

MODELUL PROCESULUI DE CRISTALIZARE PE SUPRAFAȚA CILINDRICĂ

Autor: Andrei IURCIȘIN

Conducător științific: dr., conf. univ. Leonid IVANOV

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *Procesul schimbului de căldură complicat al transferului de fază pe suprafața cilindrică reprezintă interes din punct de vedere tehnic, astfel încât aparatele de schimb de căldură ca regulă au o astfel de formă. Studiul procesului dat este justificat prin importanța sa economică fiindcă, luând în considerație faptul că prin metoda dată se separă partea solidă de cea lichidă dintr-o soluție, ea este o alternativă a procesului de evaporare necesitând un consum de energie mult mai redus și respectiv are un cost mai mic. Scopul studiului este de a pune baza calculului de proiectare a instalațiilor ce folosesc metoda dată.*

Cuvinte cheie: *Cristalizare, suprafața cilindrică.*

Vom urmări procesul de cristalizare pe suprafața cilindrică. Acceptăm următoarele aproximații: proprietățile termo-fizice ale materialelor sunt constante și nu depind de temperatură și se schimbă doar în cazul transferului de fază, efectele de frontieră se neglijează, temperatura stării lichide este constantă.

Ecuția conductibilității termice se scrie sub forma:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} = a_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_1}{\partial R} \right), R_1 \leq R \leq \xi \quad (1)$$

$$T(R_1) = T_0; \quad T_1(R_2) = T_2(R_2) \quad (2)$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} + V \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = a_2 \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial T_2}{\partial R} \right), \xi \leq R \leq R_2 \quad (3)$$

$$\left. \frac{dT_2}{dR} \right|_{R=\xi} = -\frac{\alpha}{\lambda_2} (T_n - T_c) \quad (4)$$

$$T(R_2) = f(\tau) \quad (5)$$

$$\lambda_1 \frac{dT_1}{dx} - \lambda_2 \frac{dT_2}{dx} = \rho L w \frac{d\xi}{d\tau} \quad (6)$$

unde:

T_0 - temperatura de vaporizare a agentului frigorific, K ; T_1 - temperatura în peretele aparatului, K ; T_2 - temperatura la suprafața produsului, K ; T_c - temperatura mediului ambiant, K ; L - căldura latentă de înghețare, J/kg ; R - raza, m ; ξ - coordonata zonei de înghețare, m ; ρ - densitatea specifică a gheții, kg/m^3 ; α - coeficient de convecție, $W/(m^2 K)$; w - umiditatea aerului, kg/kg ; λ - coeficient de conductibilitate, $W/(mK)$; V - viteza stării lichide lângă zona de gheață, m/s ; τ - timpul, s ; a - coeficient de termoconductibilitate, m^2/s .

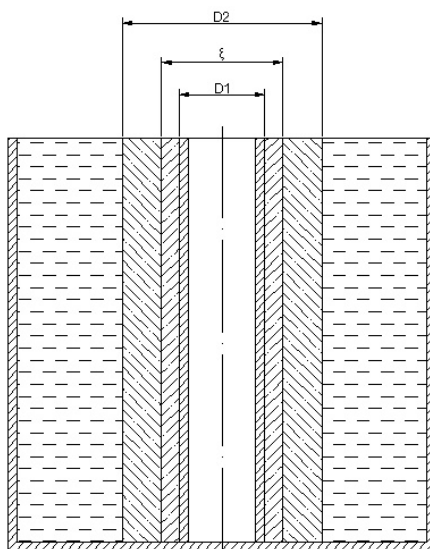


Fig. 1 Schema principală a procesului de cristalizare pe suprafața cilindrică.

Pentru simplificarea problemei acceptăm grosimea stratului de gheață pe cilindru ca pe o suprafață plană.

Rezolvarea ecuației (1) utilizând ecuația Laplace are forma:

$$\frac{T_1 - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0 \left(\mu_n \frac{2}{R_1} \right) \exp(-\mu_n^2 F_0) \quad (7)$$

unde:

μ_n - rădăcinile funcției caracteristice

$$I_0(\mu) \left[B_i \cos k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu - k_a^{1/2} k_R \mu \sin k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu \right] - k_\varepsilon I_1(\mu) \left[B_i \sin k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu + k_a^{1/2} k_R \mu \cos k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu \right] = 0 \quad (8)$$

$$A_n = \frac{2\alpha R k_\varepsilon \left[k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n + B_i \operatorname{tg} k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n \right]}{\lambda \mu_n I_0(\mu_n) \sin k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n} \cdot \left\{ \left[k_\varepsilon^2 k_a (k_R - 1)^2 \mu_n^2 + B_i^2 \right] \cdot \operatorname{ctg} k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n + \frac{2k_\varepsilon k_a^{1/2} (k_R - 1)}{\sin 2k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n} \cdot \left[B_i^2 + k_a (k_R - 1)^2 \mu_n^2 \right] + \left[k_a (k_R - 1)^2 \mu_n^2 + 2k_\varepsilon k_a^{1/2} (k_R - 1) B_i + k_\varepsilon^2 B_i^2 \right] \cdot \operatorname{tg} k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n + k_\varepsilon k_a (k_R - 1)^2 \mu_n^2 + 2k_\varepsilon k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n B_i - \frac{k_\varepsilon B_i}{\mu_n} \right\}$$

unde:

$$k_a = \frac{a_1}{a_2}; k_R = \frac{R_2}{R_1}; k_\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \sqrt{\frac{\lambda_1 c_1 \rho_1}{\lambda_2 c_2 \rho_2}}.$$

Rezolvarea ecuației (3) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{T_2(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \sum \frac{2 \sin \left[k_a^{1/2} \left(k_R - \frac{2}{R_1} \right) \mu_n \right] \exp(-\mu_n^2 F_0)}{\mu_n \left[\frac{k_\varepsilon^2 - 1}{k_\varepsilon} \sin^2 k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n - \frac{1}{2\mu_n} \sin k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n + b \right]} \quad (9)$$

unde:

$$\begin{aligned}
 b &= k_a^{1/2}(k_R - 1) + \frac{1}{k_\varepsilon} \\
 &- \lambda_1(T_c - T_0) \frac{d}{dR} \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0 \left(\mu_n \frac{r}{R_1} \right) \exp(-\mu_n^2 F_0) + \\
 &+ \lambda_2(T_c - T_0) \frac{d}{dR} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \left[\sin k_a^{1/2} \left(k_R - \frac{2}{R_1} \right) \mu_n \right] \exp(-\mu_n^2 F_0)}{\mu_n \left[\frac{k_\varepsilon^2}{k_\varepsilon} \sin^2 k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n - \frac{\sin^2 k_a^{1/2} (k_R - 1) \mu_n}{2 \mu_n} \right]} = \quad (10) \\
 &= L \rho w \frac{d\xi}{d\tau}
 \end{aligned}$$

Rezolvarea ecuației (10) este obținută în limitele aproximărilor acceptate mai sus pentru regimul nestaționar al schimbului de căldură în timpul cristalizării. În timpul instalării regimului, când produsul lichid se va răci până la temperatura mai joasă de 4 °C, atunci pentru un calcul ingineresc e de ajuns de analizat problema cvazistaționară (1) și (3), mărimea $\frac{\partial T}{\partial \tau} \approx 0$, atunci ecuația radical se simplifică fără abatere de la caracteristicile fizice.

Distribuirea temperaturii în stratul de gheață:

$$T_1 = \frac{(T_{cr} - T_0)}{\ln \frac{3}{R_0}} \ln \frac{R}{R_0} + T_0, \quad R_0 \leq R \leq \xi \quad (11)$$

Distribuirea temperaturii la marginea stratului de lichid al produsului, în acest caz va fi:

$$\frac{1}{R} \frac{dT_2}{dR} = 0, \quad T_2 = T_{cr} \cdot e^{a \frac{v}{R-\xi}}, \quad R > \xi \quad (12)$$

Acceptarea aproximărilor în timpul schimbului convectiv la marginea stratului permite să scriem ecuația (6) sub forma:

$$\frac{L \rho w (T_0 + \xi)^2}{\lambda_1 (T_{cr} - T_0)} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{\xi}{R_0} \right) + \frac{1}{4} \right] = \tau \quad (13)$$

Înlocuind valoarea timpului vom obține grosimea stratului de gheață pe suprafața vaporizatorului mașinii frigorifice. Știind grosimea lui, putem determina variația fluxului de căldură de la produs către agentul frigorific, astfel putem afla eficiența de lucru a mașinii frigorifice.

Bibliografie

1. Ivanov L., Țilinscaia N., Bantiș L., Pisarenco V., *Procesul de concentrare a produselor alimentare lichide în flux continuu*. Brevet de invenție MD 132 2009.04.30
2. Ivanov L., Pisarenco V., Leanca A., *Modelul procesului de concentrare a sucurilor prin metoda înghețării apei*. Conferința tehnică științifică UTM. Chișinău 2007, p. 233-234
3. Лыков А.В. *Теория теплопроводности*. Высшая школа Москва 1967, с. 599.