

RELAȚIA ÎNTRE STRUCTURA ȘI PROPRIETĂȚI: PROCESE REVERSIBILE

V. Marina

Universitatea Tehnică a Moldovei

INTRODUCERE

În baza sistemului complet de ecuații ale modelului structural se analizează comportarea conglomeratului cristalin polifazic. Toate materialele utilizate în tehnică sunt la scara microscopică neomogene. Datorită neomogenității structurii materialului, pentru orice stări de solicitare la scara macroscopică a acestuia, tensiunile și deformațiile se repartizează neuniform. Pentru detalierea acestor aspecte se recomandă consultarea lucrărilor [1] - [7] în care au fost formulate principiile de trecere de la starea termomecanică la scara microscopică la starea termomecanică la scara macroscopică. În legătură directă cu astfel de studii, lucrarea de față evidențiază modul de construire a ecuațiilor constitutive la scara macroscopică în baza relațiilor fizice la scara microscopică. Menționăm că în modelul structural elaborat în [1] - [5] elementul de volum macroscopic ΔV_0 se consideră compus dintr-un număr infinit de subelemente, care sunt legate cinematic între ele și posedă proprietăți termomecanice diferite.

Legile de mișcarea și ecuațiile geometrice ale Mecanicii solidului deformabil nu conțin referiri la structura reală a materialului și ca urmare nu depind de modelul microscopic. De aceasta generalizare nu se bucură ecuațiile constitutive; volumul elementar în care pot fi reflectate proprietățile medii ale materialului are dimensiuni finite și ca urmare nu poate fi schematizat sub formă de punct lipsit de structură și dimensiuni. Noțiunea cheie în micromecanică o constituie volumul elementar ΔV_0 care conține un număr suficient de elemente de structură pentru a caracteriza proprietățile medii ale materialului compozit.

Numeroasele cercetări teoretice și experimentale efectuate în ultimii 30 de ani demonstrează cu certitudine că evoluția proceselor de deformație și fisurare la scara macroscopică este condiționată de tabloul actual al stărilor de tensiune în elementele de structură, care în fond reflectă memoria materialului compozit. Dacă se admite că reacția unui element de structură depinde numai de starea locală de tensiune, reacția conglomeratului

este determinată de mulțimea stărilor de tensiune la scara microscopică și nu de cea medie. Astfel în ecuațiile constitutive la scara macroscopică intervin factori care determină influența istoriei acțiunii exterioare asupra comportării conglomeratului.

1. ECUAȚIILE GENERALE ALE MODELULUI STRUCTURAL

În modelul structural tensiunile \tilde{t}_{ij} și deformațiile \tilde{d}_{ij} la scara microscopică permit o descriere mai amplă a comportării materialului deoarece ele caracterizează variabilitatea stărilor termomecanice la distanțe cu mult mai mici decât dimensiunile elementelor de structură. În fig.1 este prezentată în mod schematic stările de tensiune și deformație la scara macroscopică și scara microscopică. „Punctul microscopic” conține un număr suficient de mare de atomi întrucât concepția mediului continuu rămâne valabilă și la scara microscopică.

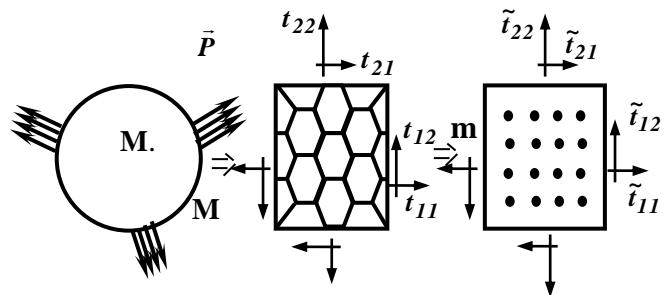


Figura 1.1.

