

METODA SIMBOLICĂ DE CALCULARE A CARACTERISTICILOR CURENTULUI SINUSOIDAL ÎN CURSUL DE ELECTROTEHNICĂ UNIVERSITAR

Eugen Gheorghită, Aliona Lîsîi, Boris Korolevski, Pantelei Untilă, Olga Zlotea
Universitatea de Stat Tiraspol cu sediul la Chişinău, 2069 Chişinău, str. Gh.Iablocichin 5.
e.gheorghita@mail.ru

Adnotare: *The symbolic method is largely applied to solve and describe various wave processes. The present paper describes this method in calculating the basic characteristics of sinusoidal current used in teaching Electrotechnics course at pedagogical specialty Physics and computer science. It is demonstrated the efficiency of the method used to analyze sinusoidal current branch circuits.*

Cuvinte-cheie: *curent sinusoidal, diagramă fazorială, impedență.*

I. Introducere

Problema calculării parametrilor de bază a circuitelor electrice este actuală pentru toate specialitățile cum cu profil ingineresc așa și cu profil pedagogic. O metodă programatică de calculare a caracteristicilor curentului alternativ este metoda simbolică sau metoda numerelor complexe. Este cunoscut faptul destul de complex al acestei metode de aplicare în diferite componente ale fizicii contemporane.

II. Rezultatele obținute

În această lucrare prezentăm accesibilitatea acestei metode la calcularea diferitor circuite electrice. Se demonstrează că utilizarea numerelor complexe permite o tratare mai comodă și compactă a fenomenelor ondulatorii, adică și în rezolvarea problemelor la tema curentului electric sinusoidal. Se prezintă metoda diagramelor fazoriale la analiza diferitor circuite electrice studiate în cursul de Electrotehnică la specialitatea pedagogică „Fizica și informatica”. Se calculează impedența circuitului de curent alternativ folosind imaginea simbolică a vectorilor.

Ca exemplu fie că avem un circuit de curent alternativ alcătuit din două ramuri: ramura neramificată și partea ramificată. În acest circuit sunt conectate rezistențele active, inductive și capacitive. Valorile sunt cunoscute. Schemele circuitului analizat este prezentată în figura 1.

Ex.1. Calculați intensitățile curenților în toate ramurile (laturile) circuitului din figura 1, impedențele și tensiunea la capetele ac , de construit diagrama fazorială, a intensităților și tensiunii dacă se cunoaște: $U_{cd} = 40V$; $R_1 = 4\Omega$; $x_{L1} = 3\Omega$; $R_2 = 3\Omega$; $x_{C2} = 4\Omega$; $R_3 = 4\Omega$; $x_{L3} = 3\Omega$.

$I_1 - ?$; $I_2 - ?$; $I_3 - ?$; $z_1 - ?$; $z_2 - ?$; $z_3 - ?$; $z_{cd} - ?$; $U_{ac} - ?$; $z - ?$.

1) Calculăm z_1

$$z_1 = \sqrt{R_1^2 + x_{L1}^2} = \sqrt{16 + 9} = 5\Omega$$

sau în formă complexă $\mathfrak{Z}_1 = R_1 + jx_{L1} = 4 + j3$

2) $z_2 = \sqrt{R_2^2 + (-x_{C2})^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\Omega$,

în formă complexă $\mathfrak{Z}_2 = R_2 - jx_{C2} = 3 - j4$

3) $z_3 = \sqrt{R_3^2 + x_{L3}^2} = \sqrt{9 + 16} = 5\Omega$,

în formă complexă $\mathfrak{Z} = R_3 - jx_{c3} = 4 + j3$

4) a) Calculăm rezistența totală pe sectorul cd (figura 1) folosind legea curentului continuu la conexiunea în paralel:

$$z_{cd} = \frac{z_2 \cdot z_3}{z_2 + z_3} = \frac{5 \cdot 5}{5 + 5} = 2,5\Omega$$

b) Calculăm impedența circuitului pe porțiunea cd (figura 1) folosind numerele complexe:

$$\mathfrak{Z}_{cd} = \frac{\mathfrak{Z}_2 \cdot \mathfrak{Z}_3}{\mathfrak{Z}_2 + \mathfrak{Z}_3} = \frac{(3 - j4)(4 + j3)}{3 - j4 + 4 + j3} = \frac{24 - j7}{7 - j1} = \frac{(24 - j7)(7 + j1)}{(7 - j1)(7 + j1)} = \frac{175 - j25}{50}$$

de unde z_{cd}

$$z_{cd} = \sqrt{\left(\frac{175}{50}\right)^2 + \left(\frac{25}{50}\right)^2} = 3,54\Omega$$

