

# ACORDAREA REGULATOARELOR TIPIZATE ÎN SISTEME DE REGLARE ÎN CASCADĂ LA MODELE DE OBIECTE CU INERȚIE DE ORDINUL TREI ȘI TIMP MORT

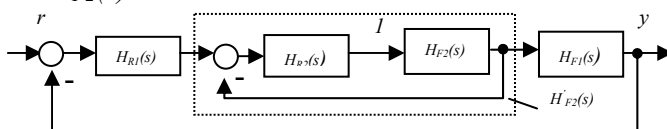
*Irina Cojuhari*  
*Universitatea Tehnică a Moldovei*

## INTRODUCERE

Pentru acordarea reguletoarelor tipizate de tipul P, PI, PID în structurile de reglare în cascadă se practică aplicarea metodelor frecvențiale, metoda modulului etc [1,2,3]. Metodele frecvențiale au dezavantajul care se referă la efectuarea calculului și prezentarea grafică a funcțiilor în domeniul frecvență. Metoda modulului are dezavantajul că se utilizează numai legi de reglare care conțin mai multe binoame de gradul întâi cărora li se impune compensarea constantelor mari de timp din componența obiectului de reglare, ceea ce duce la dificultăți la realizarea acestor legi. Pornind de la dezavantajele metodelor indicate mai sus, în lucrare se propune de a utiliza metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [4] la acordarea reguletoarelor tipizate în buclele de reglare interioare și exterioare ca sisteme de reglare independente. Procedura de acordare a reguletoarelor pornește de la conturul interior, apoi se acordează reguletoarele în conturul exterior.

## 1. ALGORITMUL DE ACORDARE A REGULATOARELOR

Admitem că procesul condus este prezentat prin două subprocese și structura sistemului de reglare în cascadă cu două contururi se prezintă în figura 1. În figură sunt utilizate însemnările:  $H_{R1}(s)$ ,  $H_{R2}(s)$  sunt funcții de transfer (f.d.t.) ale reguletorului principal și auxiliar respectiv, iar  $H_{F1}(s)$ ,  $H_{F2}(s)$  - prezintă f.d.t. ale subproceselor procesului condus, 1- conturul interior cu f.d.t.  $H'_{F2}(s)$ .



**Fig. 1.** Schema structurală a sistemului de reglare în cascadă.

Vom studia prezentarea subproceselor pentru cazul cînd subprocesele sunt elemente cu inerție de ordinul unu și doi cu f.d.t. de forma

$$H_{F1}(s) = \frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{k_1}{g_0s^2 + g_1s + g_2}, \quad (1)$$

$$H_{F2}(s) = \frac{k_2e^{-\tau s}}{(T_3s+1)}, \text{ cu } T_3 < T_1, T_2. \quad (2)$$

În expresiile (1), (2) avem însemnările:  $k_1, k_2$  sunt coeficienții de transfer ai subproceselor,  $T_1, T_2, T_3$  - constantele de timp ale subproceselor,  $\tau$  - timp mort, iar  $g_0 = T_1T_2$ ;  $g_1 = T_1 + T_2$ ;  $g_2 = 1$ .

### 1.1. Acordarea reguletorului în conturul interior

Se efectuează acordarea reguletorului cu f.d.t.  $H_{R2}(s)$  din conturul interior la subprocesul cu f.d.t.  $H_{F2}(s)$ . Admitem că se utilizează reguletor de tipul P sau PI.

**Reguletorul P** se acordează la obiectul cu f.d.t. (2) după metoda GMS și parametrul de acord al reguletorului se determină din relația [5,6]

$$k_{p2} = \frac{e^{-\tau J}}{k_2} (T_3J - 1). \quad (3)$$

Pentru a determina f.d.t. a conturului interior închis cu reguletorul P și PI valoarea  $e^{-\tau s}$  se aproximează cu aproximantul Pade [2]

$$e^{-\tau s} = \frac{1}{\tau s + 1}. \quad (4)$$

Se determină f.d.t. a conturului interior închis cu reguletorul P

$$H'_{F2}(s) = \frac{H_{R2}(s)H_{F2}(s)}{1 + H_{R2}(s)H_{F2}(s)} = \frac{k'}{l_0s^2 + l_1s + l_2}, \quad (5)$$

unde  $k' = \frac{k_{p2}k_2}{1 + k_{p2}k_2}$ ;  $l_0 = \frac{\tau T_3}{1 + k_{p2}k_2}$ ;  $l_1 = \frac{\tau + T_3}{1 + k_{p2}k_2}$ ;  $l_2 = 1$ .

