

# DESCRIEREA MODELULUI MATEMATIC AL PROCESULUI DE SEPARARE A COMPONENTELOR NUCII ÎN CÂMP ELECTRIC

**Autorii: Ruslan ȚĂRNĂ, Svetlana BARBAIAN**  
**Conducător științific: conf. Ruslan ȚĂRNĂ**

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Abstract:** Este prezentat modelul matematic în ecuații diferențiale pentru procesul de separare a componentelor nucilor, pe baza unui separator electric tip tunel. În urma rezolvării sistemului ecuațiilor de forțe, care acționează asupra componentelor nucii în câmp electric s-au determinat corelațiile dintre coordonatele componentelor nucii și timp. Astfel majorarea calității de separare poate fi obținută utilizând principiul electric de separare.

**Cuvinte cheie:** separator electric tip tunel, proces de separare, nuci, principiul electric de separare, forțe de acționare, divizare, factori aerodinamici, conductivitate electrică.

În majoritatea cazurilor procesul de separare a componentelor nucii se axează pe principiul pneumatic de separare, care nu asigură gradul necesar de separare. În opinia noastră, majorarea calității de separare poate fi obținută utilizând principiul electric de separare. Dacă în cazul procedeelor mecanice de separare se utilizează diferența dintre mărimi, densitate, starea suprafețelor particulelor, atunci în cazul procedeelor electrice – diferența dintre conductivitate electrică, permitivitate dielectrică, polarizare, proprietatea de a primi și a ceda sarcina electrică. Este de remarcat faptul, că proprietățile electrice ale materialului se află în legătură strânsă cu proprietățile mecanice și componența biologică [9, 10].

Esența procesului de separare electrică poate fi studiată în cazul modelării procesului cu evidența condițiilor geometrice, cinematice și mecanice de similitudine. Mișcarea componentelor nucii în procesul de separare electrică este determinată de factori aerodinamici. La căderea liberă centrele de dispersie a componentelor neomogene coincid. La aplicarea câmpului electric centrele de dispersie a componentelor se detașează. Cu cât este mai mare deviația dintre centrele de dispersie, cu atât mai bine are loc divizarea. Gradul de divizare se determină cu raportul forțelor de acționare.

Modelarea matematică a procesului de separare a componentelor nucii este prezentată pe un separator electric tip tunel (figura 1).

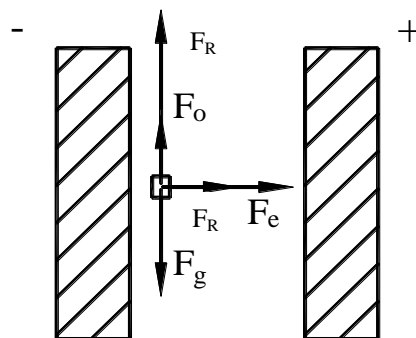


Figura1. Schema mișcării particulei în separatorul electric.

Asupra fiecărui component din instalația de separare acționează un sistem de forțe: [11, 12]:

Forța de greutate:

$$F_g = \rho V g = \frac{\pi}{6} d^3 \rho g, \quad (1)$$

în care:  $d$  – diametrul particulei, m;  
 $\rho$  - densitatea materialului, kg/m<sup>3</sup>;  
 $g$  – accelerația căderii libere, m/s<sup>2</sup>;  
 $V$  – volumul particulei, m<sup>3</sup>.

Forța Arhimede:

$$F_o = \rho_o V g = \frac{\pi}{6} d^3 \rho_o g, \quad (2)$$

în care  $\rho_o$  - densitatea mediului electric în separatorul electric, kg/m<sup>3</sup>;

Forța electrică:

$$F_K = qSE = \pi q d^2 E, \quad (3)$$

în care:  $q$  – densitatea de suprafață a sarcinii electrice a particulei, C/m<sup>2</sup>;  
 $E$  – intensitatea câmpului electric, V/m;

Forța de rezistență a mediului îndreptată în sens opus mișcării particulei [7]:

$$F_R = F_{RS} + F_{RM} + F_{RN} = 3\pi\mu v d + \sqrt{\frac{3d^3 \mu \rho_o v^3}{g}} + \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{v^2 d^2 \rho_o}{g}}, \quad (4)$$

în care:  $F_R$  – rezistența viscozității mediului (legea lui Stokes);  
 $F_{RM}$  – rezistența suplimentară a stratului marginal;  
 $F_{RN}$  – rezistența hidrodinamică (legea lui Newton).

