

# Динамика параметрических осцилляций поляритонов в микрорезонаторе

Васильева О.Ф., Зинган А.П.

Приднестровский государственный университет  
им. Т.Г. Шевченко  
Тирасполь, Молдова  
florina\_of@mail.ru, zingan.anna@mail.ru

Хаджи П.И.

Институт прикладной физики АНМ  
Кишинев, Молдова

**Abstract** — The dynamics of polaritons in a microcavity is studied in the regime of a parametric oscillator, when two polariton pumps are converted into polaritons of the signal and idle modes and back. The pumping is carried out by two lasers with close frequencies.

**Index Terms**— polaritons, laser pulses.

## I. ВВЕДЕНИЕ

Ранее в ряде работ было представлено описание поляритонных параметрических осцилляторов и усилителей, выведены квантовые кинетические уравнения, описывающие систему взаимодействующих поляритонов, которые затем применялись для изучения динамики поляритонных параметрических осцилляторов. Полуклассическое рассмотрение базировалось на тех же методах, которые были использованы при исследовании явления четырехволнового смешения. Поляритон-поляритонные взаимодействия при этом приводили к нелинейностям третьего порядка в уравнениях Максвелла-Блоха. Для исследования свойств поляритонного осциллятора был развит гиперспиновый формализм. Введение гиперспина позволило получить квазиклассическое решение уравнений и показать, что вероятность распределения компонент гиперспина подчиняется уравнению Лиувилля. Показано также, что плотности поляритонов в сигнальной и холостой модах, осциллируя, затухают во времени.

Изучим изменение во времени плотности поляритонов при накачке нижней ветви в двух близких по энергии точках закона дисперсии. Наличие двух различных пучков накачки дает большие возможности для генерации сигнального и холостого пучков с наперед заданными свойствами. Считаем, что оба пучка накачки различаются по амплитуде (интенсивности), однако энергии фотонов различаются слабо. Рассматриваем ситуацию на временах порядка либо меньших времени релаксации возбуждений среды. С помощью ультракоротких импульсов резонансного лазерного излучения в микрорезонаторе

создается система когерентных экситон-поляритонов. Микрорезонатор обеспечивает пространственное ограничение области существования поляритонов, которые взаимно превращаются друг в друга. Квантовая яма, в которой возникают поляритоны, вставляется в брэгговскую структуру, которая характеризуется определенным пропусканием, отражением и потерями. Особенности эволюции системы будут проявляться в генерации вторичных субимпульсов либо периодического излучения на частотах экситон-поляритонов.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Процесс параметрического рассеяния двух поляритонов накачки в сигнальную и холостую моды (рис. 1) описывается гамильтонианом вида:

$$\frac{1}{\hbar} H = \omega_{p_1} \hat{a}_{p_1}^+ \hat{a}_{p_1} + \omega_{p_2} \hat{a}_{p_2}^+ \hat{a}_{p_2} + \omega_s \hat{a}_s^+ \hat{a}_s + \omega_i \hat{a}_i^+ \hat{a}_i + \mu \left( \hat{a}_s^+ \hat{a}_i^+ \hat{a}_{p_1} \hat{a}_{p_2} + \hat{a}_{p_1}^+ \hat{a}_{p_2}^+ \hat{a}_s \hat{a}_i \right), \quad (2.1)$$

где  $\omega_{p_1}, \omega_{p_2}, \omega_s$  и  $\omega_i$  - собственные частоты поляритонов накачки, сигнальной и холостой мод соответственно,  $\hat{a}_{p_1}, \hat{a}_{p_2}, \hat{a}_s, \hat{a}_i$  - операторы уничтожения поляритонов,  $\mu$  - константа параметрической поляритон-поляритонной конверсии. Используя (2.1), можно получить решение в виде одного нелинейного дифференциального уравнения, описывающего временную эволюцию плотности поляритонов накачки  $N_{p_1}$ :

$$\dot{N}_{p_1}^2 + W(N_{p_1}) = E_0, \quad (2.2)$$

где

$$W(N_{p_1}) = -N_{p_1} (N_{p_0_2} - N_{p_0_1} + N_{p_1}) \times (N_{s_0} + N_{p_0_1} - N_{p_1}) (N_{i_0} + N_{p_0_1} - N_{p_1}), \quad (2.3)$$

$$E_0 = N_{p_0_1} N_{p_0_2} N_{s_0} N_{i_0} \cos^2 \theta_0, \quad (2.4)$$

где  $N_{p_1}|_{t=0} = N_{p_0_1}, N_{p_2}|_{t=0} = N_{p_0_2}, N_s|_{t=0} = N_{s_0}, N_i|_{t=0} = N_{i_0}$  плотности поляритонов.

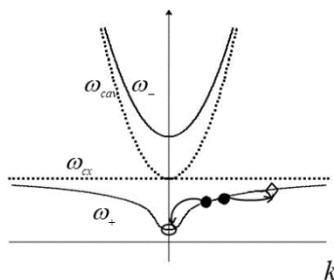


Рис.1. Энергии поляритонов верхней и нижней ветвей ( $\omega_{\pm}$ ). Дисперсия собственных частот микрорезонатора  $\omega_{cav}$  и экситона  $\omega_{ex}$ . Два поляритона накачки рассеиваются в сигнальную и холостую моды.