**Regulatorul PI** se acordează la obiectul cu f. d. t. (2) după metoda GMS și parametri de acord se determină din relațiile [5,6]

$$k_{p2} = \frac{e^{-\tau J}}{k_2} (-\tau T_3 J^2 + (\tau + 2T_3)J - 1), \quad (6)$$

$$k_{i2} = \frac{e^{-\tau J}}{k_2} J^2 (-\tau T_3 J + \tau + T_3). \quad (7)$$

Funcția de transfer a conturului interior închis cu regulatorul PI și utilizând expresia (4) este următoarea

$$H'_{F2}(s) = \frac{H_{R2}(s)H_{F2}(s)}{1+H_{R2}(s)H_{F2}(s)} = \frac{d_0 s + d_1}{c_0 s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3}, \quad (8)$$

unde  $d_0 = \frac{k_{p2}}{k_{i2}}; d_1 = 1; c_0 = \frac{\tau T_3}{k_{i2} k_2}; c_1 = \frac{(\tau + T_3)}{k_{i2} k_2};$

$$c_2 = \frac{1 + k_{p2} k_2}{k_{i2} k_2}; c_3 = 1.$$

## 1.2. Acordarea reguletoarelor în conturul exterior

După efectuarea transformărilor echivalente schema bloc structurală a conturului exterior este prezentată în figura 2, a), b).

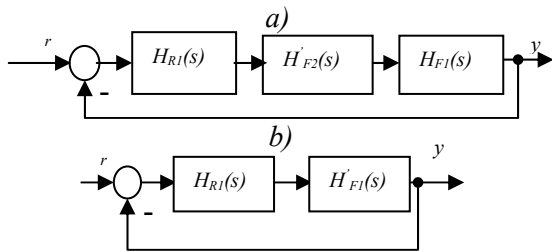


Fig. 2. Schema bloc structurală a buclei exterioare.

Pentru acordarea regulatorului P, PI, PID respectiv în conturul exterior se determină f.d.t. echivalentă a obiectului (5) cu conturul interior cu regulatorul P și subprocesul cu f.d.t.  $H_{F1}(s)$  (1)

$$H'_{F1}(s) = H'_{F2}(s)H_{F1}(s) = \frac{k}{a_0 s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (9)$$

unde  $k = k_{p2} k_2 k_1; a_0 = T_1 T_2 T_3 \tau;$

$$a_1 = T_3 T_2 (T_1 + T_2) + (T_3 + \tau) T_1 T_2;$$

$$a_2 = T_3 \tau + (T_3 + \tau)(T_1 + T_2) + (1 + k_{p2} k_2) T_1 T_2;$$

$$a_3 = T_3 + \tau + (1 + k_{p2} k_2)(T_1 + T_2); a_4 = 1 + k_{p2} k_2.$$

**Acordarea reguletoarelor P, PI, PID** respectiv la modelul obiectului (9) după metoda GMS se efectuează după relațiile [5,6] :  
SA cu regulatorul P:

$$k_{p1} = \frac{1}{k} (-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2 + a_3 J - a_4). \quad (10)$$

