

О синтезе желаемых фазовых траекторий скользящего режима в релейных системах управления

Анатолий БАЛАБАНОВ
Technical University of Moldova
icmcs@mail.utm.md

Abstract — Рассматривается способ формирования вынуждающего управления для обеспечения плавности переходных процессов в оптимальных по быстродействию и других релейных САУ с помощью создания скользящих режимов. Вынуждающее управление, заставляет процесс изменяться не в соответствии с фазовой траекторией, присущей динамике объекта, а по траектории, которую задаёт разработчик. Переход на цифровое управление позволяет создать цифровой регулятор, лишенный недостатков аналоговых прототипов при реализации операций дифференцирования.

Index Terms — релейные САУ, САУ, оптимальность, быстродействие, плавность переходных процессов, скользящий режим, цифровое управление, цифровой регулятор, вынуждающее управление.

Введение

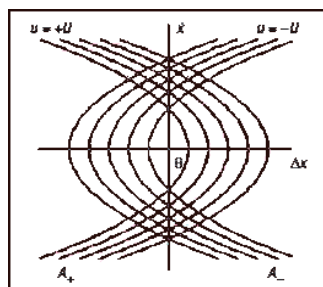
Управление современными сложными динамическими объектами часто связано с решением оптимизационной задачи в том или ином смысле. В качестве критерия оптимальности выбирают и быстродействие перехода из одного состояния в другое, учитывая при этом и требование плавности такого перехода, что является существенным ограничением на пути достижения оптимальности процесса. Это связано с тем, что оптимальное по быстродействию управление, является релейным, что позволяет максимально быстро изменить состояние управляемого объекта. Однако при управлении технологическими процессами релейное управление ведёт к возникновению перегрузок в исполнительных устройствах и часто является причиной аварий. Поэтому в дополнение ко всем прочим требованиям для регуляторов, используемых в промышленности, безусловно, нужно добавить и требование высокой надёжности.

Развитие в широком смысле цифровых способов управления позволяет создавать новые уникальные регуляторы на базе таких, казалось бы, старых и давно опробованных алгоритмов, каким является управление с использованием скользящего режима [1], как особого вида движения в релейных системах.

Способ управления с использованием скользящего режима отличается чрезвычайно высокой надёжностью, поскольку он формирует **специальное вынуждающее управление**, заставляющее процесс протекать не в соответствии с фазовой траекторией, присущей динамике объекта, а **по траектории, которую задаёт разработчик**¹. Этот способ, до недавнего времени, имел один недостаток, связанный с необходимостью реализации операции идеального дифференцирования, что является большой проблемой для аналоговой техники управления. Между тем он имеет массу замечательных преимуществ, и некоторые из них изложены в докладе. Все представленные алгоритмы были протестированы в средах визуального моделирования КОПРАС и MatLab.

Условия возникновения СКОЛЬЗЯЩЕГО РЕЖИМА

Чтобы изобразить поведение системы в динамике, часто используют фазовую плоскость, где в качестве одной из координат выбирается состояние системы x , а другой - скорость dx/dt изменения состояния системы x . Но для синтеза регулятора лучше выбрать отклонение Δx от заданного состояния x_0 , то есть ошибку регулирования: $\Delta x = x_0 - x$. При этом анализ динамики управления системой показывает, что на фазовой плоскости можно выделить, в частности, два вида фазовых траекторий: траекторию разгона $A+$ и траекторию торможения $A-$.



Первым условием возникновения скользящего режима является симметричность этих траекторий

Рис. 1. Фазовый портрет системы регулирования

На рис.1 показаны траектории разгона и торможения, которые имеют форму параболы. По траекториям разгона $A+$ изображающая точка движется в направлении IV-III-II-I квадрантов, а по траекториям торможения $A-$ в направлении II-I-IV-III; при разгоне регулятор формирует предельно допустимое управляющее

¹ Эту идею автор изложил впервые в своих работах и Авторских Свидетельствах, еще в 1974 г. и в докторской хаб. диссертации [4, 5]

воздействие со знаком плюс, а при торможении — со знаком минус.

Вторым условием возникновения скольжения является процесс переключений регулятора, при которых происходит переход с одной траектории на другую. Задачей разработчика регулятора является расчёт и построение линии переключения Γ . Очевидно, что ось симметрии траекторий, то есть ось ординат, не может быть выбрана в качестве линии переключения - в противном случае в системе будут происходить незатухающие колебания. Поэтому линия переключения должна иметь некоторый наклон относительно координатных осей.

