

Ангармонические блоховские осцилляции в каплере из двух массивов световодов

О.В. Коровай, Д.А. Марков

О.В. Коровай

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко
ПГУ им. Т.Г. Шевченко
Молдова, Тирасполь
olesya-korovai@mail.ru

Д.А. Марков

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко
ПГУ им. Т.Г. Шевченко
Молдова, Тирасполь

Abstract: Using the coupled-mode method, the effects of propagation of laser radiation in a coupler of two parallel waveguide arrays are studied. It is shown that due to the composite spatial structures of each of the subsystems, the structure of the spatial distribution of radiation intensity in the subsystems is substantially complicated in the investigating system.

Ключевые слова: ангармонические блоховские осцилляции, массив световодов, метод связанных мод.

I. ВВЕДЕНИЕ.

В настоящее время огромное внимание уделяется исследованию линейных и нелинейных оптических эффектов в массивах связанных световодов. Эти исследования проводятся с использованием метода связанных мод с учетом взаимодействия данного световода как с ближайшими соседями, так и с более удаленными. Указанные взаимодействия приводят к возникновению в системе световодов поперечной дискретной дифракции. При больших уровнях возбуждения, когда в игру вступают нелинейные эффекты, свет может распространяться вдоль световодов в виде дискретных солитонных импульсов. В таких системах возникает ряд интересных явлений, в частности, блоховские осцилляции [1-13], зерновое тунелирование [12-14], динамическая локализация [15-19] и др. В [1,8-11] изучены блоховские осцилляции в массиве световодов при учете линейно изменяющейся поправки к постоянной распространения в зависимости от номера световода. В [12] были изучены особенности распространения света в планарных полубесконечных массивах световодов с переменной константой связи между световодами. Была предсказана возможность создания массивов Чебышева I-го и II-го рода, Лягерра, Лежандра, Якоби, Гегенбауэра.

В последнее время большой интерес представляет исследование свойств зигзагообразных массивов световодов [8-11], где важную роль в эффектах дифракции играет связь второго порядка. В [8-11] обобщены результаты [1] на случай зигзагообразных массивов световодов, в которых изучены ангармонические блоховские осцилляции с использованием системы

уравнений для связанных мод. В этих работах получено аналитическое выражение для траектории пучка, которая имеет осциллирующую форму. Полученные решения для траектории пучка позволяют определить периоды осцилляций пучка и положение точек поворота траектории.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Исходным пунктом нашего рассмотрения является система уравнений для амплитуд связанных мод двух параллельных бесконечных массивов световодов (рис.1):

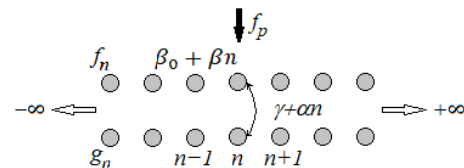


Рис.1 Схема расположения световодов двух связанных параллельных бесконечных массивов (каплер на массивах световодов).

$$\begin{cases} i \frac{df_n}{dz} + \beta_n f_n + f_{n-1} + f_{n+1} + (\gamma + \alpha n) g_n = 0, \\ i \frac{dg_n}{dz} + \beta_n g_n + g_{n-1} + g_{n+1} + (\gamma + \alpha n) f_n = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где простоты ради полагаем с постоянной распространения β_0 снято простым экспоненциальным преобразованием, $z = \kappa x$, κ – константа связи данного световода с ближайшими соседями (рис.1), x – координата вдоль световода, γ – константа связи между массивами, β – ангармоническая поправка к постоянной распространения в каждом из массивов, которая определяет разность фаз между соседними световодами массива, α – аналогичная поправка, учитывающая ангармонизм связи между массивами, f_n и g_n – нормированные амплитуды полей распространяющихся мод в n -ом световоде. Система уравнений (1) является обобщением соответствующей системы из [10]. В нашем случае два одинаковых массива световодов взаимодействуют друг с другом, формируя таким образом направленный ответвитель (coupler). Будем считать, что свет с амплитудой поля f_0 накачивается только в нулевой

световод первого массива. Поэтому начальные условия для системы (1) можно записать в виде:

$$f_n|_{z=0} = f_0 \delta_{n,0}, \quad g_n|_{z=0} = 0, \quad (2)$$

где $\delta_{n,0}$ – символ Кронекера.

Тогда решения исходных уравнений (1) для функций $f_n(z)$ и $g_n(z)$ получаются в виде:

$$f_n(z) = \frac{1}{2} i^n \left[J_n \left(\frac{4}{\alpha+\beta} \sin \frac{\alpha+\beta}{2} z \right) e^{i(\gamma+n\frac{\alpha+\beta}{2})z} + J_n \left(\frac{4}{\alpha-\beta} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} z \right) e^{-i(\gamma+n\frac{\alpha-\beta}{2})z} \right]$$

(3)

$$g_n(z) = \frac{1}{2} i^n \left[J_n \left(\frac{4}{\alpha+\beta} \sin \frac{\alpha+\beta}{2} z \right) e^{i(\gamma+n\frac{\alpha+\beta}{2})z} - J_n \left(\frac{4}{\alpha-\beta} \sin \frac{\alpha-\beta}{2} z \right) e^{-i(\gamma+n\frac{\alpha-\beta}{2})z} \right]$$

(4)

Из (3) и (4) используя соотношение $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(x) = 1$ из [20,21], можно показать, что

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} (|f_n|^2 + |g_n|^2) = f_0^2. \quad (5)$$

Это соотношение представляет собой закон сохранения энергии в системе: в любой точке, независимо от координаты z , сумма энергий по всем световодам обоих массивов сохраняется и равна энергии, накачиваемой с торца ($z = 0$) нулевого световода.

III. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ.

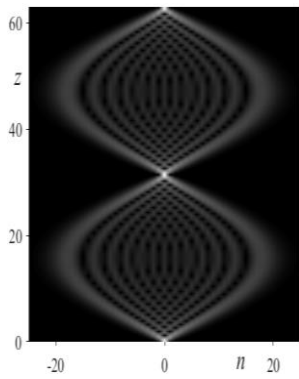


Рис.2 Пространственное распределение интенсивности света в первой цепочке массива в зависимости от координаты z при $\gamma = \alpha = 0, \beta = 0.01$.

поля n -го световода периодически изменяется с ростом координаты z вдоль оси световода (рис.2).

На рис.3 представлен первый период пространственного распределения интенсивности света в световодах массива. В нулевом, накачиваемом световоде, интенсивность света равна f_0^2 в точках $z_k = 2k\pi/\beta$ ($k = 0, 1, 2, \dots$)

Рассмотрим сначала простейший случай, когда связь со световодами соседнего массива отсутствует ($\gamma = \alpha = 0$). В этом случае излучение в световоды второго массива не поступает и, следовательно, $|g_n(z)|^2 = 0$. Свет распространяется только в световодах первого массива. При этом накачка действует только на торец нулевого световода первого массива. Пространственная структура интенсивности

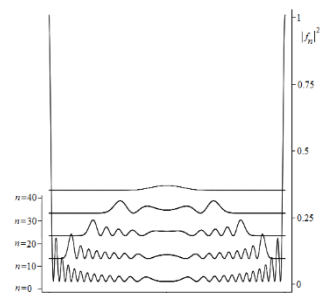


Рис.3 Пространственное распределение интенсивности поля для ряда световодов с различными номерами n в массиве в области первого

(рис.2), т.е. пространственная структура интенсивности света в данном световоде периодически повторяется с пространственным периодом $T = \frac{2\pi}{\beta}$.

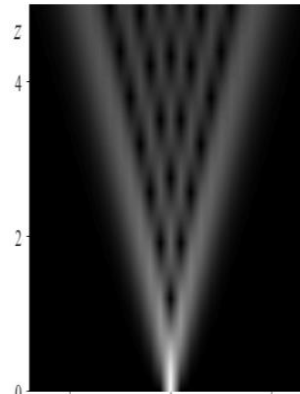


Рис.4 Пространственное распределение интенсивности света в первой цепочке массива в зависимости от координаты z при $\gamma = \alpha = 0, \beta = 0.2$.

В пределах одного периода интенсивность в этом световоде осциллиционным образом изменяется так, что огибающая осцилляций сначала медленно убывает от точки $z_0 = 0$ до точки с координатой $z_1 = \pi/\beta$, после чего монотонно растет до конца периода $z_2 = 2\pi/\beta$ (рис.4).

Структура пространственного распределения интенсивности в остальных (ненакачиваемых) световодах также представляет собой последовательность максимумов, разделенных нулями. Координаты $z_{n,k}$ нулевых значений интенсивности определяются выражением $z_{n,k} = \frac{z}{\beta} \left(\arcsin \frac{\beta}{4} J_{n,k} + k\pi \right)$, где $J_{n,k}$ – k -ый нуль функции Бесселя n -го порядка.

Из рис.4 видно, что при $\beta \rightarrow 0$ характерный период изменений структуры пространственного распределения поля стремится к бесконечности. Это означает, что при $\beta \rightarrow 0$ возмущенная область массива располагается в створке прямых, расположенных симметрично относительно накачиваемого световода, т.к. $|f_{-n}(z)|^2 = |f_n(z)|^2$ (рис.4). При $\beta \neq 0$ наибольшее расстояние относительно нулевого световода, до которого доходит свет, определяется выражением $z = z_1 = \pi/\beta$. Таким образом, с ростом β период z_1 и максимальный размер поперечного заполнения световодов монотонно убывают (рис.4).

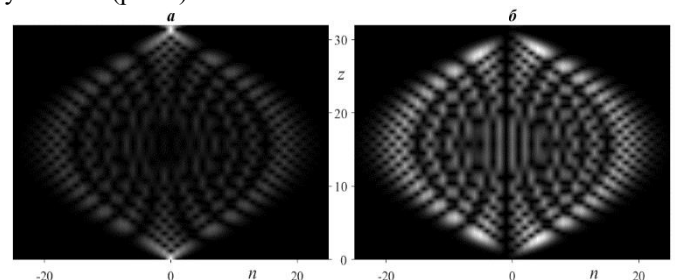


Рис.5 Пространственное распределение интенсивности света в первой (а) и второй (б) цепочках массива в зависимости от координаты z при $\alpha = 0.2, \gamma = 0.1, \beta = 0$.