SA cu regulatorul PI

$$k_{p1} = \frac{1}{k} (-5a_0 J^4 + 4a_1 J^3 - 3a_2 J^2 + 2a_3 J - a_4), \quad (11)$$

$$k_{i1} = \frac{J^2}{k} (-4a_0 J^3 + 3a_1 J^2 - 2a_2 J + a_3). \quad (12)$$

SA cu regulatorul PID

$$k_{p1} = \frac{1}{k} (15a_0 J^4 - 8a_1 J^3 + 3a_2 J^2 - a_4), \quad (13)$$

$$k_{i1} = \frac{J^3}{k} (6a_0 J^2 - 3a_1 J + a_2), \quad (14)$$

$$k_{d1} = \frac{1}{k} (10a_0 J^3 - 6a_1 J^2 + 3a_2 J - a_3). \quad (15)$$

Pentru acordarea regulatorului P, PI, PID respectiv în conturul exterior se determină f.d.t. echivalentă a obiectului (8) cu conturul interior cu regulatorul PI și subprocesul cu f.d.t.  $H_{F1}(s)$  (1)

$$H^*_{F1} = H'_{F2}(s)H_{F1}(s) = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5}, \quad (16)$$

unde  $b_0 = k_1 k_2 k_{p2}; b_1 = k_1 k_2 k_{i2}; a_0 = T_1 T_2 T_3 \tau;$

$$a_1 = T_3 \tau (T_1 + T_2) + (T_3 + \tau) T_1 T_2;$$

$$a_2 = T_3 \tau + (T_3 + \tau)(T_1 + T_2) + (1 + k_{p2} k_2) T_1 T_2;$$

$$a_3 = T_3 + \tau + (1 + k_{p2} k_2)(T_1 + T_2) + k_2 k_{i2} T_1 T_2;$$

$$a_4 = 1 + k_2 k_{p2} + k_2 k_{i2} (T_1 + T_2); a_5 = k_{i2} k_2.$$

Acordarea regulatorului P, PI, PID respectiv la obiectul (16) se efectuează după relațiile [5,6].  
SA cu regulatorul P

$$k_{p1} = \frac{a_0 J^5 - a_1 J^4 + a_2 J^3 - a_3 J^2 + a_4 J - a_5}{b_1 - b_0 J}. \quad (17)$$

SA cu regulatorul PI

$$k_{p1} = \frac{-d_0 J^6 + d_1 J^5 - d_2 J^4 + d_3 J^3 - d_4 J^2 + d_5 J - d_6}{(b_1 - b_0 J)^2}, \quad (18)$$

unde  $d_0 = 5a_0 b_0; d_1 = 6a_0 b_1 + 4a_1 b_0;$

$$d_2 = 5a_1 b_1 + 3a_2 b_0; d_3 = 4a_2 b_1 + 2a_3 b_0;$$

$$d_4 = 3a_3 b_1 + a_4 b_0; d_5 = 2a_4 b_1; d_6 = a_5 b_1,$$

$$k_{i1} = \frac{-a_0 J^6 + a_1 J^5 - a_2 J^4 + a_3 J^3 - a_4 J^2 + a_5 J}{b_1 - b_0 J} + k_{p1} J. \quad (19)$$

SA cu regulatorul PID

$$k_d = \frac{d_0 J^7 - d_1 J^6 + d_2 J^5 - d_3 J^4 + d_4 J^3 - d_5 J^2 + d_6 J - d_7}{2(b_1 - b_0 J)^4}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{unde } d_0 &= 5a_0b_0^3; d_1 = 68a_0b_0^2b_1 + 12a_1b_0^3; \\ d_2 &= 78a_0b_0b_1^2 + 42a_1b_0^2b_1 + 6a_2b_0^3; \\ d_3 &= 30a_0b_1^3 + 50a_1b_0b_1^2 + 22a_2b_0^2b_1 + 2a_3b_0^3; \\ d_4 &= 20a_1b_1^3 + 28a_2b_0b_1^2 + 8a_3b_0^2b_1; d_5 = 12a_2b_1^3 + 12a_3b_0b_1^2; \\ d_6 &= 6a_3b_1^3 + 2a_4b_0b_1^2 - 2a_5b_0^2b_1; d_7 = 2a_4b_1^3 - 2a_5b_0b_1^2; \end{aligned}$$