График на рис. 2 соответствует режиму скольжения, который сопровождается быстро затухающими колебаниями². Здесь движение начинается из произвольной точки на траектории разгона. В точке 1 происходит первое переключение, после чего система начинает двигаться с торможением.

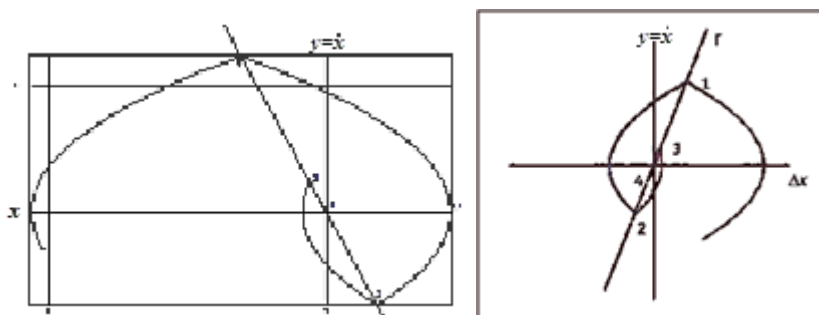
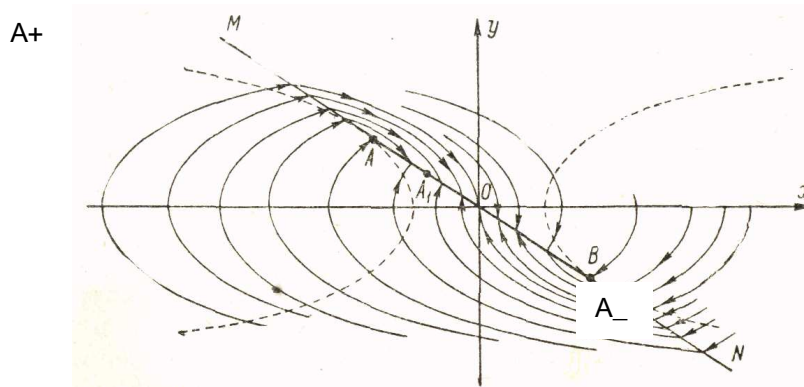


Рис. 2. Последовательность переключений при скольжении по прямой для выхода системы (а) и для ошибки (б)

Последовательность переключений при скольжении происходит по линии переключения в виде прямой (заметим, что линия переключения может быть и кривой, в частности - одной из фазовых траекторий)

В точке 2 (рис. 2,б) снова происходит переключение, но скольжение изображающей точки по навязываемой ей прямолинейной траектории ещё не начинается. Такое движение начинается только после переключения в точке 3 и продолжается на всём участке от 3-й до 4-й точки. Именно здесь проявляется третье, основное условие возникновения скольжения. Оно заключается в том, что в точке переключения угол наклона линии переключения становится равным или меньшим угла наклона касательной к фазовой траектории.



Рисунок, поясняющий принцип возникновения скользкого движения к началу координат изображающей точки на отрезке АВ линии переключения

При этом условии точка, характеризующая текущее состояние системы, непрерывно переходит с траектории разгона на траекторию торможения и обратно, как бы скользит вдоль линии переключения. По мере того, как число переключений стремится к бесконечности, изображающая точка асимптотически приближается к точке равновесия 4. Анализ фазовых траекторий показывает, что изображающая точка может достигнуть начала координат (т.е. поставленная задача управления будет решена), если на конечном интервале управления она будет двигаться по траекториям, расположенным в 4, либо во 2-м квадрантах (когда речь идет об изменении координаты x) или в 1-м, либо в 3-м квадрантах, если рассматривается ошибка $\Delta x = x_0 - x$.

При построении линии переключения можно достичь³ соблюдения условий возникновения скольжения уже

² Этот график поясняет, что режим скольжения имеет место при некоторых условиях. В скользком режиме изображающая точка колеблется около линии переключения теоретически с бесконечно большой частотой и бесконечно малой амплитудой (реально - с очень высокой частотой и весьма малой амплитудой) и, в силу вектора скоростей движения по каждой из траекторий ($A+$ или $A-$), она будет стремиться к началу координат, как бы «скользя» по линии переключения. Поэтому такой режим движения в релейной системе и получил название «скользящий». Нужно особо заметить также, что скользящий режим возможен только на некотором отрезке 3-0 линии переключения, притыкающемся к началу координат, к которому изображающая точка приближается по спирально скручивающейся фазовой траектории.