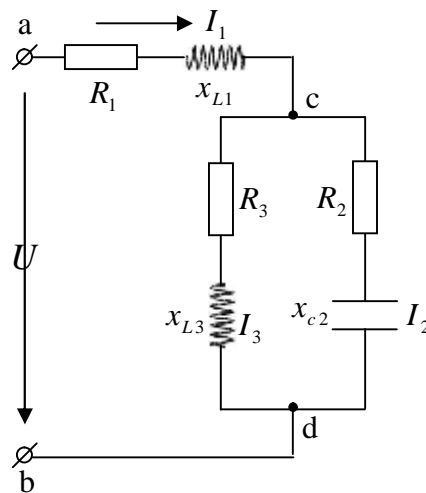


Figura 1 Schema circuitului electric

Analizând cazurile (a) și (b) din punctul 4, observăm că rezultatele sunt diferite. Pentru a ne încredința care rezultat este corect pentru această porțiune propunem de a trece la metoda simbolică. Calculăm intensitățile curentilor în fiecare ramură și după aceea calculând $I_{cd} = I_1$ (figura1) obținem cazul (c).

c) Din figura 1 observăm că $I_2 = I_3 = \frac{40}{5} = 8A$,

$$I = I_1 = I_{cd} = \sqrt{(I_{a2} + I_{a3})^2 + (I_{r2} + I_{r3})^2} \quad (1)$$

Pe ramura a doua a circuitului cdR_3 avem:

$$I_{a2} = I_2 \cos j_2 \text{ iar } I_{r2} = I_2 \sin j_2.$$

Din figura 1 avem $\cos j_2 = \frac{R_2}{z_2} = \frac{3}{5} = 0,6$, $\sin j_2 = \frac{x_{L2} - x_{c2}}{z_2} = -\frac{4}{5} = -0,8$ obținem că:

$$I_{a2} = 8 \cdot 0,6 = 4,8A \quad (2)$$

$$I_{r2} = 8 \cdot (-0,8) = -6,4A. \quad (3)$$

Același lucru îl facem și pentru ramura a treia cR_2d .

Din figura 1 avem $\cos j_3 = \frac{R_3}{z_3} = \frac{4}{5} = 0,8$, $\sin j_3 = \frac{x_{L3} - x_{c3}}{z_3} = \frac{x_{L3}}{z_3} = \frac{3}{5} = 0,6$ obținem că:

$$I_{a3} = 8 \cdot 0,8 = 6,4A \quad (4)$$

$$I_{r3} = 8 \cdot 0,6 = 4,8A \quad (5)$$

Introducem (2), (3), (4) și (5) în (1) obținem:

$$I = I = I_{cd} = \sqrt{(4,8 + 6,4)^2 + (-6,4 + 4,8)^2} = \sqrt{125,44 + 2,56} = 11,31A$$

de unde obținem:

$$z_{cd} = \frac{U_{cd}}{I_{cd}} = \frac{40}{11,31} \approx 3,54\Omega$$

Analizând rezultatele obținute în punctele (a), (b) și (c) observăm că rezultatul din punctul (a) nu coincide cu rezultatele obținute în punctele (b) și (c), iar rezultatele obținute în punctele (b) și (c) coincid. Facem concluzia că la legarea în paralel (serie) legile pentru curentul staționar nu întotdeauna poate fi aplicat și pentru curentul alternativ (sinusoidal).

5) Calculăm impedanța (rezistența echivalentă) folosind ambele metode:

a) pentru curentul staționar $z = z_1 + z_{cd} = 5 + 3,54 = 8,54\Omega$

b) metoda numerelor complexe $z = 4 + j3 + \frac{\mathbf{z}_2 \cdot \mathbf{z}_3}{\mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_3} = 7,9\Omega$.

Observăm și în acest caz metoda pentru curentul staționar nu este aplicabilă pentru curentul alternativ.

6) Calculăm tensiunea aplicată la bornele acestui circuit (figura 1):

$$U = U_{ab} = z \cdot I_1 = 7,9 \cdot 11,31 = 89,35V.$$

Prezentăm procedura de calculare a diagramei fazoriale pentru circuitul prezentat în figura 1. Alegem scara ce corespunde $1cm = 5V$ pentru tensiune și $1cm = 2A$ pentru intensitatea curentului.