Tensiunile \tilde{t}_{ij} și deformațiile \tilde{d}_{ij} în fiecare micropunct al regiunii ΔV_0 satisfac ecuațiile de echilibru ale mediului continuu și geometrice ale lui Cauchy; dacă la suprafața conglomeratului stările de tensiune și deformație se consideră omogene, atunci se obțin relațiile [8]

$$t_{ij} = \langle \tilde{t}_{ij} \rangle = \frac{1}{\Delta V_0} \int_{\Delta V_0} \tilde{t}_{ij} dV, \quad d_{ij} = \langle \tilde{d}_{ij} \rangle, \quad (1.1)$$

$$\langle \tilde{t}_{ij} \tilde{d}_{ij} \rangle = \langle \tilde{t}_{nm} \rangle \langle \tilde{d}_{nm} \rangle = t_{pq} d_{pq}. \quad (1.2)$$

Din (1.1), (1.2) rezultă că mediile pe volum ale tensiunilor, deformațiilor și produsului lor scalar depind univoc de datele de pe suprafața ΔS_0 . Însă nu toate mărimile termomecanice se bucură de această proprietate, o serie de mărimi termomecanice depind nu numai de datele de pe suprafața conglomeratului, ci și de structura lui. Dacă tensorul tensiune/deformație se descompune în tensor sferic $\bar{\sigma}_0 \delta_{ij}$, $\bar{\epsilon}_0 \delta_{ij}$ și deviator $\bar{\sigma}_{ij}$, $\bar{\epsilon}_{ij}$, atunci

$$\langle \bar{\sigma}_{ij} \bar{\epsilon}_{ij} \rangle \neq \langle \bar{\sigma}_{nm} \rangle \langle \bar{\epsilon}_{nm} \rangle, \langle \bar{\sigma}_0 \bar{\epsilon}_0 \rangle \neq \langle \bar{\sigma}_0 \rangle \langle \bar{\epsilon}_0 \rangle \quad (1.3)$$

Diferența de tipul

$$\Delta = \langle \bar{\sigma}_{ij} \bar{\epsilon}_{ij} \rangle - \langle \bar{\sigma}_{ij} \rangle \langle \bar{\epsilon}_{ij} \rangle \quad (1.4)$$

numită discordanță dintre măsura macroscopică și analogul microscopic potrivit al acesteia este purtătoare de informații despre un șir de elemente de structură a materialului compozit. Modalitatea de descifrare a acestei informații, stabilită în [2,4] apelează la enunțul proprietății pentru discordanța Δ . Conform principiului enunțat [2,4]: “în toate interacțiunile reale discordanțele ating valori extreme”:

$$\Delta = Extr \quad (1.5)$$

Menționăm că principiile extremului discordanțelor mărimilor microscopice medii și respectiv ale analogilor lor macroscopici potriviți nu rezultă din principiile termodinamicii sau ale mecanicii clasice. Ele au un caracter informațional și se numesc principii informaționale. În etapa actuală, este recunoscut faptul că interacțiunea informațională este prezentă în lumea materială alături de celelalte forme de interacțiuni. Sub o formă cantitativă (1.5), principiile informaționale largesc sistemul de ecuații care stabilește relații între stările la scară microscopică și starea macroscopică.

Pe lângă tensiuni/deformații la scară microscopică și macroscopică, în modelul structural, se mai utilizează tensiuni/deformații la nivel de element de structură, definite prin relațiile

$$\bar{t}_{ij} = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \tilde{t}_{ij} dV, \quad \bar{d}_{ij} = \frac{1}{\Delta V} \int_{\Delta V} \tilde{d}_{ij} dV \quad (1.6)$$

Utilitatea introducerii noțiunilor de tensori tensiune și deformație la nivel de element de structură rezultă din postulatul [3]: „fluctuațiile tensiunilor $\bar{t}_{ij} - t_{ij}$ sunt funcții univoce de fluctuațiile deformațiilor $\bar{d}_{ij} - d_{ij}$ ”, în aproximație liniară avem:

$$\bar{t}_{ij} - t_{ij} = \bar{A}_{ijnm} (\bar{d}_{nmn} - d_{nm}) + \langle \bar{A}_{ijnm} (d_{nm} - \bar{d}_{nm}) \rangle \quad (1.7)$$

unde tensorul \bar{A}_{ijnm} reflectă neomogenitatea câmpului tensorului tensiune/deformație la nivel de elemente de structură.