³ Не достичь, а искусственно сформировать. Вот это и есть главная идея предложения в [4]. Но сразу заметим, что такой вынужденный, а не «естественный» режим скольжения не будет и не может быть оптимальным по быстродействию. Из

после первого переключения. После начала скольжения движение становится вынужденным и приобретает особую устойчивость. Однако каждое переключение - это потеря времени, что делает движение неоптимальным, в смысле быстродействия. Следовательно, разработчику нужно выбирать между оптимальностью по временным критериям и устойчивостью.

Состав регулятора скользящего режима

Принцип действия регулятора заключается в выборе ускорения, с которым система будет двигаться до момента следующего переключения. Между переключениями движение в системе проходит равноускоренно, т.е. с постоянным ускорением \ddot{x} и с чередующимся изменением его знака.

В состав регулятора входят следующие элементы:

- вычислитель ошибки;
- вычислитель текущего значения функции Γ , описывающей линию переключения в виде прямой⁴;
- вычислитель скорости изменения ошибки \dot{x} ;
- вычислитель отклонения скорости изменения ошибки⁵ от соответствующего значения функции Γ , описывающей линию переключения;
- вычислитель знака отклонения скорости;
- вычислитель величины управляющего воздействия.

При использовании цифрового способа обработки информации каждый из вычислителей реализуется очень просто и эффективно. Последовательность вычислений выполняется в порядке их перечисления.

Ошибка регулирования $\Delta x = X_0 - x$ обозначим буквой E , как и принято в теории автоматического управления. После того, как с помощью цифрового измерителя, в текущем n -м такте управления в систему будет введена новая величина $x(n)$ при известном задании X_0 , ошибка определяется как

$$E(n) = X_0 - x(n) \quad (1)$$

После этого вычисляется соответствующее значение функции Γ , описывающей линию переключения:

$$\Gamma(n) = Kx E(n) \quad (2)$$

Здесь K задаёт наклон прямой линии относительно оси абсцисс фазовой плоскости⁶ (рис. 2).

Далее вычисляется скорость изменения ошибки. Учитывая малую величину времени измерения (время такта), её можно выразить через дифференциал ошибки следующим образом:

$$dE(n)/dn = dE(n) = E(n-1) - E(n) \quad (3)$$

Здесь $E(n-1)$ — величина ошибки в предыдущем такте.

Исходя из тех же соображений относительно времени измерения, отклонение скорости изменения ошибки от соответствующего значения функции Γ , описывающей линию переключения, можно выразить так:

$$d\Gamma(n) = \Gamma(n) - dE(n) \quad (4)$$

Знак отклонения: $\text{sign } d\Gamma(n) = 1$, если $d\Gamma(n) > 0$
 $= -1$, если $d\Gamma(n) < 0$ (5)

И, наконец, величина управляющего воздействия (ускорения) вычисляется умножением:

$$U(n) = U \cdot \text{sign}[d\Gamma(n)] \quad (6)$$

Здесь U — абсолютная величина ускорения или \ddot{x} .

Основной алгоритм РЕГУЛИРОВАНИЯ

Блок-схема основного алгоритма работы регулятора «скользящего режима» приведена на рис. 3.

Цикл работы регулятора начинается вводом нового значения регулируемой величины $x(n)$ и завершается вы-

теории оптимального по быстродействию управления следует, что для рассматриваемой системы движения к началу координат должно происходить не по прямой линии, а по одной из фазовых траекторий (т.е. по параболической кривой), проходящей через начало координат, см. например, [1,2].

⁴ Это нужно учитывать, т.к. естественная линия переключения не всегда является прямой.

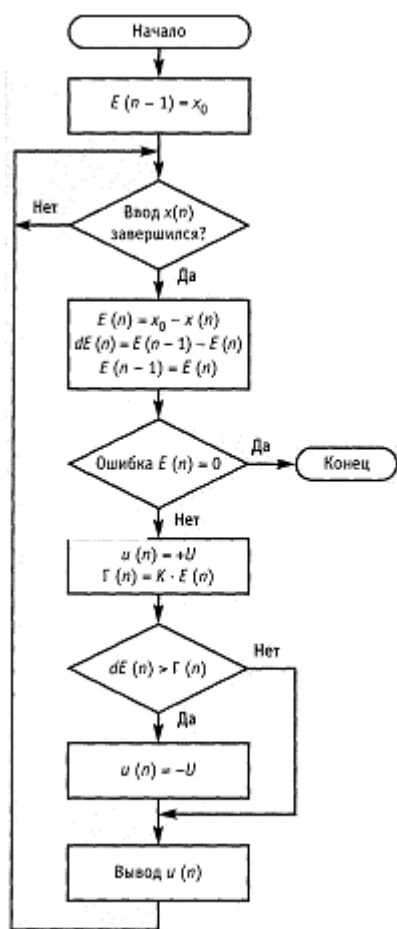
⁵ Здесь требуется пояснение, о какой скорости изменения ошибки идет речь. Если на фазовой плоскости в координатах

