

N. Țislinscaia, A Lupașco, M. Bernic

Monografia

**Modelarea matematică a fenomenelor de transfer în
procese de uscare**

CZU 517.9

Ț64

În monografie este prezentată informația despre modelele matematice a fenomenelor de transfer în procesele de uscare.

Monografia prezintă interes pentru specialiștii din domeniul industriei alimentare, studenți, masterați, doctoranzi ș.a., care se interesează de procesele de transfer în procesele de uscare.

Recenzent: **L. Ivanov, doctor în științe tehnice, conferențiar universitar.**

Redactor: **Gh. Ganea, doctor în științe tehnice, profesor universitar.**

Este recomandată pentru publicație de către Consiliul Științific al Institutului de Tehnologii Alimentare, proces verbal nr. 2 din 18 iunie a. 2008.

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

Modelarea matematică a fenomenelor de transfer în procesele de uscare / Natalia Țislinscaia, Andrei Lupașco, Mircea Bernic – Ch.: ITA, 2008 -108 p.

Bibliogr.P (104-108) (73 lit.) ITA

ISBN 978-9975-9970-2-7

100 ex.

CZU 517.9

ISBN 978-9975-9970-2-7

© N. Țislinscaia

Cuprins

Introducere

1. Formularea problemelor transferului de masă și căldură

1.1 Ecuatiile diferențiale ale conductibilității termice (difuzie)

1.1.2 Noțiunile de bază a transferului de masă și căldură

1.2 Formularea problemelor laterale a conductibilității termice

1.2.2 Formularea comună a transferului

1.3 Formularea problemelor de transfer apropiat

1.4 Transfer de masă și căldură în interconexiune

2. Metode de soluționare a problemelor de transfer de masă și căldură

3. Studiul experimental al procesului de uscare a produselor alimentare de formă cilindrică

3.1 Descrierea modelului matematic al procedurii de uscare a ardeiului iute

3.2 Verificarea modelului matematic la adecvatitatea datelor experimentale

3.3 Realizarea tehnică a procesului de uscare a ardeiului iute în câmp UHF

3.4 Construcția instalației de uscare propusă

3.4.1 Principiul de lucru a instalației de uscare propusă

4. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produse alimentare de formă geometrică placă

5. Modelul matematic de uscare a produselor alimentare cu utilizarea sursei interne de căldură în condițiile tubului de tip cilindru limitat

5.1 Controlul modelului matematic la compatibilitate

5.2 Descrierea instalației experimentale

6. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produse alimentare de formă geometrică sferă în cazul utilizării tratamentului termic prin convecție și câmp electromagnetic.

6.1 Descrierea matematică a metodei de uscare a măceșului cu utilizarea încălzirii convective și UHF

6.2 Descrierea modelului matematic al procedurii

6.3. Controlul modelului matematic la compatibilitate

6.4. Construcția principiului de lucru a instalației de uscare propusă

7. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produse alimentare de formă geometrică sferă în sferă în cazul utilizării tratamentului termic prin convecție și câmp electromagnetic

7.1 Descrierea matematică a procesului de uscare a cătinii albe cu utilizarea convecție și U.H.F.

7.2 Verificarea modelului matematic la compatibilitate

7.3 Realizarea tehnică a procesului de uscare a cătinii albe cu aplicarea UHF

Bibliografie

Introducere

Problemele transferului de masă și căldură sunt cele mai actuale ale matematicii fizice. Aceasta se explică atât prin răspîndirea lor vastă cît și prin influența determinată asupra eficacității aparatelor termice, de difuzie și chimice.

Realitatea lumii și a proceselor reale este profundă și nelimitată. La orice mic detaliu, în condițiile date de cercetare, permanent se păstrează trăsături necunoscute a fenomenului.

Pentru orice descriere a realității se construiesc modele particulare. Ele totdeauna sunt apropiate. Astfel și modelele procesului transferului de masă și căldură, transport de căldură și difuzie sunt apropiate nu numai de analiza formelor simple a ecuațiilor Furie și Fic [25,29,68], dar și de formele existente sau a celor ce se prelucrează pînă la cele mai compuse [24,26,30,32,35,62,63,65,66,67].

