | $\frac{ke^{-\tau s}}{(T_2s - 1)^{n+1}}$ |

În tabelul 1 s-au prezentat următoarele tipuri de modele de obiecte:

- rândul 1 la cond. $T_2=0, n=0$ – inerție de ordinul unu stabil cu sau fără timp mort,
- rândul 2 la cond. $T_2=0, n=0$ – inerție de ordinul unu instabil cu sau fără timp mort,
- rândul 3 la cond. $n=1$ – inerție de ordinul doi stabil cu sau fără timp mort,
- rândul 4 la cond. $n=1$ – inerție de ordinul doi instabil cu sau fără timp mort,
- rândul 5 la cond. $T_1=0$ – inerție de ordinul n stabil cu sau fără timp mort,
- rândul 6 la cond. $T_1=0$ – inerție de ordinul n instabil cu sau fără timp mort,
- rândul 7 la cond. $T_1=T_2$ – inerție de ordinul $n+1$ instabil cu sau fără timp mort,
- rândul 8 la cond. $T_1=T_2$ – inerție de ordinul $n+1$ instabil cu sau fără timp mort.

La modelul obiectului cu parametrii cunoscuți k, T_1, T_2, τ (și cazul $\tau=0$) și n (model stabil) se propune de a acorda regulatoarele tipizate P, PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3], de variat parametrii obiectului de la valorile nominale k, T_1, T_2, τ și n și la valorile calculate ale parametrilor de acord ai reguletoarelor P, PI și PID de analizat dinamica sistemului automat.

2. Algoritmul de acordare a reguletoarelor

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat alcătuită din reglator cu f.d.t $H_R(s)$ și obiect cu f.d.t (1) prezentată în fig.1.

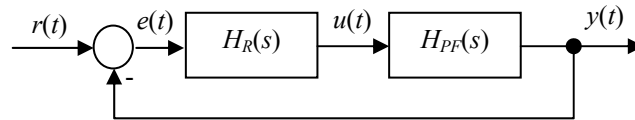


Fig.1. Schema bloc structurală a sistemului automat.

Vom acorda algoritmiile tipizați de reglare P, PI și PID la modelul obiectului (1) stabil cu parametrii cunoscuți, folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3].

Pentru determinarea valorii parametrului reguletoarelor P se utilizează expresia algebrică obținută în [4,5]

$$k_p = \frac{e^{-\tau s}}{k} (1 - T_1 J)(1 - T_2 J)^n. \quad (2)$$

Pentru determinarea valorilor parametrilor reguletoarelor PI se utilizează expresiile algebrice obținute în [4,5]

$$k_p = \frac{e^{-\tau s}}{k} (1 - T_2 J)^{n-1} (d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J - d_3), \quad (3)$$

unde $d_0 = \tau T_1 T_2$, $d_1 = \tau(T_1 + T_2) + T_1 T_2(n+2)$, $d_2 = \tau + 2T_1 + T_2(n+1)$, $d_3 = 1$,

$$k_i = \frac{e^{-\tau s}}{k} J(1 - T_1 J)(1 - T_2 J)^n + k_p J. \quad (4)$$

În cazul acordării reguletoarelor PID după metoda GMS a fost soluționată următoare expresie algebrică [4,5]

$$k_d = \frac{e^{-\tau s}}{2k} (1 - T_2 J)^{n-2} (-d_0 J^4 + d_1 J^3 - d_2 J^2 + d_3 J - d_4), \quad (5)$$

unde $d_0 = \tau^2 T_1 T_2^2$, $d_1 = \tau^2 (2T_1 T_2 + T_2^2) + 2\tau T_1 T_2^2 (n+2)$,

$d_2 = \tau^2 (T_1 + 2T_2) + \tau (2T_1 T_2 (n+4) + 2(n+1) T_2^2) + T_1 T_2^2 (n^2 + 3n + 2)$,

$d_3 = \tau^2 + \tau (4T_1 + 2T_2 (n+2)) + 4T_1 T_2 (n+1) + T_2^2 n(n+1)$, $d_4 = 2\tau + 2T_1 + 2nT_2$,

$$k_p = \frac{e^{-\tau s}}{k} (1 - T_2 J)^{n-1} (d_0 J^3 - d_1 J^2 + d_2 J + d_3) + 2k_d J, \quad (6)$$

unde $d_0 = \tau T_1 T_2$, $d_1 = \tau(T_1 + T_2) + T_1 T_2 (n+2)$, $d_2 = \tau + 2T_1 + T_2 (n+1)$, $d_3 = 1$,

$$k_i = \frac{e^{-\tau s}}{k} J(1 - T_1 J)(1 - T_2 J)^n - k_d J^2 + k_p J. \quad (7)$$