В случае, когда ангармонизм связи между световодами в массиве отсутствует ($\beta = 0$) и ($\alpha \neq \gamma \neq 0$), пространственная структура распределения света остается периодической. Период полной перекачки между цепочками массива $T = \frac{2\pi}{\alpha}$. В пределах этого периода имеет место пространственное осцилляционное распределение интенсивности. При этом положение

максимумов и минимумов интенсивности как в первой, так и во второй цепочках не симметрично относительно нулевого световода (рис.5 а,б). Множитель $\sin^2\left(\gamma + \frac{\alpha n}{2}\right) z$ в (20) определяет наличие не возбужденного световода во второй цепочке массива, номер которого дается выражением $n = -\frac{2\gamma}{\alpha}$ (рис.5б).

Наконец, на рис. 6,7 представлено пространственное распределение интенсивности света в первой и второй цепочках массива световодов, из которых следует сложная суперпозиция осцилляций с несколькими периодами, количество которых зависит от значений параметров системы.

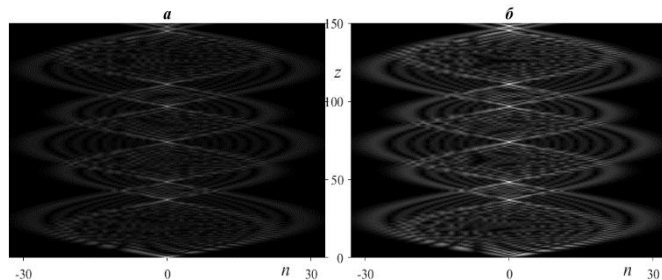


Рис.6 Пространственное распределение интенсивности света в первой (а) и второй (б) цепочках массива в зависимости от координаты z при $\alpha = \gamma = \beta = 0.1$

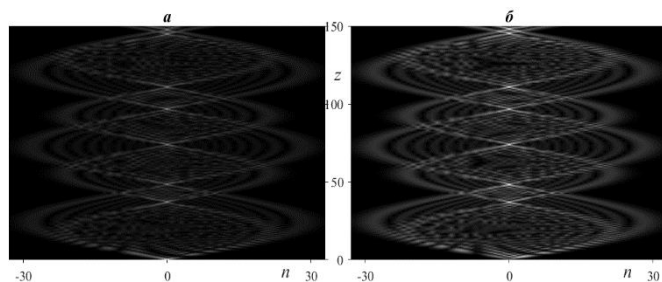


Рис.7 Пространственное распределение интенсивности света в первой (а) и второй (б) цепочках массива в зависимости от координаты z при $\alpha = 0.1, \gamma = 0.8, \beta = 0.2$.

IV. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении отметим, что пространственное распределение интенсивности распространяющегося излучения в двух параллельных массивах световодов проявляет глубокую сложность ввиду того, что каждая из подсистем характеризуется сложной пространственной периодической структурой. Это обстоятельство может привести к созданию новых устройств управления распространением света.

REFERENCES

- [1] U. Peschel, T. Pertsch, F. Lederer, *Opt. Lett.* 23, 1701 (1998).
- [2] T. Pertsch, P. Dannberg, W. Elflein, A. Bräuer, F. Lederer, *Phys. Rev. Lett.* 83, 4752 (1999).
- [3] R. Morandotti, U. Peschel, J.S. Aitchison, H.S. Eisenberg, Y. Silberberg, *Phys. Rev. Lett.* 83, 4756 (1999).
- [4] T. Pertsch, T. Zentgraf, U. Peschel, A. Bräuer, F. Lederer, *Appl. Phys. Lett.* 80, 3247 (2002).
- [5] N. Chiodo, G.D. Valle, R. Osellame, S. Longhi, G. Cerullo, R. Ramponi, P. Laporta, U. Morgner, *Opt. Lett.* 31, 1651 (2006).
- [6] S. Longhi, *Phys. Rev. B* 76, 195119 (2007).
- [7] M.J. Zheng, J.J. Xiao, K.W. Yu, *Phys. Rev. A* 81, 033829 (2010).
- [8] M.I. Gozman, Yu.I. Polishchuk, I.Ya. Polishchuk, *Opt. Engineering* 53, 071806 (2014).
- [9] G. Wang, J.P. Huang, K.W. Yu, *Opt. Lett.* 35, 1908 (2010).
- [10] M.I. Gozman, A.I. Guseynov, Yu.M. Kagan, A.I. Pavlov, I.Ya. Polishchuk, arXiv:1501.06492 (2015).
- [11] О.В. Коровай, А.П. Круковский, П.И. Хаджи, *Квантовая электроника* 48, 1, 37 (2018).