LOCURI GEOMETRICE ÎN GIMNAZIU

Alexandra Teodorescu , clasa a VII^a, Şcoala "Mihai Eminescu", Buhuşi, Bacău.
Îndrumător, prof. Ştefan Andrei, Buhuşi, Bacău

Abstract: *Solving geometrical loci problems contributes to a rigorous, logical, elegant and concise thinking. Geometry, in general, leads to the development of imagination, creative sense of all students and, especially, the Cucuteni's escendants who have excelled in creating and using highly developed geometrical forms for the past five thousand years. To say that we are descendants Cucuteni, is to be proud that we have genetical similarities with beautiful, delicate and yet necessary and useful geometrical forms. The paper presents examples of the geometrical loci useful for the middle school mathematics.*

În ediţiile precedente ale Simpozionului Internaţional CUCUTENI 5000 REDIVIVUS, Ştiinţe exacte şi mai puţin exacte, am văzut câteva teme, care abordau şi probleme de matematică, unele chiar o matematică pură, aparent fără legătură cu civilizaţia şi cultura cucuteniană. Examinând chestiunile ceva mai prelung şi mai profund, privind, mai atent, vasele ceramice de Cucuteni, imaginile de pe ele, dimensiunile lor, în natură şi în diverse fotografii sau schiţe, am rămas uimiţi de fluxul de matematică ce emană din ele: cercuri, triunghiuri, sinusoide, paralele, multe, foarte multe spirale şi foarte diferite. Fiind imposibil să abordăm toate aceste probleme ne-am hotărât să prezentăm doar câteva aspecte ale locurilor geometrice. Problemele de loc geometric asigură formarea unei gândiri riguroase, logice, elegante şi concise, cum au făcut şi cucutenienii, dar în mod instinctiv.

Geometria, în general, conduce la dezvoltarea imaginaţiei, a simţului creator al tuturor elevilor şi, cu atât mai mult, al urmaşilor cucutenienilor, care au excelat în crearea şi utilizarea unor forme foarte elaborate încă de acum cinci mii de ani. A spune că suntem urmaşii cucutenienilor, înseamnă a fi mândri că avem gena formelor frumoase, gingaşe şi totuşi necesare şi utile. În lucrare se prezintă exemple concrete de loc geometric în matematica din gimnaziu.

1. Bisectoarea

Definiţia 1. *Bisectoarea unui unghi, AOB, este semidreapta [OL, situată în interiorul unghiului, cu originea în vârful lui şi care împarte unghiul în două unghiuri congruente.*

Teorema 1. *Orice punct L, de pe bisectoarea unui unghi,este egal depărtat de laturile unghiului*

Ipoteză: [OL = bisectoare;

Concluzie: LA = LB;

Demonstraţie. Considerând pe LA şi LB ca distanţe, înseamnă că triunghiurile LOA şi LOB sunt dreptunghice şi congruente conform cazului IU. Deci, LA = LB.

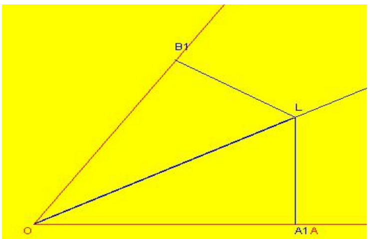

Fig.1.

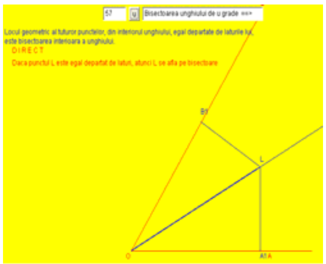

Fig.2

Fig.3

Teorema 2.(Reciproca). *Orice punct L, egal depărtat de laturile unui unghi, este situat pe bisectoarea unghiului.*
Demonstrația se face pe aceeaşi figură, dar se inversează ipoteza cu concluzia, iar triunghiurile sunt congruente conform cazului IC (ipotenuză-catetă). Într-o formă concisă cele două teoreme pot fi exprimate prin:

Teorema 3. *Locul geometric al tuturor punctelor, din interiorul unghiului, egal depărtate de laturile lui, este bisectoarea interioara a unghiului.*
Toate aceste demersuri, sunt evidențiate, interactiv, prin programul „*locbisect2*”, în limbajul Java. Similar, putem proceda cu mediatoarea unui segment.