În legătură cu faptul, că în punctul de cădere inițial viteza particulei este nulă, forța de rezistență a mediului se mărește cu trecerea timpului de la zero până la valoarea maximală. Forța  $F_R$  peste o anumită perioadă mică de timp se apropie de valoarea sa maximă, după ce rămâne constantă.

Ațiunea mediului depinde de caracterul mișcării aerului între electrozi. Se acceptă că mediul de aer în separator este imobil. Forțele examinate sânt cele mai principale din care acționează, dar nu sânt unice. Toate simplificările acceptate permit de a stabili particularitățile de bază ale procesului de divizare în separator.

Pentru fiecare particulă supusă separării se poate scrie o ecuație de mișcare cu evidența tuturor forțelor de acționare:

$$m_i \vec{a}_i = \vec{F}_{gi} + \vec{F}_o + \vec{F}_k + \vec{F}_{Ri}, \quad (5)$$

în care:  $i - 1, 2, 3, \dots, n$  – numărul de particule;  
 $a_i$  – accelerația particulei, m/s<sup>2</sup>.

Deoarece luarea în considerație a interacțiunii tuturor particulelor în sistem prezintă o oarecare dificultate este rațional de a determina caracteristicile medii de mișcare a particulelor în câmp electric. Atunci traiectoriile medii de mișcare vor fi:

$$m \frac{dv}{d\tau} = \vec{F}_g + \vec{F}_o + \vec{F}_k + \vec{F}_R. \quad (6)$$

Mișcarea particulelor se examinează într-un sistem de coordonate biaxial imobil, perpendicular plăcilor electrozilor. Punctul de ieșire a particulei se acceptă ca fiind începutul coordonatelor, axa  $y$  fiind acceptată vertical în jos.

Proiectarea ecuației (5) pe axele de coordonate rezultă:

$$m \frac{dv_x}{d\tau} = F_e - F_{Rx}, \quad (7)$$

$$m \frac{dv_y}{d\tau} = F_g - F_o - F_{Ry}. \quad (8)$$

Analiza traiectoriilor particulelor în separatorul electric demonstrează, că influența forței  $F_{Rx}$  este neesențială, și poate fi neglijată. Atunci ecuația de mișcare:

$$m \frac{dv_x}{d\tau} = F_k, \quad (9)$$

$$m \frac{dv_y}{d\tau} = F_g - F_o - F_{Ry}. \quad (10)$$

Forța de acționare a câmpului electrostatic, îndreptată perpendicular mișcării particulelor electrizate, care cad sub acțiunea forței de greutate, nu are componentă în direcția vitezei de decantare și nu poate de aceea să mărească și nici să micșoreze această viteză, dar numai modifică continuu viteza ei. Reieșind din aceasta, examinăm ecuația sistemului de forțe în direcție verticală:

$$m \frac{dv_y}{d\tau} = F_g - F_o - F_{Ry}. \quad (11)$$

Pentru calcule practice a vitezei de decantare un interes deosebit prezintă metoda lui P. Liașenco, care a determinat grafic dependențe  $Re = f(K_R Re^2)$ . Aici  $K_R$  – coeficient de rezistență. Cercetările ulterioare [11] au permis de a preciza legitățile de mișcare a particulelor în câmp gravitațional.

Ecuația de decantare a particulei pe axa y:

$$m \frac{dv_y}{d\tau} = mg - m_o g - K_R \rho_o S_o \frac{v_y^2}{2}, \quad (12)$$

în care  $S_o$  – aria secțiunii transversale a particulei.