Здесь  $W(N_{p_1})$  играет роль потенциальной энергии, а  $\dot{N}_{p_1}^2$  – кинетической,  $E_0$  – полной энергии нелинейного осциллятора.

### III. ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Из графиков зависимости потенциальной энергии нелинейного осциллятора от  $N_{p_1}$  при различных соотношениях между начальными плотностями поляритонов. Видно, что при  $N_{p0_1} \neq N_{p0_2}$  (рис. 2 а, б) имеет место периодическая эволюция плотностей поляритонов, что и подтверждает исходное предположение о характере эволюции системы под действием двух различных пучков накачки. При  $N_{p0_1} = N_{p0_2}$  и  $E_0 = 0$  (рис. 2 в) эволюция системы является аperiodической. То же самое имеет место при дополнительном условии  $N_{s0} = N_{i0}$  (рис. 2 г).

Использование двух накачек открывает дополнительные возможности при исследовании особенностей динамики поляритонов путем существенного увеличения интенсивности одной из накачек по сравнению с другой. Видно, что при  $N_{p0_2} > N_{p0_1}$  и  $E_0 = 0$  (рис. 2 б) изображающая точка может перемещаться между двумя точками поворота классической траектории  $N_{p_1} = 0$  и  $N_{p_1} = N_{p0_1} + N_{i0}$ , которые являются корнями уравнения  $W(N_{p_1}) = 0$ . Следовательно, временная эволюция плотности поляритонов  $N_{p_1}(t)$  будет представлять собой нелинейные периодические колебания. При  $N_{p0_2} = N_{p0_1}$  (рис. 2 в) левый максимум потенциальной энергии смещается в точку  $N_{p_1} = 0$  и уравнение  $W(N_{p_1}) = 0$  имеет двукратно вырожденный корень  $N_{p_1} = 0$ . В этом случае возможен только аperiodический режим эволюции. Наконец, при  $N_{p0_1} > N_{p0_2}$  (рис. 2 а) уравнение  $W(N_{p_1}) = 0$  имеет четыре действительных корня.

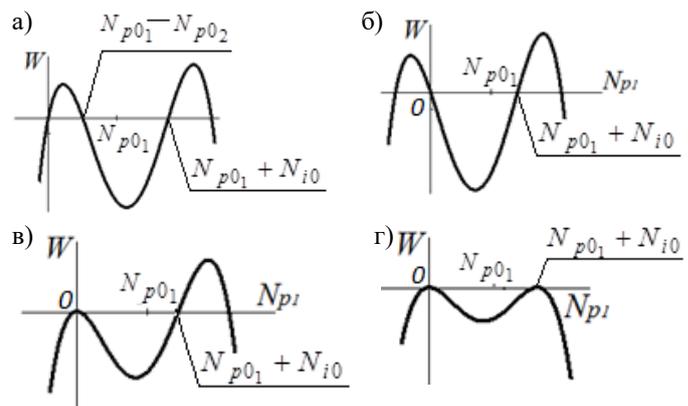


Рис. 2. Зависимость потенциальной энергии  $W$  от нормированной плотности поляритонов накачки  $N_{p_1}$  при различных соотношениях между начальными плотностями поляритонов а)  $N_{p0_1} > N_{p0_2}$ , б)  $N_{p0_1} < N_{p0_2}$ , в)  $N_{p0_1} = N_{p0_2}$ , г)  $N_{p0_1} = N_{p0_2}$  и  $N_{s0} = N_{i0}$ .

Эволюция системы является периодической. Функция  $N_{p_1}(t)$  изменяется в пределах  $N_{p0_1} - N_{p0_2} \leq N_{p_1}(t) \leq N_{p0_1} + N_{i0}$  (рис. 2 а). Если  $E_0 \neq 0$ , то при  $N_{p0_2} \leq N_{p0_1}$  уравнение  $W(N_{p_1}) = E_0$  имеет четыре действительных корня, один из которых является отрицательным и следовательно, функция  $N_{p_1}(t)$  характеризуется нелинейными периодическими осцилляциями. Значения корней уравнения  $W(N_{p_1}) = E_0$  определяются начальными условиями. Поэтому необходимо исследовать временную эволюцию системы при различных соотношениях между параметрами  $N_{p0_1}$ ,  $N_{p0_2}$ ,  $N_{s0}$ ,  $N_{i0}$  и  $\theta_0$ .