2. Centrul de greutate al unui triunghi

Definiția 2. *Centrul de greutate al unui triunghi este punctul de intersecție al medianelor triunghiului.*
Se notează, în general, cu G şi se află pe fiecare mediană la o treime față de bază şi două treimi față de vârf.

Problema 1. *Vârful C al triunghiului ABC se mişcă pe o dreaptă d care trece prin B. Ce descrie centrul de greutate al triunghiului, (Fig.4,5)?*

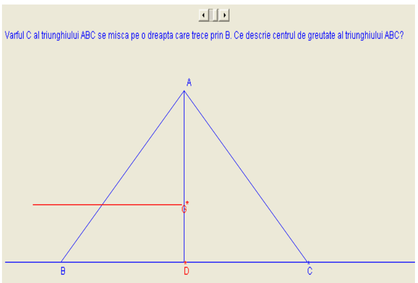

Fig.4.

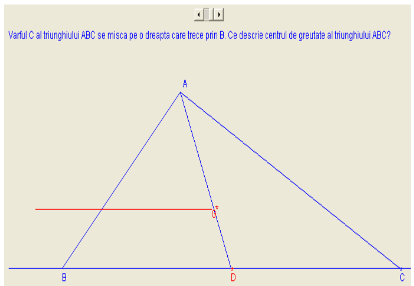

Fig.5

Dacă punctul C se mişcă pe dreapta BC, atunci şi mijlocul D al segmentului [BC] se va mişca pe aceeaşi dreaptă, iar punctul G se va mişca pe o dreaptă paralelă cu BC, situată la distanța GD=AD/3. Figurile şi mişcarea sunt realizate cu programul “*loccentrugreutate*”.package **loccentrugreutate.**

Problema 2. *Vârful C al triunghiului ABC se mişcă pe o dreaptă d care nu trece nici prin A, nici prin B. Ce descrie centrul de greutate al triunghiului (Fig.6, 7)?*

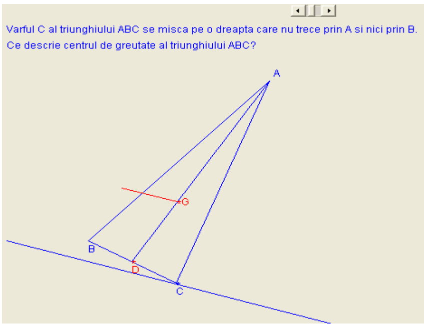

Fig.6

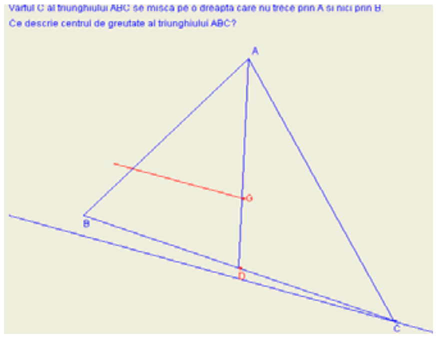

Fig.7

Figurile şi mişcarea sunt realizate cu programul "loccentrugreutate2", prin modificările corespunzătoare în precedentul.

Problema 3. V*ârful C al triunghiului ABC se mişcă pe un cerc ce nu trece nici prin A, nici prin B . Ce descrie centrul de greutate al triunghiului, (Fig.8,9)?*

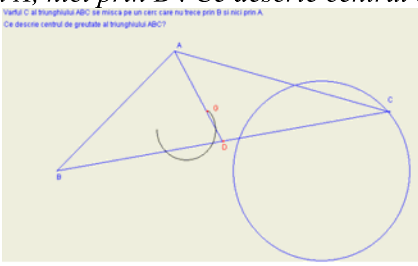

Fig.8

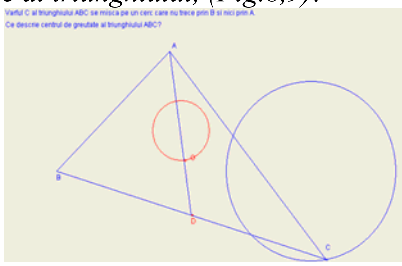

Fig.9

Locul geometric este tot un cerc, de rază egală cu o treime din raza cercului pe care se mişcă C, deoarece punctul E, mijlocul laturii [AB], este fix şi GE = CE / 3, (***Fig.10,11***). Figurile şi mişcarea sunt realizate cu programul "loccentrugr4", prin modificările corespunzătoare în celelalte.