Dacă în conglomerat sunt prezente mai multe faze, atunci în sistemul ordonat de notații vom utiliza și indicele „f”. Astfel tensiunile, deformațiile, tensorul \bar{A}_{ijnm} , ponderea fazelor ψ_f și alte mărimi care se referă la faza „f” se notează prin $\bar{t}_{ij}^f, \bar{t}_{ij}^f, \bar{\sigma}_{ij}^f, \dots, \bar{\epsilon}_{ij}^f, \psi_f$. În continuare legea de compoziție a interacțiunilor (1.7) se va scrie sub forma:

$$\bar{t}_{ij}^f - t_{ij}^f = A_{ijnm}^f (\bar{d}_{nm}^f - d_{nm}^f) - \Delta A_{ijnm}^f d_{nm}^f. \quad (1.8)$$

În tensorul ΔA_{ijnm} se precizează din relația

$$\Delta A_{ijnm}^f d_{nm}^f = \sum_{f=1}^N A_{ijnm}^f \left(\langle \bar{d}_{nm}^f \rangle_{\Omega} - d_{nm}^f \right) \psi_f, \quad (1.9)$$

unde prin $\langle \cdot \rangle_{\Omega}$ este notată medierea după factorul de orientare Ω în cadrul fazei considerate; pentru fiecare fază componentele tensorului A_{ijnm}^f , în sistemul cristalografic de coordonate, se consideră constante.

Dacă tensorii tensiune și deformație la nivel de particulă materială se prezintă sub forma:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{ij}^f &= t_{ij}^f + \Delta \bar{t}_{ij}^f + \Delta \tilde{t}_{ij}^f; \\ \Delta \bar{t}_{ij}^f &= \bar{t}_{ij}^f - t_{ij}^f; \quad \Delta \tilde{t}_{ij}^f = \tilde{t}_{ij}^f - \bar{t}_{ij}^f; \\ \bar{d}_{ij}^f &= d_{ij}^f + \Delta \bar{d}_{ij}^f + \Delta \tilde{d}_{ij}^f; \\ \Delta \bar{d}_{ij}^f &= \bar{d}_{ij}^f - d_{ij}^f; \quad \Delta \tilde{d}_{ij}^f = \tilde{d}_{ij}^f - \bar{d}_{ij}^f; \end{aligned} \quad (1.10)$$

atunci, expresiile (1.2), (1.4) și (1.5) se scriu astfel:

$$\begin{aligned} \sum_{f=1}^N \left(\left\langle \left\langle \Delta \bar{\sigma}_{ij}^f \Delta \bar{\epsilon}_{ij}^f \right\rangle_{\Delta V} + 3 \left\langle \Delta \bar{\sigma}_0^f \Delta \bar{\epsilon}_0^f \right\rangle_{\Delta V} \right\rangle_{\Omega} + \right. \\ \left. + \left\langle \Delta \bar{\sigma}_{ij}^f \Delta \bar{\epsilon}_{ij}^f \right\rangle_{\Omega} + \left\langle 3 \Delta \bar{\sigma}_0^f \Delta \bar{\epsilon}_0^f \right\rangle_{\Omega} \right) \psi_f = 0 \end{aligned} \quad (1.12)$$

$$\sum_{f=1}^N \left(\left\langle \left\langle \Delta \bar{\sigma}_{ij}^f \Delta \bar{\epsilon}_{ij}^f \right\rangle_{\Delta V} + \Delta \bar{\sigma}_{ij}^f \Delta \bar{\epsilon}_{ij}^f \right\rangle_{\Omega} \right) \psi_f = Extr \quad (1.13)$$

unde prin $\langle \cdot \rangle_{\Delta V}$ este notată medierea în cadrul elementului de structură considerat.

În aproximație statistică, care probabil este suficientă pentru descrierea comportării materialelor policristaline, nu se ține seama de particularitățile repartizării tensiunilor/deformațiilor în interiorul elementelor de structură. Expresiile (1.12), (1.13) se scriu sub formă de o singură relație

$$\sum_{f=1}^N \left\langle \Delta \bar{\sigma}_{ij}^f \Delta \bar{\varepsilon}_{ij}^f + 3 \Delta \bar{\sigma}_0^f \Delta \bar{\varepsilon}_0^f \right\rangle_{\Omega} \psi_f = Extr. \quad (1.14)$$

Dacă relațiile între tensiuni și deformații la nivel de elemente de structură sunt cunoscute, atunci expresia (1.1), care se scrie astfel

$$\sigma_{ij} = \sum_{f=1}^N \left\langle \bar{\sigma}_{ij}^f \right\rangle_{\Omega} \psi_f, \quad \sigma_0 = \sum_{f=1}^N \left\langle \bar{\sigma}_0^f \right\rangle_{\Omega} \psi_f, \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{f=1}^N \left\langle \bar{\varepsilon}_{ij}^f \right\rangle_{\Omega} \psi_f, \quad \varepsilon_0 = \sum_{f=1}^N \left\langle \bar{\varepsilon}_0^f \right\rangle_{\Omega} \psi_f, \quad (1.16)$$

și (1.8), (1.9), (1.14) formează un sistem complet de ecuații în baza căruia se pot construi ecuațiile constitutive la scară macroscopică fiind date ecuațiile constitutive la scară microscopică.