\dot{x} , x рассматривается уравнение прямой линии переключения $\dot{x} = Kx$, то производная по x , т.е. $\left(\frac{d\dot{x}}{dx}\right)$ дает наклон этой

прямой к оси x , а производная по времени $\ddot{x} = K\dot{x}$ определяет совершенно другую линию в другой системе координат!

⁶ Речь идет об уравнении $\dot{x} = Kx$. Следовательно, K должно быть обязательно отрицательным числом.

водом величины управляющего воздействия $U(n)$. Определение величины управляющего воздействия заключается в выборе из двух возможных значений: $+U$ или $-U$. Алгоритм выбора основывается на сравнении скорости изменения ошибки dE со значением линейной функции $\Gamma(E)$ при данной ошибке, которые рассчитываются по формулам (1)...(6).



Если скорость изменения ошибки dE не превышает значения $\Gamma(E)$ по формуле (2), то управляющее воздействие положительно, иначе — отрицательно. Циклы повторяются до тех пор, пока ошибка управления не станет равной нулю. Вне цикла в блоке начальных значений задаётся величина ошибки предыдущего цикла $E(n-1)$, которая соответствует заданию, то есть X_0 . Быстродействие, или скорость реакции регулятора зависит от скорости, с которой новые данные считываются с измерительного устройства и записываются в исполнительную часть системы регулирования. На рис. 4 показана фазовая диаграмма работы регулятора по данному алгоритму.

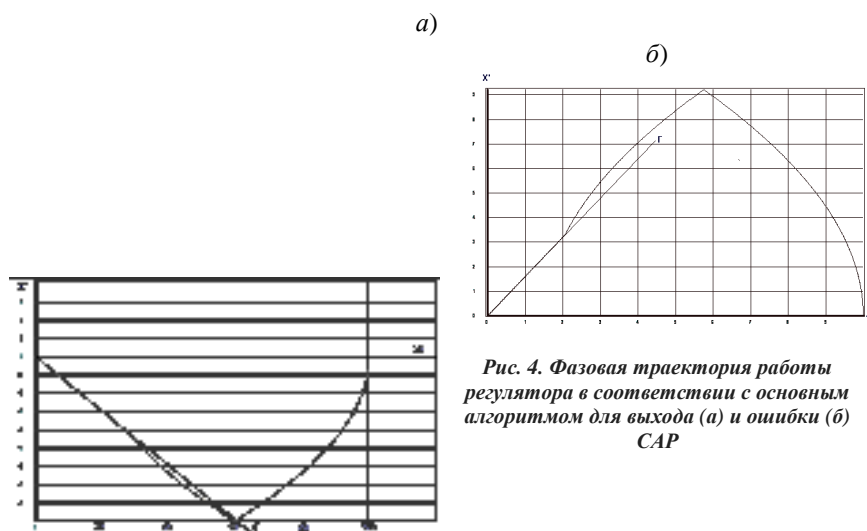


Рис. 4. Фазовая траектория работы регулятора в соответствии с основным алгоритмом для выхода (а) и ошибки (б) САР