$$k_{p1} = \frac{-d_0J^6 + d_1J^5 - d_2J^4 + d_3J^3 - d_4J^2 + d_5J - d_6}{(b_0 - b_1J)^2} + 2k_{d1}J, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{unde } d_0 &= 5a_0b_0; d_1 = 6a_0b_1 + 4a_2b_0; \\ d_2 &= 5a_1b_1 + 3a_2b_0; d_3 = 4a_2b_1 + 2a_3b_0; \\ d_4 &= 3a_3b_1 + a_4b_0; d_5 = 2a_4b_1; d_6 = a_5b_1, \end{aligned}$$

$$k_{i1} = \frac{-a_0J^6 + a_1J^5 - a_2J^4 + a_3J^3 - a_4J^2 + a_5J}{b_1 - b_0J} - k_{d1}J^2 + k_{p1}J. \quad (22)$$

La acordare a reguletoarelor P, PI și PID în conturul interior sau exterior, variind valoarea lui  $J$  se obțin valorile parametrilor  $k_p, k_i, k_d$  pentru conturul respectiv, pentru care performanțele SA sunt cele dorite. Determinarea coeficienților optimali  $k_p, k_i, k_d$ , ca sistemul automat să poseze performanțele impuse este o procedură dificilă. Pentru determinarea valorilor optime ale parametrilor care sunt funcții de variabila gradului maximal de stabilitate  $J$  se propune următoarea procedură cu iterații. Se variază variabila  $J$  și se construiesc curbele  $k_p = f(J), k_i = f(J), k_d = f(J)$  pentru reguletorul respectiv, obiectul respectiv și conturul de control respectiv în cadrul sistemului automat. În continuare se iau seturi de valori ale parametrilor  $k_p, k_i, k_d$  pentru valori optime și cvasioptimale ale lui  $J$ . Pentru fiecare set de valori ale parametrilor  $k_p, k_i, k_d$  se simulează pe calculator sistemul automat cu reguletorul P, PI, PID respectiv cu seturile de valori ale parametrilor alese și se determină procesul tranzitoriu al sistemului automat pentru care performanțele obținute corespund celor impuse în conturul de control respectiv [6].

## 2. SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru a analiza eficiența metodei de acordare a reguletoarelor tipizate în sisteme de reglare în cascadă s-au efectuat calculele respective pentru acordarea reguletoarelor la subprocese cu parametrii dați: pentru f.d.t  $H_{F2}(s) - k_2=1, T_3=5$  și  $H_{F1}(s) - k_1=2, T_2=10, T_2=15$  și  $\tau=2$ .

În conturul interior s-au acordat reguletoare P și PI, iar în conturul exterior s-au acordat reguletoare

P, PI și PID. În figura 3 este prezentată schema de simulare pe calculator a sistemului cu reguletoarele acordate după metoda GMS utilizând pachetul de programe MATLAB.

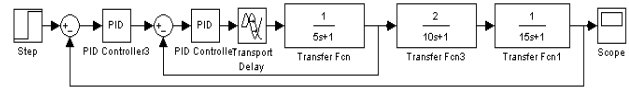


Fig. 3. Schema bloc structurală de simulare pe calculator a sistemului automat.

În figura 4 sunt prezentate procesele tranzitorii ale sistemului automat a conturului exterior, pentru cazul acordării reguletoarelor după metoda GMS: a) – reguletorul P acordat în conturul interior și reguletoare P, PI, PID acordate în conturul exterior; b) reguletorul PI acordat în conturul interior și reguletoare P, PI, PID acordate în conturul exterior. Valorile parametrilor de acord a reguletoarelor respective sunt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1. Parametrii de acord a reguletoarelor acordate după metoda GMS.