Particularitatea mișcării particulelor electrizate în câmp electric, constă în aceea, că coeficientul de rezistență  $K_R$  și mărimea vitezei de decantare depind de timp, viteza inițială și poziția particulei dintre electrozi. Considerând că coeficientul de rezistență este o mărime medie, utilizăm metoda elaborată pentru cazul mișcării în câmp gravitațional [11].

Luând în considerație cele menționate ecuația pentru particule de formă sferică va fi:

$$\frac{dv_y}{d\tau} = g \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho} - \frac{3}{4} \frac{K_R v_y \rho_o}{d\rho}. \quad (13)$$

Din ecuația criteriului Reynolds:

$$v_y = \frac{Re \mu}{d\rho_o}, \quad (14)$$

$$dv_y = \frac{\mu}{d\rho_o} d Re. \quad (15)$$

Înlocuind valorile  $v_y$  și  $dv_y$  obținem:

$$\frac{\mu}{d\rho_o} \frac{d Re}{d\tau} = g \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho} - \frac{3}{4} \frac{K_R \rho_o}{d\rho} \frac{\mu^2 Re^2}{d^2 \rho_o^2}, \quad (16)$$

sau

$$\frac{4}{3} \frac{d^2 \rho}{\mu} \frac{d Re}{d\tau} = \frac{4}{3} \frac{\rho_o g (\rho - \rho_o) d^3}{\mu^2} - K_R Re^2. \quad (17)$$

După divizarea variabilelor și integrare obținem:

$$\frac{3}{4} \frac{\mu}{d^2 \rho} \int_0^t dt = \int_{Re_o}^{Re_s} \frac{d Re}{\frac{4}{3} \frac{\rho_o g (\rho - \rho_o) d^3}{\mu^2} - K_R Re^2}. \quad (18)$$

Examinând mișcarea particulei la viteza stabilită în cazul căderii libere putem accepta:

$$\frac{4}{3} \frac{\rho_o g (\rho - \rho_o) d^3}{\mu^2} = K_R Re_s^2. \quad (19)$$

De aici determinăm valoarea  $Re$  la viteza inițială și finală a particulei. Timpul  $\tau$ , necesar pentru atingerea vitezei stabilite la căderea liberă, poate fi determinat prin relația:

$$\frac{3}{4} \frac{\mu}{d^2} t = \int_{Re_o}^{Re_s} \frac{d Re_1}{K_R Re_s^2 - K_R Re_1^2}. \quad (20)$$

În ecuație funcția  $K_R Re_1^2$  poartă un caracter empiric. Ecuația se rezolvă prin integrare grafică. Ecuația mișcării pe axa  $x$ :

$$m \frac{dv_x}{d\tau} = qSE. \quad (21)$$

Întrucât la  $t=0$  viteza  $v_x=0$ , atunci:

$$v_x = \frac{qSE}{m} \tau, \quad (22)$$

și pentru particulele de formă sferică:

$$v_x = \frac{6qE}{\rho d} \tau, \quad (23)$$

în care  $\tau$  – timpul determinat din condiția mișcării particulei pe axa  $y$ .

Luând în considerație dependența vitezei căderii libere a particulei în funcție de timp  $v_y = f(\tau)$ , determinăm coordonatele (calea particulei în câmpul electric).

$$y = \int_0^t v_y d\tau, \quad (24)$$

$$x = \int_0^t v_x d\tau. \quad (25)$$

Dacă considerăm că:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{6qE}{\rho d} \tau, \quad (26)$$

atunci:

$$x = \int_0^x dx = \frac{2qE}{\rho d} \int_0^t \tau d\tau, \quad (27)$$

sau

$$x = \frac{3qE}{\rho d} \tau^2. \quad (28)$$

Pentru utilizarea rezultatelor separării electrice în model asupra procesului în aparat se determină condițiile la limită. Condițiile la limită inițiale: la  $\tau=0$   $v=0$ . Condițiile la limită marginale: la  $q=0$  sau  $E=0$   $v=0$ ; la  $\tau>0$   $v=f(d, \rho, g, \mu)$  și  $v_{max}=v$ .