În cazul când în relația (1) $\tau=0$ parametrii reguletoarelor P, PI și PID se determină de relațiile prezentate mai jos. Pentru determinarea valorii parametrului reguletoarelor P se utilizează expresia algebrică obținută în [4,5]

$$k_p = \frac{1}{k}(1-T_1J)(1-T_2J)^n. \quad (8)$$

Pentru determinarea valorilor parametrilor regulatorului PI se utilizează expresiile algebrice obținute în [4,5]

$$k_p = \frac{1}{k}(1-T_2J)^{n-1}(-d_0J^2 + d_1J - d_2), \quad (9)$$

unde $d_0 = T_1T_2(n+2)$, $d_1 = 2T_1 + T_2(n+1)$, $d_2 = 1$,

$$k_i = \frac{1}{k}J(1-T_1J)(1-T_2J)^n + k_pJ. \quad (10)$$

În cazul acordării regulatorului PID după metoda GMS a fost soluționată următoare expresie algebrică [4,5]

$$k_d = \frac{1}{2k}(1-T_2J)^{n-2}(-d_0J^2 + d_1J - d_2), \quad (11)$$

unde $d_0 = T_1T_2^2(n^2+3n+2)$, $d_1 = 4T_1T_2(n+1) + T_2^2n(n+1)$, $d_2 = 2T_1 + 2nT_2$,

$$k_p = \frac{1}{k}(1-T_2J)^{n-1}(-d_0J^2 + d_1J + d_2) + 2k_dJ, \quad (12)$$

unde $d_0 = T_1T_2(n+2)$, $d_1 = 2T_1 + T_2(n+1)$, $d_3 = 1$,

$$k_i = \frac{1}{k}J(1-T_1J)(1-T_2J)^n - k_dJ^2 + k_pJ. \quad (13)$$

Parametrii de acord ai reguletoarelor P, PI și PID k_p , k_i și k_d sunt funcții de parametrii cunoscuți ai obiectului și gradul de stabilitate J necunoscut al SRA: $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ (vezi relațiile (2)-(12). Conform acestor relații la valorile cunoscute ale parametrilor obiectului și la variația gradului de stabilitate J în limitele respective se efectuează calcule iterative și se construiesc funcțiile respective. rezultatele obținute sunt prezentate în fig. 4, 5.

3. Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a reguletoarelor P, PI și PID la modelul obiectului de tip (1) stabil vom admite valori arbitrare ale parametrilor obiectului $k=0,5$, $T_1=10$, $T_2=2$, $\tau=2$ și $n=1, 2, 3, 4$ și cazul pentru aceste elemente când $\tau=0$ vom efectua calculele respective folosind procedura expusă mai sus.

În rezultatul efectuării calculelor parametrilor reguletoarelor P, PI, PID s-au obținut curbele respective după care s-au ales seturi de valori J - $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$, s-a efectuat simularea pe calculator în pachetul de programe MATLAB (figura 2). În tabelele 2 (obiectul cu timp mort) și 3 (obiectul fără timp mort) sunt prezentate valorile optime ale parametrilor de acord ai reguletoarelor P, PI, PID și performanțele sistemelor automate cu reguletoarele acordate după metoda gradului maximal cu iterații.

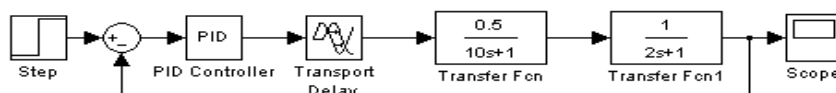


Fig. 2. Schema de simulare pe calculator a SA.

Tabelul 2.

| Nr. crt. | Regulator P | | | Regulator PI | | | | | Regulator PID | | | | | | |
|----------|-------------|-------|----------|--------------|-------|-------|----------|----------|---------------|-------|-------|----------|----------|--------------|----------|
| | J | k_p | t_r, s | J | k_p | k_i | T_i, s | t_r, s | J | k_p | k_i | T_i, s | k_d, s | $\sigma, \%$ | t_r, s |
| 1 | 0,3 | 1,6 | 14,4 | 0,13 | 1,196 | 0.111 | 9,01 | 46 | 0,19 | 1,44 | 0,105 | 9,524 | 0,78 | | 57 |
| 2 | 0,23 | 0,758 | 22 | 0,12 | 1,114 | 0.112 | 8,93 | 37 | 0,21 | 2,11 | 0,201 | 4,97 | 3,10 | 4,28 | 19 |
| 3 | 0,2 | 0,432 | 28 | 0,1 | 0,838 | 0,084 | 11,9 | 50 | 0,19 | 2,16 | 0,189 | 5,29 | 4,52 | 7,21 | 36 |
| 4 | 0,18 | 0,269 | 33 | 0,09 | 0,684 | 0,068 | 14,71 | 61 | 0,17 | 1,66 | 0,134 | 7,46 | 3,99 | 3,92 | 27 |

Tabelul 3.