2. RELAȚIILE PENTRU TENSIUNILE LOCALE ÎN DOMENIUL REVERSIBIL

În cele ce urmează ne vom limita la analiza sistemului (1.89), (1.9), (1.14)-(1.16) pentru procese în care fiecare element de structură este solicitat în domeniul liniar elastic, adică

$$\bar{\tau}_{ij}^f = C_{ijnm}^f \bar{d}_{nm}^f \quad (2.1)$$

Relația (2.1) este scrisă în sistemul local (cristalografic) de coordonate; astfel încât componentele C_{ijnm}^f pentru fiecare fază sunt mărimi constante. Substituind (2.1) în (1.8), pentru materiale izotrope la scară macroscopică (tensorii A_{ijnm}^f se consideră izotropi), în ipoteza că simetria materială ale elementelor de structură nu este mai joasă decât cea ortotropă vom obține următoarele relații de calcul pentru componentele locale ale deviatorului tensorului deformație și tensorului sferic.

$$\left(b_{11}^f + A^f \right) \bar{\varepsilon}_{11}^f + b_{12}^f \bar{\varepsilon}_{22}^f + b_{13}^f \bar{\varepsilon}_0^f = \left(2G + A^f + \Delta A \right) \varepsilon_{ij} \bar{a}_{i1} \bar{a}_{j1},$$

$$b_{12}^f \bar{\varepsilon}_{11}^f + \left(b_{22}^f + A^f \right) \bar{\varepsilon}_{22}^f + b_{23}^f \varepsilon_0^f = \left(2G + A^f + \Delta A \right) \varepsilon_{ij} \bar{a}_{i2} \bar{a}_{j2},$$

$$b_{13}^f \bar{\varepsilon}_{11}^f + b_{32}^f \bar{\varepsilon}_{22}^f + \left(b_{33}^f + A_0^f \right) \bar{\varepsilon}_0^f = \left(K + A_0^f + \Delta A_0 \right) \varepsilon_0, \quad \bar{a}_{ij} = \cos(\bar{x}_i, x_j) \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{12}^f = \frac{2G + A^f + \Delta A}{A^f + 2b_{66}^f} \varepsilon_{ij} \bar{a}_{i1} \bar{a}_{j2},$$

$$\varepsilon_{13}^f = \frac{2G + A^f + \Delta A}{A^f + 2b_{55}^f} \varepsilon_{ij} \bar{a}_{i1} \bar{a}_{j3}, \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_{23}^f = \frac{2G + A^f + \Delta A}{A^f + 2b_{44}^f} \varepsilon_{ij} \bar{a}_{i2} \bar{a}_{j3},$$

unde

$$3b_{11}^f = 2C_{11}^f + C_{33}^f + C_{23}^f - C_{12}^f - 3C_{13}^f,$$

$$3b_{12}^f = C_{33}^f - C_{22}^f + 2C_{12}^f - 2C_{13}^f,$$

$$3b_{13}^f = 2C_{11}^f - C_{22}^f - C_{33}^f + C_{12}^f + C_{13}^f - 2C_{23}^f,$$

$$3b_{21}^f = C_{33}^f - C_{11}^f + 2C_{12}^f - 2C_{23}^f,$$

$$3b_{22}^f = 2C_{22}^f + C_{33}^f - 3C_{23}^f - C_{12}^f + C_{13}^f,$$

$$3b_{23}^f = 2C_{22}^f - C_{11}^f - C_{33}^f + C_{12}^f + C_{23}^f - 2C_{13}^f,$$

$$3b_{31}^f = C_{11}^f - C_{33}^f + C_{12}^f - C_{32}^f,$$

$$3b_{32}^f = C_{21}^f + C_{22}^f - C_{32}^f - C_{33}^f,$$

$$3b_{33}^f = C_{11}^f + C_{22}^f + C_{33}^f + 2 \left(C_{12}^f + C_{13}^f + C_{23}^f \right) \quad (2.4)$$

$$b_{44}^f = C_{44}^f, \quad b_{55}^f = C_{55}^f, \quad b_{66}^f = C_{66}^f.$$

La scrierea componentelor constantelor de elasticitate $C_{ij} = C_{ji}$ s-a utilizat înlocuirea unei perechi de indici cu unul singur după regula lui Voigt. În relațiile (2.2), (2.4) prin G este notat modulul de forfecare la scară macroscopică, iar prin K-modulul de compresiune, $(K = \sigma_0 / \varepsilon_0)$.