Atunci ecuația are o singură soluție:

$$F_g + F_o + F_K + F_R = \frac{mdv}{d\tau}. \quad (29)$$

Împărțind termenii ecuației la greutatea particulei, examinând în mărimi vectoriale numai valorile scalare obținem:

$$\frac{F_o}{F_g} = \frac{\rho_o Vg}{\rho Vg} = \frac{\rho_o}{\rho} \rightarrow \frac{1}{Ar}; \quad (30)$$

$$\frac{F}{F_g} = \frac{qSE}{\rho Vg}; \quad (31)$$

$$\frac{F_R}{F_g} = \frac{K_R \rho_o F_g v^2}{\rho Vg} \rightarrow \frac{1}{Re}; \quad (32)$$

$$\frac{mv}{F_g \tau} = \frac{mv}{\rho Vg \tau} = \frac{v}{g \tau} \rightarrow \frac{1}{H_o} \quad (33)$$

Prin urmare, au fost obținute următoarele criterii de similitudine:

$$Ar, Re, Ho, \frac{qSE}{\rho Vg}. \quad (34)$$

Ultima expresie caracterizează raportul forței de interacțiune a câmpului electric cu sarcina particulei către forța de gravitație și se numește criteriu electrostatic [11].

$$\Phi_E = \frac{qSE}{\rho Vg}. \quad (35)$$

Prin urmare, similitudinea procesului de separare electrică se determină prin corelația a patru mărimi [11].

Criteriul Reynolds:

$$Re = \frac{vd\rho_o}{\mu}; \quad (36)$$

Criteriul Arhimede:

$$Ar = \frac{d^3 g\rho_o(\rho - \rho_o)}{\mu^2}; \quad (37)$$

Criteriul gabaritelor

$$Ho = \frac{vt}{d} = \frac{H}{d}, \quad (38)$$

în care  $H$  – înălțimea electrozudului.

Și criteriul electric:

$$\Phi_E = \frac{q \cdot S \cdot E}{\rho \cdot V \cdot g}. \quad (39)$$

## Bibliografie

1. Suplimentar Алексеев Е. Л., Пахомов В. Ф. *Моделирование и оптимизация технологических процессов в пищевой промышленности*. Москва: Агропромиздат, 1987. 271 с.
2. Suplimentar Бондарь А. Г. *Математическое моделирование в химической технологии*. Киев: Вища школа, 1973. 280 с.
3. Suplimentar Кафаров В. В., Перов В. Л., Мещалкин В. П. *Принципы математического моделирования химико-технологических систем*. Москва: Химия, 1974. 344 с.
4. Suplimentar Кафаров В. В., Глебов М. Б. *Математическое моделирование основных процессов химических производств*. Москва: Высшая школа, 1991. 400 с.
5. Suplimentar Копечицкий Е. С. *Анализ и расчет электрических полей*. Москва: МЭИ, 1977. 137 с.
6. Suplimentar Месеняшин А. И. *Электрическая сепарация в сильных полях*. Москва: Недра., 1978. 295 с.
7. Савин Г. Н. *Механика деформируемых тел*. Киев: Наукова думка, 1979. 466 с.
8. Suplimentar Стабников В. Н., Лысянский В. М., Попов В. Д. *Процессы и аппараты пищевых производств*. Москва: Агропромиздат, 1985. 510 с.
9. Suplimentar *Физические основы электрической сепарации* / В.И. Ребнивецова. Москва: Недра, 1983. 143 с.
10. Suplimentar *Электрозерноочистительные машины* / А.М. Басов. Москва: Машиностроение, 1967. 201 с.
11. *Электростатические сепараторы свободного падения* / А. И. Ангелов Москва: Недра, 1970. 160 с.
12. *Электротехнология* / А.М. Басов. Москва: Агропромиздат, 1985. 256 с.