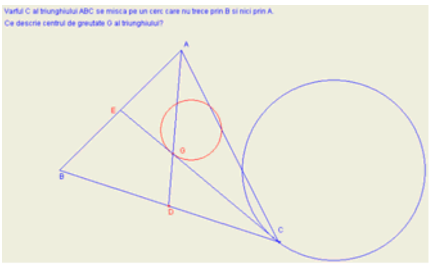

Fig.10

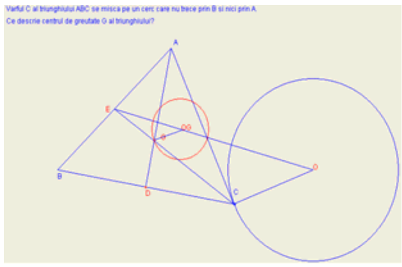

Fig.11

3. Centrul cercului înscris în triunghi

Problema 7. *Vârful C al triunghiului ABC se mişcă pe o dreaptă care trece prin B. Ce descrie centrul O al cercului înscris în triunghiul ABC, (Fig.12,13)?*

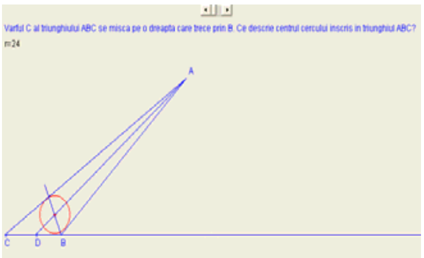

Fig.12

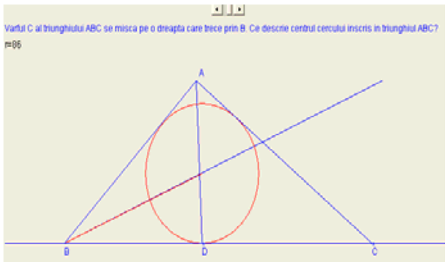

Fig.13

Latura [AB] fiind fixă şi dreapta BC fiind mereu aceeaşi, centrul I al cercului înscris se va afla mereu pe bisectoarea unghiului ABC, în stânga sau în dreapta punctului B, deci I se va mişca pe unghiul format de cele două semidrepte bisectoare ale unghiului ABC. Figura şi mişcarea se realizează cu programul "***loccentrucercinscris*;"**, asemănător cu precedentele.

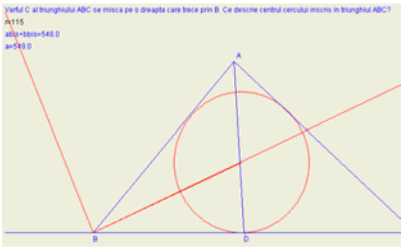

Fig.14

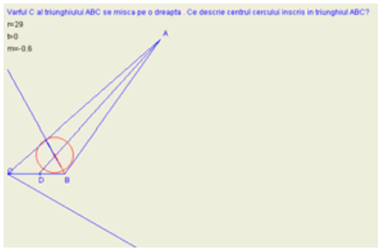

Fig.15

Un loc geometric este, deci, mulţimea tuturor punctelor care au o anumită proprietate P. De aici derivă aspectul direct şi cel reciproc, necesitatea şi suficienţa, formularea"*dacă şi numai dacă*". Rezolvarea problemelor de loc geometric se poate face cu o singura figură, de cele mai multe ori se fac două figuri care, în final, sunt identice, diferă doar ordinea construcţiilor elementelor figurii. Uneori, chiar diferă figurile folosite la aspectul direct de cel reciproc. La anumite probleme, sunt necesare mai multe figuri, în astfel de cazuri calculatorul fiind de mare ajutor deoarece el redă chiar mişcarea punctelor în discuţie.

În concluzie, locul geometric poate fi constituit dintr-un număr finit de puncte, dintr-un număr infinit de puncte situate pe o dreaptă sau o linie curbă sau o reuniune a lor, sau mulţimea vidă în cazul unei cerinţe imposibile.

Bibliografie

1. Diferite manuale de matematică pentru clasa a VI-a sau a VII-a.

2. ***Andrei Şt.Şt., Andrei Şt.I.*** *Teme computerizate de matematică,* Editura EduSoft, Bacău, 2006.

3. ***Weixel S.*** *Word 6 pentru Windows,* Teora, 1996.