Nr. curb.	Reg. con. ext.	Reg. P acordat în conturul int. $k_{p2}=0.614$	Reg. PI acordat în conturul int. $J_{opt}=0.36$ $k_{p2}=0.98$ $k_{i2}=0.21$
1	P	$k_{p1}=0.036$	$k_{p1}=0.08$
2	PI	$J_{opt}=0.05$ $k_{p1}=0.391$ $k_{i1}=0.025$	$J_{opt}=0.12$ $k_{p1}=0.32$ $k_{i1}=0.033$
3	PID	$J_{opt}=0.14$ $k_{p1opt}=2.93$ $k_{i1opt}=0.128$ $k_{dopt}=16.5$	$J_{opt}=0.14$ $k_{p1}=0.89$ $k_{i1}=0.069$ $k_{d1}=2.203$
4	PID	$J=0.12$ $k_{p1}=2.87$ $k_{i1}=0.12$ $k_{d1}=16.4$	$J=0.12$ $k_{p1}=0.38$ $k_{i1}=0.036$ $k_{d1}=0.23$
5	PID	$J=0.16$ $k_{p1}=2.71$ $k_{i1}=0.11$ $k_{d1}=15.8$	$J=0.16$ $k_{p1}=1.24$ $k_{i1}=0.094$ $k_{d1}=3.36$
6	PID	$k_{p1}=2.98,$ $k_{i1}=0.131$ $k_{d1}=16.45$	$k_{p1}=0.6672$ $k_{i1}=0.0323$ $k_{d1}=5.3359$

Valorile parametrilor de acord a reguletoarelor respective pentru curbele 1-5 au fost obținute utilizând metoda GMS și curba 6 a fost obținută pentru cazul optimizării valorilor parametrilor de

acord reguletoarelor PID utilizând blocul NCD Outport din pachetul de programe MATLAB.

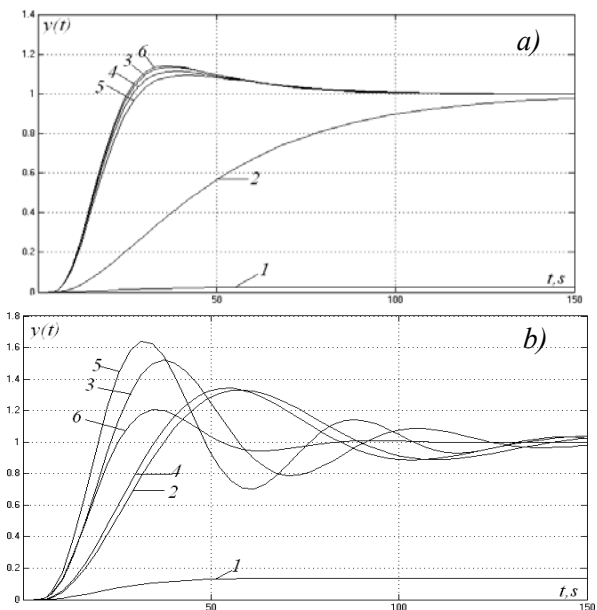


Fig. 4. Procesele tranzitorii ale sistemului de reglare în cascadă.

În figura 5 sunt prezentate procesele tranzitorii ale sistemului automat a conturului exterior, pentru cazul acordării reguletoarelor după metoda Ziegler-Nichols: a) –reguletorul P acordat în conturul interior și reguletoare P, PI, PID acordate în conturul exterior; b) –reguletorul PI acordat în conturul interior și reguletoare P, PI, PID acordate în conturul exterior. Valorile parametrilor de acord a reguletoarelor respective sunt prezentate în tabelul 2.

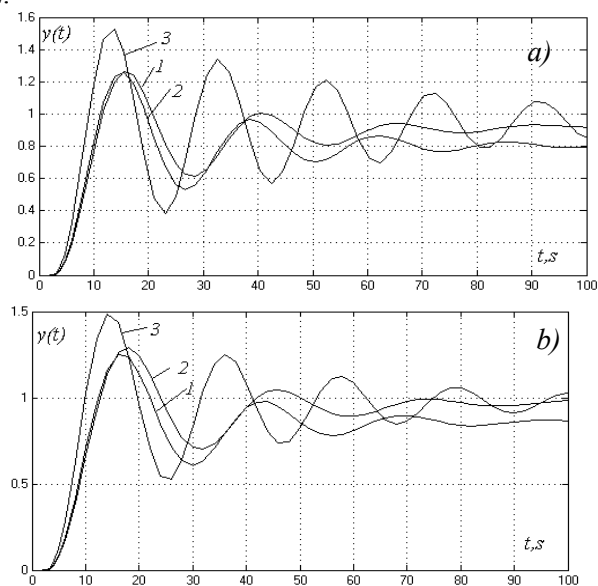


Fig. 5. Procesele tranzitorii ale sistemului de reglare în cascadă.