Deoarece matricea (C_{ij}) este simetrică, între componentele b_{ij}^f au loc următoarele relații:

$$b_{12}^f = b_{21}^f + \frac{1}{2} (b_{11}^f - b_{22}^f),$$

$$b_{23}^f = 3b_{32}^f - 2b_{31}^f + \frac{1}{2} (b_{11}^f - b_{22}^f), \quad (2.5)$$

$$b_{13}^f = \frac{1}{2} \left[3b_{31}^f - 3b_{32}^f - \frac{1}{2} (b_{11}^f - b_{22}^f) \right].$$

Dacă sunt cunoscute componentele locale în sistemul cristalografic de coordonate, atunci din relația

$$\bar{\varepsilon}_{nm}^{(f)} = \bar{a}_{pn} \bar{a}_{qm} \bar{\varepsilon}_{pq}^f, \quad (2.6)$$

precizăm valorile medii ale componentelor deviatorului tensorului deformație (în elemente de structură) în sistemul global de coordonate.

Mediul dezordonat, caracteristic majorității materialelor utilizate în tehnică, se consideră statistic-omogen.

În acest caz la integrarea după factorul de orientare Ω sunt valabile relațiile:

$$\langle \bar{a}_{ik} \bar{a}_{jq} \rangle_{\Omega} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kq}, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{ik} \bar{a}_{jk} \bar{a}_{nk} \bar{a}_{mk} \rangle_{\Omega} = \\ = \frac{1}{15} (\delta_{ij} \delta_{nm} + \delta_{in} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jn}), \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \langle \bar{a}_{ik} \bar{a}_{jk} \bar{a}_{nq} \bar{a}_{mq} \rangle_{\Omega} = \\ = \frac{2}{15} \delta_{ij} \delta_{nm} - \frac{1}{30} (\delta_{in} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jn}), \end{aligned} \quad (2.9)$$

Menționăm că în (2.7)-(2.9) nu se produce sumarea după indicii k, q .

3. CAZURI PARTICULARE ALE SISTEMULUI FUNDAMENTAL DE ECUAȚII

În cele ce urmează vom pune în evidență proprietățile fundamentale ale sistemului de ecuații obținut. Cu acest scop vom analiza câteva cazuri particulare în baza cărora se pot formula concluzii privind prioritățile modelului examinat.

3.1. Materiale policristaline monofaze cu rețea cristalină hexagonală

Pentru acest tip de materiale, matricea b_{ij}^f este simetrică

$$b_{ij}^f = b_{ji}, \quad b_{11} = b_{22}, \quad b_{13} = b_{23}. \quad (3.1)$$

Din (3.1), (2.2), (2.4), (1.14) și (1.16) stabilim următorul sistem de ecuații:

$$K = b_{33} - \frac{2b_{13}^2}{b_{11} + b_{12} + A}, \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{2G + A} = \frac{1}{b_{11} - b_{12} + A} + \\ + \frac{b_{33} + A_0}{(b_{11} + b_{12} + A)(b_{33} + A_0) - 2b_{13}^2} + \\ + \frac{1}{b_{44} + A} + \frac{1}{b_{55} + A} + \frac{1}{b_{66} + A}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \left\{ A - \frac{A(2G + A)^2}{5} \left[\frac{1}{(b_{11} - b_{12} + A)^2} + \frac{1}{(b_{66} + A)^2} + \frac{1}{(b_{55} + A)^2} + \frac{1}{(b_{44} + A)^2} + \left(\frac{b_{33} + A_0}{(b_{11} + b_{12} + A)(b_{33} + A_0) - 2b_{13}^2} \right)^2 \right] - \right. \\ \left. - \frac{2}{5} A_0 \left(\frac{(2G + A)b_{13}}{(b_{11} + b_{12} + A)(b_{33} + A_0) - 2b_{13}^2} \right)^2 \right\} \frac{1 - \gamma}{2G} - \\ - \frac{6b_{13}^2 A \gamma}{(b_{11} + b_{12} + A)^2 K} = Extr, \\ \gamma = \frac{3\sigma_0 \varepsilon_0}{t_{nm} d_{nm}} = const. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dacă constantele de elasticitate C_{ij} pentru cristale sunt cunoscute, atunci din (2.4) precizăm valorile numerice ale componentelor matricii (b_{ij}) . Deoarece pentru fiecare stare de tensiune/deformație γ este o mărime constantă, din sistemul (3.2)-(3.4) determinăm valorile parametrilor interni A, A_0 modulul de forfecare G și de compresiune K .