Если положить  $N_{p0_1} = N_{p0_2}$ , то решение уравнения (2.2) получается в виде:

$$N_{p_1} = \frac{4ab}{C \exp(\pm 2\mu\sqrt{ab}t) + 2(a+b) + \frac{(a-b)^2}{C} \exp(\mp 2\mu\sqrt{ab}t)}, \quad (3.1)$$

где  $a = N_{p0_1} + N_{s0}$ ,  $b = N_{p0_1} + N_{i0}$ ,  $C = \frac{(\sqrt{N_{i0}(N_{p0_1} + N_{s0}) + N_{s0}(N_{p0_1} + N_{i0})})}{N_{p0_1}}$ , которое при

$N_{s0} = N_{i0}$  дает

$$N_{p_1} = \frac{N_{p0_1}(N_{p0_1} + N_{s0}) \exp(\pm 2\mu t(N_{p0_1} + N_{s0}))}{N_{s0} + N_{p0_1} \exp(\pm 2\mu t(N_{p0_1} + N_{s0}))} \quad (3.2)$$

На рис.3 представлена временная эволюция поляритонов накачки в зависимости от нормированной начальной плотности поляритонов накачки. Видно, что в случае

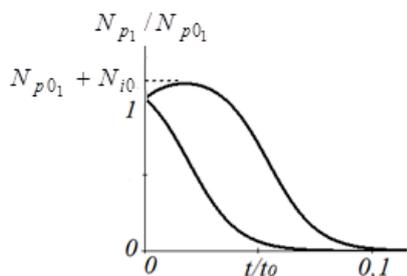


Рис.3 Временная эволюция нормированной плотности поляритонов накачки  $N_{p_1}/N_{p0_1}$  при  $N_{i0}/N_{p0_1} = 0,1$ ,  $N_{s0}/N_{p0_1} = 0,25$ ,

$$t_0 = \frac{\mu t}{N_{p0_2}}.$$

решения со знаком (+) все поляритоны накачки  $N_{p_1}$  превращаются в поляритоны сигнальной и холостой мод, чем эволюция и завершается. Что касается решения со знаком (-), то вначале плотность поляритонов накачки  $N_{p_1}$  увеличивается, достигая своего максимального значения  $N_{p0_1} + N_{i0}$ , а затем монотонно уменьшается. Видно, что на больших временах оба решения ведут себя одинаково. Таким образом, в данном случае мы получаем аperiodический режим эволюции, сводящийся к тому, что все поляритоны накачки превращаются в поляритоны сигнальной и холостой мод. Скорость изменения плотности поляритонов определяется их начальной концентрацией.

Теперь рассмотрим эволюцию системы в случае, когда в начальный момент времени  $N_{p0_1} > N_{p0_2}$  и, определенности ради,  $N_{s0} > N_{i0}$ . Решение уравнения (2.2) получаем в виде:

$$N_{p_1} = \frac{(N_{p0_1} - N_{p0_2})(N_{p0_1} + N_{i0})}{N_{p0_1} - N_{p0_2} - (N_{p0_2} + N_{i0}) \times \sin^2\left(\pm \sqrt{(N_{p0_2} + N_{s0})(N_{p0_1} + N_{i0})} \mu t + F(\varphi_0, k)\right)}, \quad (3.3)$$

где величины  $k$  и  $\varphi_0$  выражаются формулами:

$$k^2 = \frac{(N_{p0_1} + N_{s0})(N_{p0_2} + N_{i0})}{(N_{p0_2} + N_{s0})(N_{p0_1} + N_{i0})},$$

$$\varphi_0 = \arcsin \sqrt{\frac{(N_{p0_1} + N_{i0})N_{p0_2}}{(N_{p0_2} + N_{i0})N_{p0_1}}}.$$

Из (3.3) легко получить период  $T$  колебаний плотности поляритонов накачки

$$T = 2K(k) / \left( \mu \sqrt{(N_{p0_2} + N_{s0})(N_{p0_1} + N_{i0})} \right). \quad (3.4)$$

В данном случае эволюция системы представляет собой периодическое превращение поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод и обратно (рис.4).

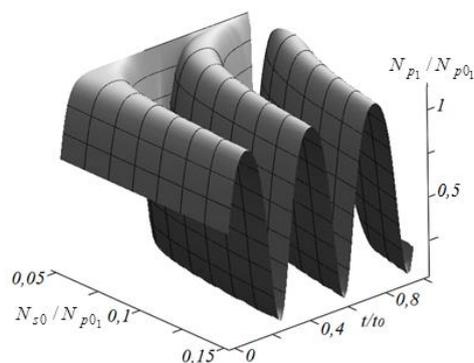


Рис.4 Временная эволюция нормированной плотности поляритонов накачки  $N_{p_1}/N_{p0_1}$  в зависимости от отношения начальных концентраций  $N_{s0}/N_{p0_1}$  при  $N_{p0_2}/N_{p0_1} = 1,2$  и

$$N_{i0}/N_{p0_1} = 0,05, \quad t_0 = \frac{\mu t}{N_{p0_2}}.$$

#### IV. ВЫВОДЫ

Таким образом при накачке нижней поляритонной ветви в двух близких точках возможен как периодический процесс превращения пары поляритонов накачки в поляритоны сигнальной и холостой мод, так и аperiodический. Амплитуда и период колебаний плотности поляритонов определяются начальными условиями. Большая из начальных плотностей поляритонов накачки определяет период колебаний, а меньшая – амплитуду.