Tabelul 2. Parametrii de acord a reguletoarelor acordate după metoda Ziegler-Nichols.

Nr. curb.	Reg. con. ext.	Reg. P acordat în conturul int.	Reg. PI acordat în conturul int.
		$k_{p2}=1.17$ $k_{cr}=2.35$ $T_{cr}=26$	$k_{p2}=1.05$ $k_{i2}=0.04$ $k_{cr}=2.35$ $T_{cr}=26$
1	P	$k_{p1}=3.8$ $k_{cr}=7.6$ $T_{cr}=27$	$k_{p1}=3.1$ $k_{cr}=6.2$ $T_{cr}=31$
2	PI	$k_{p1}=3.42$ $k_{i1}=0.04$ $k_{cr}=7.6$ $T_{cr}=27$	$k_{p1}=2.79$ $k_{i1}=0.04$ $k_{cr}=6.2$ $T_{cr}=31$
3	PID	$k_{cr}=7.6$ $T_{cr}=27$ $k_{p1}=5.7$ $k_{i1}=0.061$ $k_{d1}=2.7$	$k_{p1}=4.65$ $k_{i1}=0.05$ $k_{d1}=3.1$ $k_{cr}=6.2$ $T_{cr}=31$

Pentru a efectua acordarea reguletoarelor după metoda modulului au fost efectuate calculele respective după metoda dată. Pe baza calculelor făcute funcțiile de transfer pentru reguletor intern și reguletor extern sunt prezentate în relații (23). Funcțiile de transfer respective au fost determinate pe baza funcțiilor de transfer a subproceselor (1) și (2).

$$H_{R1}(s) = \frac{15s+1}{40s}, \quad H_{R2}(s) = \frac{5s+1}{2s}. \quad (23)$$

În figura 6 este prezentată schema de simulare pe calculator, iar în figura 7 este prezentat procesul tranzitoriu al sistemului de reglare în cascadă în cazul acordării reguletoarelor după metoda modulului.

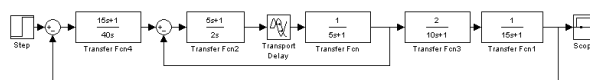


Fig. 6. Schema bloc structurală de simulare pe calculator a sistemului automat.

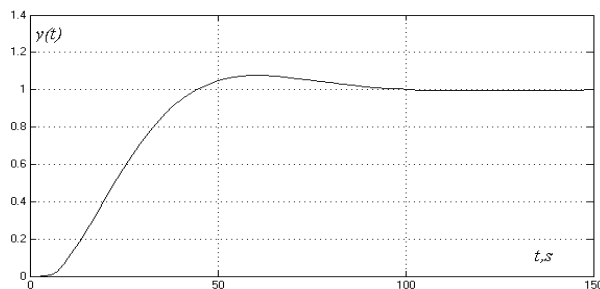


Fig. 7. Procesul tranzitoriu al sistemului automat de reglare în cascadă.

În figura 8 sunt prezentate procesele tranzitorii ale sistemului automat a conturului exterior pentru următoarele cazuri: când în conturul exterior este acordat regulatorul PID, iar în conturul interior este acordat regulatorul P după metoda GMS – curba 1, când în conturul exterior este acordat regulatorul PID iar în conturul interior este acordat regulatorul PI după metoda GMS – curba 2, în conturul exterior este acordat regulatorul PID iar în conturul interior este acordat regulatorul P după metoda Zigler – Nicols – curba 3, în conturul exterior este acordat regulatorul PID iar în conturul interior este acordat regulatorul PI după metoda Zigler – Nicols – curba 4, când în conturul exterior este acordat regulatorul PID iar în conturul interior este acordat regulatorul PI cu parametrii obținuți în urma utilizării optimizării din pachetul de programe MATLAB – curba 5, acordarea regulatorului după metoda modulului – curba 6.