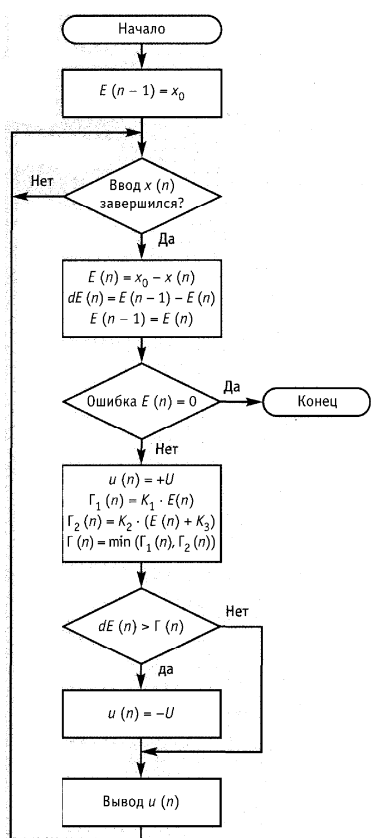
Улучшенный алгоритм РАБОТЫ

ному значению со слишком большой

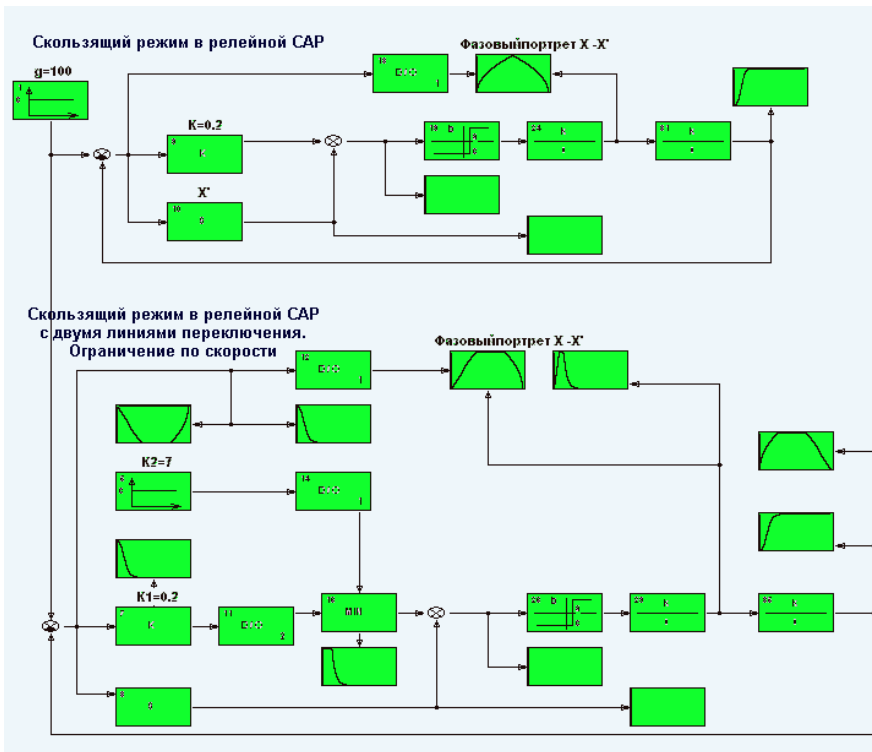
Недостатком основного алгоритма часто оказывается то, что регулируемая величина в некоторые моменты времени стремится к заданной скорости. Это может стать причиной аварий или поломок оборудования. Для ограничения скорости можно несколько изменить линию переключения, сделав её нелинейной (например, ломанной).

На рис. 5 приведена блок-схема алгоритма работы регулятора с двумя линиями переключения — наклонной Γ_1 и горизонтальной Γ_2 , которые пересекаются в заданной точке фазового пространства. Варьируя коэффициентами K_1 , K_2 и K_3 можно выбирать наклон линий и положение точки пересечения. Отличие этого алгоритма заключается в том, что в качестве линии переключения выбирается та, которая при данной ошибке регулирования $E(n)$ проходит ниже, т.е. выбирается линия, описывающая функция которой принимает меньшие значения.

Рис. 5. Блок-схема алгоритма работы регулятора с двумя линиями переключения



На рис. 6 показаны схема моделирования системы с вынуждающим регулятором и фазовая траектория работы регулятора с двумя линиями переключения. Как видно из рисунка, скорость изменения регулируемой величины ограничивается линией переключения Γ_2 . Весь процесс регулирования протекает в одном и том же (в данном случае — во 2-м) квадранте фазовой плоскости, из чего следует, что ни скорость, ни ошибка регулирования не меняют своего знака. Это означает, что переходный процесс протекает плавно и без перерегулирования.