Din analiza sistemului menționat, rezultă că pentru materiale policristaline cu simetria rețelei cristaline mai joasă decât cea cubică, parametrii de macroelasticitate depind nu numai de constantele microscopice C_{ij} , dar și de starea de tensiune/deformație. Verificarea rezultatelor teoretice s-a efectuat în baza datelor experimentale publicate în [9], pentru următoarele materiale policristaline: Beriliu, Cobalt, Magneziu, Titan, Zinc. Pentru materialele menționate abaterea datelor teoretice de la cele experimentale nu depășește mărimea de 1%. În calitate de exemplu ne vom referi la rezultatele obținute pentru conglomeratul Zinc; conform datelor experimentale [9] la temperatură $T = 298K$ materialul examinat are următoarele valori ale constantelor locale de elasticitate

$$\begin{aligned} C_{11} = 165.0; \quad C_{12} = 31.0; \quad C_{13} = 50.0; \\ C_{33} = 62.0; \quad C_{44} = 39.6 \cdot 10^3 \frac{MN}{m^2} \end{aligned}$$

Rezultatele numerice obținute pentru modulul de forfecare G și modulul de compresiune $K^* = \frac{K}{3}$ sunt prezentate în fig. 3.1, a,b.

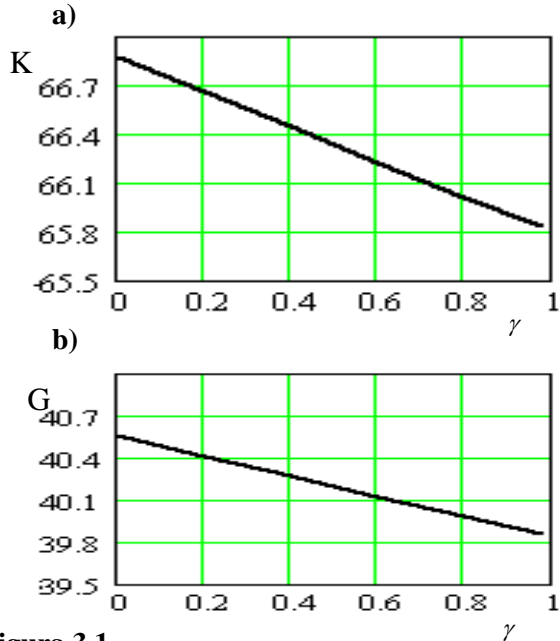


Figura 3.1

Din fig.3.1 rezultă cu claritate că funcțiile $K = K(\gamma)$ și $G = G(\gamma)$ sunt strict liniare. Datele experimentale pentru K^* și G sunt publicate în lucrarea [9] numai pentru solicitarea la întindere a conglomeratului: $G = 41.0 \cdot 10^3 \text{ MN} / \text{m}^2$, $K^* = 66.1 \cdot 10^3 \text{ MN} / \text{m}^2$

În baza valorilor parametrilor interni A, A_0 și de macroelasticitate G, K din (2.2), (2.3) calculăm stările de deformație locale în funcție de orientarea sistemului cristalografic de coordonate.

3.2. Materiale policristaline polifazice cu rețea cristalină cubică

Pentru materiale polifazice cu simetria rețelilor cristaline nu mai joase decât cea cubică ($b_{13}^f = K_{12}^f = 0, K_{66}^f = K_{55}^f = K_{44}^f$), relațiile fundamentale (1.14), (1.15), (1.16), (2.2), (2.3) se descompun în două sisteme independente:

$$\begin{cases} K^* = \left(\sum_{f=1}^N \frac{b_{33}^f \psi_f}{b_{33}^f + A_0^f} \right) \left(\sum_{f=1}^N \frac{\psi_f}{b_{33}^f + A_0^f} \right)^{-1}, \\ \Delta A = \sum_{f=1}^N \frac{A_0^f (K^* - b_{33}^f)}{b_{33}^f + A_0^f} \psi_f, \quad K = K^* - \Delta A_0 \\ A_0 = [2\Delta A_0 + \sum_{f=1}^N A_0^f \psi_f - \sum_{f=1}^N A_0^f \left(\frac{K^* + A_0^f}{b_{33}^f + A_0^f} \right) \psi_f] \frac{1}{K} = \text{Extr}; \end{cases} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} G^* &= \left[5 - \sum_{f=1}^N \left(\frac{2A^f}{b_{11}^f + A^f} + \frac{3A^f}{2b_{44}^f + A^f} \right) \psi_f \right] \times \\ &\times \left[\sum_{f=1}^N \left(\frac{2}{b_{11}^f + A^f} + \frac{3}{2b_{44}^f + A^f} \right) \psi_f \right]^{-1}, \\ \Delta A &= \sum A^f \left[\frac{G^* + A^f}{5} \left(\frac{2}{b_{11}^f + A^f} + \frac{3}{2b_{44}^f + A^f} \right) - 1 \right] \psi_f \\ G &= \frac{1}{2} (G^* - \Delta A) \quad (3.6) \\ \Delta I &= \{ 2\Delta A + \sum_{f=1}^N A^f \psi_f - \frac{1}{5} \sum_{f=1}^N A^f (A^f + G^*)^2 \times \\ &\times \left[\frac{2}{(b_{11}^f + A^f)^2} + \frac{3}{(2b_{44}^f + A^f)^2} \right] \psi_f \} \frac{1}{2G} = \text{Extr}. \end{aligned}$$

Din sistemul (3.5) determinăm valorile modulului de compresiune K și parametrii interni $A_0^f, \Delta A_0$, iar din sistemul (3.6)-modulul de forfecare G și parametrii interni $A^f, \Delta A$.

Calculul caracteristicilor conglomeratului sau efectuat pentru diferite materiale polifazice, cu simetria cubică ale rețelilor cristaline. În fig. 3.2 a,b sunt prezentate respectiv rezultatele numerice pentru discordanțele Δ_0 și Δ_I , pentru conglomeratele

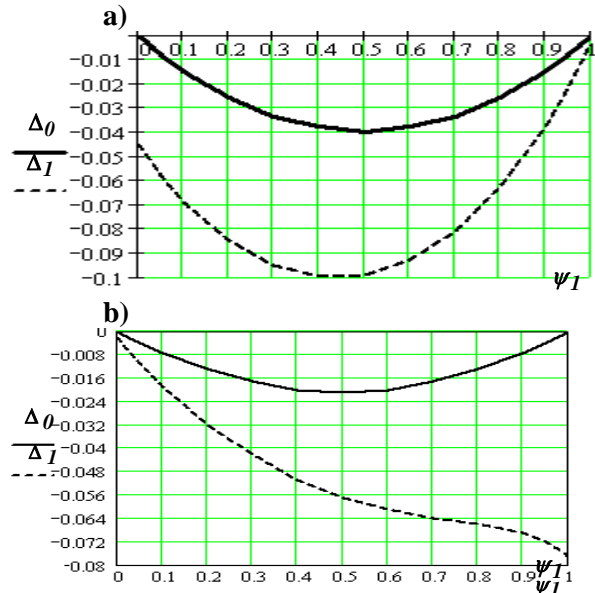


Figura 3.2

$Al-Fe$ ($c_{11}^1 = 10,82; c_{12}^1 = 6,13; c_{44}^1 = 2,85; c_{11}^2 = 23,7;$

$c_{12}^2 = 14,1; c_{44}^2 = 11,6; 10^4 \text{ MN} / \text{m}^2$) și

$Al-Cu$ ($c_{11}^1 = 16,84; c_{12}^1 = 12,14; c_{44}^1 = 7,54; 10^4 \text{ MN} / \text{m}^2$)

Valorile experimentale ale constantelor de microelasticitate c_{ij}^f corespund datelor publicate în [9].

Dependența constantelor de macroelasticitate K și G în funcție de ponderea fazelor ψ_2 , pentru cele două conglomerate este prezentată în fig.3.3 a,b.