| Nr. crt. | Regulator P | | | Regulator PI | | | | | Regulator PID | | | | | | |
|----------|-------------|-------|----------|--------------|-------|-------|----------|----------|---------------|-------|-------|----------|----------|--------------|----------|
| | J | k_p | t_r, s | J | k_p | k_i | T_i, s | t_r, s | J | k_p | k_i | T_i, s | k_d, s | $\sigma, \%$ | t_r, s |
| 1 | 0,3 | 1,6 | 16 | 0,13 | 3,25 | 0.438 | 2,28 | 23 | 0,37 | 3,39 | 0,523 | 1,91 | 1,34 | 11 | 25 |
| 2 | 0,23 | 0,758 | 22 | 0,15 | 1,54 | 0.158 | 6,33 | 27 | 0,23 | 4,37 | 0,42 | 2,38 | 7,78 | | 9 |
| 3 | 0,2 | 0,432 | 27 | 0,12 | 1,06 | 0,107 | 9,34 | 40 | 0,22 | 2,75 | 0,232 | 4,31 | 5,8 | | 17 |
| 4 | 0,18 | 0,269 | 30 | 0,1 | 0,82 | 0,082 | 12,19 | 52 | 0,18 | 1,98 | 0,154 | 6,5 | 3,99 | | 26 |

Procesele tranzitorii ale sistemului automat cu regulatorul PI , PID respectiv pentru $n=1,2,3,4$ (vezi tabelul 2 și 3) sunt prezentate în figura 3 (a, c- regulatorul PI, b, d – regulatorul PID).

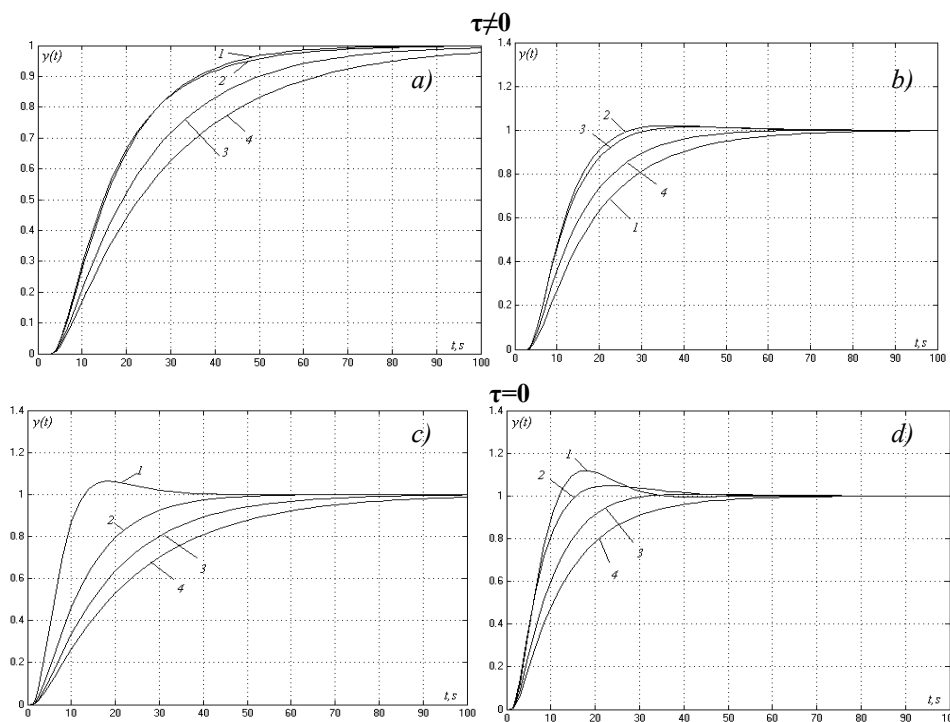


Fig. 3. Procesele tranzitorii ale sistemului automat.

4. Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă analitică de acordare a reguletoarelor de tipul PI, PID la obiecte cu inerție și timp mort.
- Pentru sistemul automat cu regulatorul PI și PID procesele tranzitorii sunt aperiodice.
- Robuștețea SA cu regulatorul P și PID acordate după metoda GMS cu iterații la variația parametrilor modelului obiectului (1) este mai ridicată.

Bibliografie

1. Dorf, R. K., Bishop, R. X. *Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control Systems)*. Moskva: Laboratoria Bazovîh Znaniî, 2004. - 832s.
2. Preitl, Ș., Precup, R. E. *Introducere în ingineria reglării automate*.- Timișoara: Editura Politehnica, 2001. - 334 p.
3. Zagarii, G. I., Shubladze, A. M. *Sintez system upravlenia na osnove criteria maksimalnoi stepeni ustoichivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.
4. Izvoreanu, B., Fiodorov, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method.//*In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control*. – București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.
5. Fiodorov, I., Izvoreanu, B., Pisarenco, M. Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia. //*In Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul L(LIV), Fasc.5A, Electrotehnică, Energetică, Electronică*, 2004, pp. 63-68.