Схемы моделирования релейной САР с двумя линиями переключения

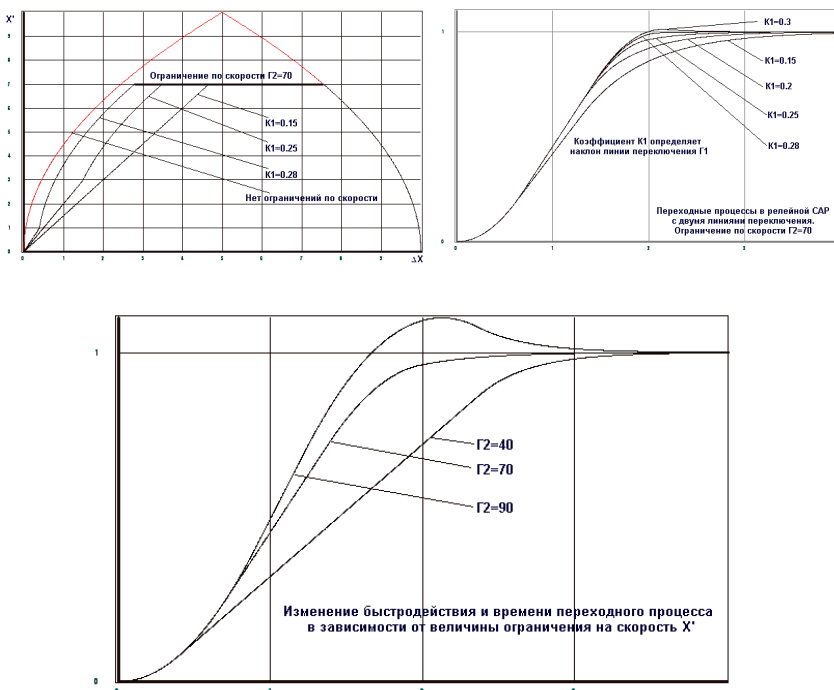


рис.7. Быстродействие и длительность переходного процесса в релейной САР с двумя линиями переключения

Алгоритм оптимального регулятора

Как известно, минимальное время переходного процесса достигается тогда, когда его первая стадия происходит с максимально возможным ускорением, а вторая — с максимальным торможением. Например, в практике судовождения часто встречаются команды «полный вперёд» и «полный назад». Вторая команда означает не движение назад в буквальном смысле, а движение вперёд с максимальным торможением. При этом винты корабля действительно вращаются в обратную сторону с максимальными оборотами. В результате происходит плавное движение с остановкой в заданной точке за минимальное время.

Такой алгоритм очень легко можно встроить в алгоритм работы регулятора «скользящего режима». Для этого достаточно отследить момент, когда будет пройдена половина заданного значения регулируемого параметра. В этот момент, исходя из скорости и величины ошибки, вычисляется наклон линии переключения для второй по-

Рис. 6. Фазовый портрет работы регулятора с двумя линиями переключения

Замечаем уменьшение быстродействия работы системы при введении ограничения на скорость изменения ошибки, а также удлинение времени переходного процесса (рис.7).

ловины переходного процесса. В первой стадии управления линии переключения как таковой нет, а её роль для определённости алгоритма будет выполнять кривая изменения скорости⁷, сдвинутая на единицу вверх, то есть расположенная параллельно ей и отстоящая на малом расстоянии от исходного положения.

При точном расчёте переходный процесс завершится в начале координат фазовой плоскости. Если же произойдёт непредвиденное отклонение, то его скомпенсирует процесс скольжения, но это будет скольжение уже вблизи нуля, и его время будет столь малым, что им можно пренебречь.

На рис. 8 приведена блок-схема алгоритма работы такого оптимального регулятора. На рис. 9 показана диаграмма процесса оптимального регулирования на фазовой плоскости, полученная путём визуального моделирования. Перерегулирование составило около 1%.

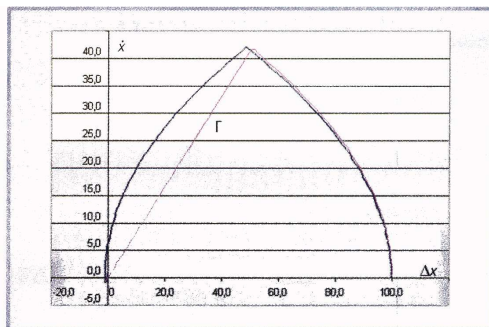
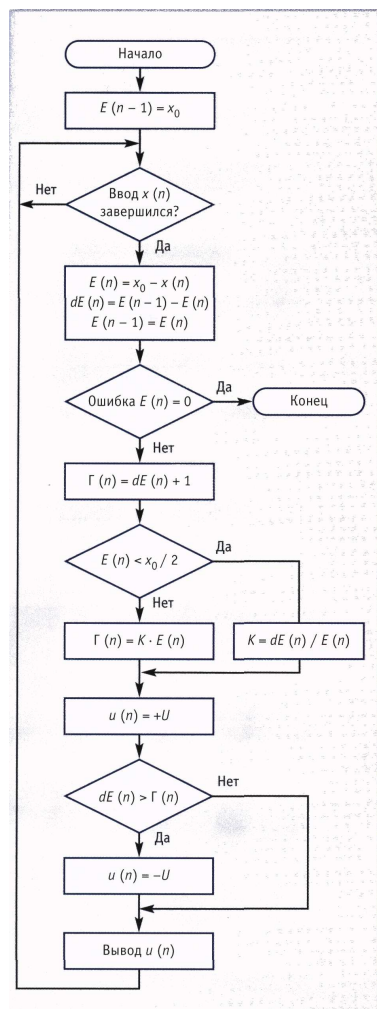