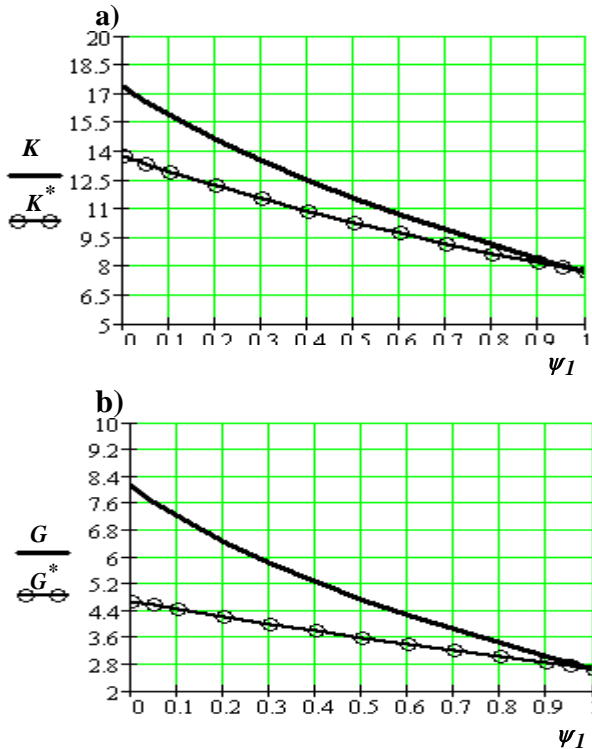


Figura 3.3.

În fig.3.3 prin K și G sunt notate valorile modulului de compresiune și de forfecare pentru conglomeratul $Al-Fe$, iar prin K^* și G^* - $Al-Cu$. Valorile modulului de compresiune în fig.3.3 sunt date în baza definiției tradiționale $K = \sigma_0 / 3\varepsilon_0$.

CONCLUZII

Din modelul structural rezultă că fiecare element de structură la scară microscopică provoacă un efect măsurabil la scară macroscopică. Pornind de la relațiile stabilite între cauză și efect, reușim în baza experiențelor la scară macroscopică să formulăm concluzii în privința microstructurii materialului examinat.

În baza efectelor neliniare stabilite, se poate afirma că există o echivalență între problema directă, adică deducerea ecuațiilor constitutive la scară microscopică, și problema inversă, descifrarea caracteristicilor termomecanice la scară microscopică din macroexperiență. Existența soluției inverse are mare importanță practică și

științifică. Deoarece elementele de structură în conglomerat își modifică unele proprietăți, direcția de cunoaștere de la micro la macro mai ales în procesele reversibile, conduce la unele erori inevitabile la descrierea comportării conglomeratului. Această constatare rămâne valabilă și în problema inversă, deoarece nu toate detaliile elementelor de structură pot fi precizate din macroexperiență. Astfel, procesul de cunoaștere devine mai complet dacă studiul se va efectua în ambele direcții.

Bibliografia

1. Marina V.Iu. Opredelaniuşcie uravnenia pri ciklichescom proporţionalinom deformirovanii nestabilinyh materialov// *Mejdunarodnyi naucinyi jurnal. Prikladnaia mehanica*. Nr.6, 1986, p.92-99.
2. Marina V.Iu. Nelokalinyi podhod k probleme neobrotimogo deformirovania neodnorodnogo tela/. *Cislennye isledovania v mehanike sploşnyh sred*. Chişinău. Ştiinţa, 1987, p.47-53.
3. Marina V.Iu. Mnogoelementnaia modeli, opisvyvaiuşceaia slojnye neizotermiceskie proţessy nagrujenia// *Avtoreferat diss. Doctora fiz.-mat. nauk*. Kiev, 1990, 72p.
4. Marina V. Iu. The structural model of the Polycrystalline Aggregate in the reversible and irreversible processe//, *Metallurgy and New Materials Researches*, vol.IV, Nr.4, ISSN 1221-5503, 1996, p.37-51.
5. Marina V.Iu. State Equation under proportional Nonisothermal Loading// *International Applied Mechanics*, vol.33, Nr.2, 1997, p.9-18.
6. Marina V.Iu. The Principles of the Transition from a Microscopic to a Macroscopic State// *Science of Sintering*, 32(3), 2000, p.115-124.
7. Marina V. Iu. Ob odnom novom metode opredelenia makroskopiceskih parametrov uprugosti//. *Progressivnye tehnologii i sistemy maşinostroenia. Mejdunarodnyi sbornik naucinyh trudov*, Vypusk 25, Doneţk 203, p.248-252.
8. Hill R. The elastik behaviour of Cristalline aggregates// *Proceedings of Phisical Society*. London A, 65, 1972, p.349.
9. Franţevici I.N., Voronov F.F., Bakuta S.A. Uprughie postoiannye i moduli uprugosti metallov i nemetallov// *Kiev: Naukova dumka*, 1982, 286p.

Recomandat spre publicare: 16.09.04