7) Din figura 1 observăm că ramurile cR_3d și cR_2d sunt legate în paralel, reiese că căderea de tensiune pe aceste ramuri este una și aceeași. Prin urmare de-a lungul direcției de referință aleasă arbitrar se depune fazorialul tensiunii U și a curentilor \mathbf{I}_{a2} și \mathbf{I}_{a3} conform fazorialului scării alese.

Perpendicular pe ei se depun intensitățile reactive \mathbf{I}_{r2} și \mathbf{I}_{r3} conform defazajului (figura 2).

Folosind regula paralelogramului aflăm (construim) \mathbf{I}_2 și \mathbf{I}_3 în ramurile cR_3d și cR_2d . Adunând acești doi vectori obținem curentul \mathbf{I}_1 , care și este curentul total al acestui circuit, adică $\mathbf{I}_1 = I$.

Conform figurii 1 elementele R_1 și x_L sunt legate în serie, prin urmare curentul este unul și același, deci de-a lungul direcției de referință aleasă arbitrar se depune fazorialul intensității $I = I_1$. Pe această direcție depunem fazorialul tensiunii $U_{R1} = I_1 R_1$. Fazorialul $U_{L1} = x_{L1} I_1$ se depune din

aceeași origine pe direcția luată sub un unghi de $P/2$ față de cel de referință în sens trigonometric. Adunând acești doi vectori \underline{U}_{ac} și \underline{U}_{cd} obținem vectorul \underline{U}_{ab} care și este tensiunea aplicată acestui circuit.

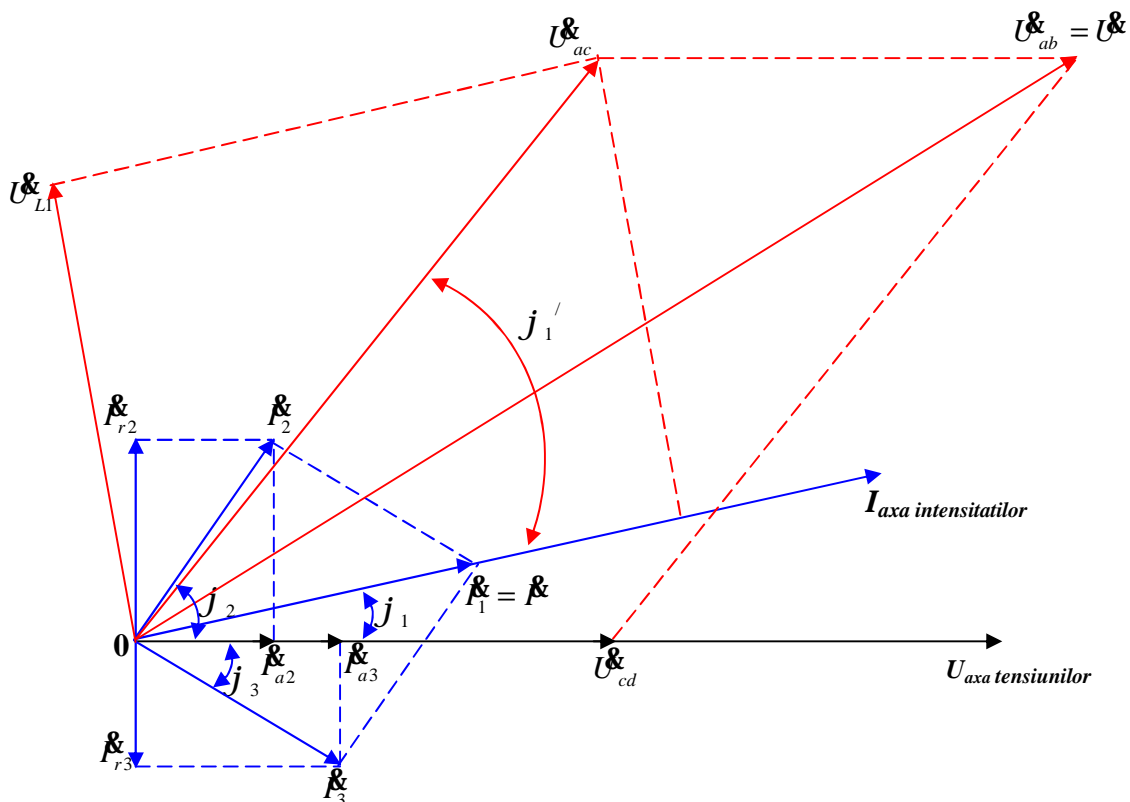


Figura 2 Diagrama fazoriala pentru circuitul analizat

III. Concluzii

Metoda simbolică analizată permite evidențierea concepțiilor fizice și proceselor fizice din circuitele cum neramificate așa și ramificate și o însușire mai profundă.