Рис. 8. Фазовая диаграмма работы оптимального регулятора

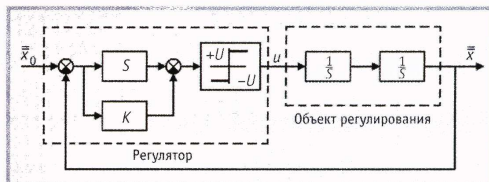


Рис. 9. Схема системы регулирования объекта с симметричным фазовым портретом

Рис. 8. Блок-схема алгоритма работы оптимального регулятора с использованием скользящего режима

Регулирование объектов с полиномиальными ТРАЕКТОРИЯМИ

До сих пор предполагалось, что фазовый портрет динамики процесса управления состоит из строго симметричных траекторий разгона и торможения имеющих вид парабол. Схема такой системы приведена на рис. 9. В ней объект регулирования состоит из двух интеграторов, обозначенных в виде двух звеньев $1/s$ в терминах преобразования Лапласа. Регулятор состоит из измерителя скорости в виде звена дифференцирования S , построителя линии переключения в виде пропорционального звена K , двухпозиционного реле $(+U/-U)$ и двух сумматоров.

Однако объекты с таким фазовым портретом встречаются очень редко. В качестве примера можно назвать лишь космические летательные аппараты. Отсутствие сопротивления движению в космосе способствует тому, что накопленная инерция движения не уменьшается со временем и для торможения космического аппарата нужно прикладывать ускорение, противоположно направленное движению.

Однако в большинстве случаев объекты управления имеют в своём составе или в составе окружающего их пространства всевозможные источники сопротивления, препятствующие управляющему воздействию. Из теории

⁷ Эта кривая называется фазовой траекторией. На фазовой плоскости нет кривой изменения скорости, а если есть, то это – кривая функции от ошибки, а не от времени.

регулирования известно, что такие объекты иногда описываются схемами с одним или несколькими апериодическими звеньями. Динамические свойства апериодического звена принципиально отличаются от свойств интегратора. Главное отличие заключается в том, что оно не способно хранить энергию (например, управляющего воздействия), после исчезновения управления, из-за чего объект возвращается в исходное состояние покоя. Это приводит к тому, что все траектории разгона и торможения для апериодических звеньев заканчиваются на оси абсцисс, так как скорость изменения выходной координаты после первоначального изменения, в конце концов, всегда стремится к нулю.

Чтобы использовать скользящий режим для управления такими объектами, в состав регулятора необходимо ввести интегратор. Сочетание апериодического звена, которым описывается объект регулирования, с интегратором, введённым в состав регулятора для формирования желаемых траекторий, вызывает некоторое искажение исходного фазового портрета (рис. 1), заключающееся в том, что изменение⁸ траектории после каждого переключения будет происходить по закону спирали. Вид таких спиралевидных фазовых траекторий отличен от параболы, их можно описать полиномами высокого порядка, поэтому и называются они полиномиальными. В данном случае линией переключения может быть и ось симметрии, то есть ось ординат, что является, в данном случае, дополнительным стабилизирующим фактором.