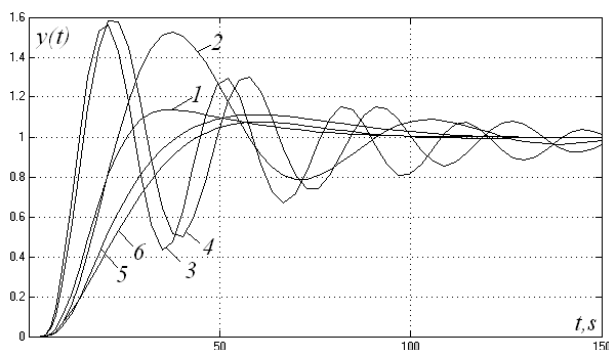


Figura 8. Procesul tranzitoriu al sistemului de reglare în cascadă.

În tabelul 3 sunt prezentate performanțele SA pentru procesele tranzitorii prezentate în figura anterioară.

Tabelul 3. Analiza performanțelor SA.

Nr. curba	$\epsilon_{st}, \%$	$t_p, s$	$\sigma, \%$	$t_s, s$	$\lambda$
1	5	26	-	26	-
2	5	145	52	23	3
3	5	72	48	8	8
4	5	85	53	9	9
5	5	83	13	36	-
6	5	85	10	40	-

În rezultatul analizei performanțelor SA am obținut cele mai bune rezultate în cazul când în conturul interior este acordat regulatorului P iar în conturul exterior este acordat regulatorului PID după metoda GMS.

## CONCLUZII

În rezultatul analizei rezultatelor obținute la acordarea reglatoarelor P, PI, PID după metodele gradului maximal de stabilitate, modulului și Ziegler-Nichols la sisteme de reglare în cascadă cu obiecte cu inerție de tipul (1), (2) cu parametrii cunoscuți pot fi făcute următoarele concluziile:

1. În cazul acordării reglatoarelor P, PI și PID după metoda Ziegler-Nichols s-au obținut procese tranzitorii oscilante, cu timpul de reglare mare.

2. În cazul acordării regulatorului după metoda modulului a fost obținut procesul tranzitoriu cu suprareglaj de 10% și timpul de reglare 85 de secunde.

3. În cadrul efectuării acordării reglatoarelor P, PI și PID după metode respective cele mai bune rezultate au fost obținute în cadrul acordării reglatoarelor după metoda gradului maximal de stabilitate.

## Bibliografie

1. **Rotach, V. Ia.** Teoria avtomaticheskogo upravlenia termoenergheticheskimi protsessami. Moskva: Energoatomizdat, 1985, 292 s.
2. **Lukas, V. A.** Teoria avtomaticheskogo upravlenia. Moskva: Nedra, 1990, 416 s.
3. **Dumitrache, I. și al.** Automatizări electronice. București: EDP, 1993, 660 p.
4. **Zagarii, G. I., Shubladze, A. M.** Sintez sistem upravlenia na osnove criteria maximalnoi stepeni ustoichivosti. Moskva: Energoatomizdat, 1998, 198s.
5. **Izvoreanu, B., Fiodorov, I., Izvoreanu, F.** The Tuning of Regulator for Advance Delay Objects According to the Maximal Stability Degree Method. Proceedings of the 11th International Conference on Control Systems and Computer Science (CSCS-11), București, V.I., 1997, pag. 179-184.
6. **Cojuhari, I., Izvoreanu, B.** Contributions of controllers tuning in the multiple - loop feedback control system with two contours with inertia. Proceedings of the 9 International Conference on Development and Application Systems DAS-2008, România, Suceava, 2008, pag. 50-53.