На рис.10 показана схема системы регулирования объекта с полиномиальными траекториями. На ней объект регулирования представлен в виде одного апериодического звена, имеющего усредненную постоянную времени T . Как показывает цифровое моделирование, в этом случае все описанные в статье алгоритмы остаются практически без изменений. Добавка интегратора в состав релейного регулятора приводит к тому, что управляющее воздействие будет иметь вид линейно возрастающего воздействия во время разгона и линейно убывающего во время торможения. Поэтому в блок-схемах алгоритмов (рис.3, 5, 7) следует изменить лишь самый нижний блок. В этом блоке выводу управляющего воздействия $U(n)$ будет соответствовать вывод нового воздействия $U_p(n)$, которое рассчитывается по формуле суммирования со значением из предыдущего цикла управления:

$$U_p(n) = U_p(n-1) + U(n) \quad (7)$$

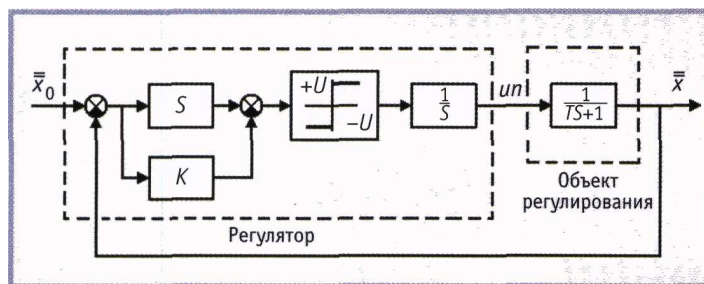


Рис. 10. Схема системы регулирования объекта с полиномиальными траекториями (введен интегратор)

Всё остальное в описанных алгоритмах остается без изменений. Возможно только, что в случае оптимального регулятора переключение знака управления надо будет производить несколько позже момента достижения ошибкой регулирования значения $0.5X_0$. Это является следствием отличия параболы от полиномиальных кривых высокого порядка.

На рис. 11 показана фазовая траектория работы оптимального регулятора с апериодическим объектом. Здесь моменту переключения соответствует приблизительно 30%-я ошибка регулирования. Момент переключения оптимального регулятора всегда можно подобрать экспериментальным путём. Впрочем, совсем нетрудно усовершенствовать алгоритм оптимального регулятора процедурой автоматического расчёта момента переключения, исходя из результатов его работы в течение нескольких циклов.

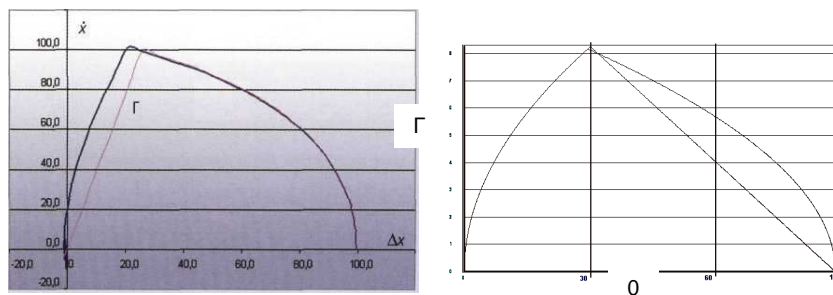


Рис. 11. Фазовая диаграмма работы оптимального регулятора апериодического объекта (слева для Δx и справа- для x)

Заключение

⁸ изменение характера движения в релейной системе с режима автоколебаний на режим затухающих колебаний

В одной статье невозможно описать все нюансы регулирования с использованием скользящего режима. В настоящее время с развитием цифровых микроконтроллерных регуляторов этот способ регулирования становится всё более реализуемым. В нём скрыты большие возможности и большие резервы для построения надёжных оптимальных и самонастраивающихся систем управления.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Е.П. Попов Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления - М.: Наука, 1979
- [2] А.А. Воронов Основы теории автоматического управления в 3-х частях, Часть 2. Специальные линейные и нелинейные САР одной величины.- Л-М.: Энергия, 1966
- [3] Теория автоматического управления. Ч2. Под ред. А.В. Нетушила., М.: ВШ, 1972, с.252
- [4] В. Ивайкин Использование скользящих режимов в регулировании. Современные технологии автоматизации №1, 2007
- [4] Балабанов А.А., Бытка И.М. Устройство для формирования управляющих воздействий на инерционные объекты / Авт. Св. № 407284, Бюллетень №46, 12.10.1974.
- [5] Балабанов А.А. Исследование и методы проектирования гиперустойчивых адаптивных систем с моделью-эталоном (при ограниченных ресурсах вычислительных средств). Автореферат дисс. На соискание ученой степени докт.хаб.технических наук, Н.Новгород, 1994.
- [6] Сю Д., Мейер А. Современная теория автоматического управления и её применение. — М. : Машиностроение, 1972.