Formularea descrierilor problemelor științifice și ingineresti întotdeauna sunt modele.

Ultimul deceniu se caracterizează prin crearea și descrierea unor modele comune, universale. Indiferent de valoarea lor, modelele universale sunt deseori neeficiente. Cauzele neeficienței lor și perturbarea imaginațiilor teoretice și analogice între procese în multe cazuri sunt asemănătoare.

Mai întîi de toate, substituirea unor fenomene reale cu modele generale comune nu iau în considerație particularitățile tuturor fenomenelor incluse în această schemă. În particular, aceasta este caracteristic pentru fenomenele și procesele existente la hotarul divizării fazelor pentru mediile eterogene și polifazice, inclusiv pentru materialele și torențele cu structură complexă și procesele cu intensitate sporită.

Unele din aceste fenomene pot fi neclare, nestudiate sau necunoscute pînă în prezent.

O altă cauză posibilă – neadecvarea fenomenelor: schimbarea direcției de influență a fenomenului în timpul procesului sau în alte condiții concrete.

În acest context, erorile comparabile schimbătoare a experiențelor și măsurării proprietăților, îndeosebi cînd modelul necesită multiple caracteristici, cum ar fi: eroarea comisă în soluționarea problemelor reciproce, eroarea de calcul a calculatorului, necesitatea multor literații și relații recurente, prezența șirurilor alternative, hotarelor și intervalelor, evidența unui mare număr de membri ai șirului, erorile de rotungere, uneori hotarele nestabile.

Pentru lumea naturii, complicarea proceselor este reală. „Greutăți” pentru natură – nu există: orice proces complicat absoarbe toate componentele lui fără „piedici” în „timpul său real” indiferent de „cantitate”, „probabilitate” sau „stohastică” egalînd nivelul de cercetare sau „scară ierarhică”.

În ultimele lucrări [22,25,27,30,35,38,47,49,52,55], s-a demonstrat că principalele dificultăți în descrierea și modelarea proceselor reale de transfer de masă și căldură sunt nu numai în formă matematică, dar și analiza problemelor mecanismului și cineticii proceselor fizico-chimice.

Problemele semnificative la alcătuirea metodelor de calcul a proceselor de difuzie și transfer de căldură rămîn a fi evidența interinfluenței transferului de căldură, umiditate și presiune.

În prezent, cel mai răspândit pentru descrierea teoretică a astfel de procese o are cercetarea sistemelor de ecuații diferențiale a lui A. V. Lîcov [62,63,64,65,66], luînd în considerație „efectele interferente” în baza proceselor termodinamice ireversibile.

Este necesar de cercetat și de descris procesele de transfer de masă și căldură prin ecuații simple de transfer de căldură și difuzie, iar interconexiunile dintre procese de considerat suplimentare.

1. Formularea problemelor transferului de masă și căldură

1.1 Ecuațiile diferențiale ale conductibilității termice (difuzie)

Procesul **schimb de căldură** reprezintă transportul de energie (schimb) ce are loc între corpuri (medii) cu diferite temperaturi. Există trei metode de răspîndire a căldurii: conductibilitate termică, convecție și radiație termică. În practică, de obicei, schimbul de căldură are loc prin cîteva, uneori prin toate aceste metode. Atunci ca bază se ia schimbul de căldură „efectiv”, care include toate metodele.

Procesul **schimb de masă** reprezintă trecerea a unei sau cîtorva substanțe dintr-o fază în alta **prin** suprafața de separare. Transferul de substanțe între faze cît și cel interfazic se poate realiza atît pe calea difuziei moleculare, cît și pe cea a convecției și difuziei moleculare concomitent.

Răspîndirea căldurii și/sau a substanței în **interiorul** unei faze se numește **transfer de căldură**, **transfer de masă** sau **transfer de masă și căldură**. La fel se numește și totalitatea proceselor de transfer interfazic și între faze.

Vom soluționa problema transfer de căldură prin conductibilitatea termică și problema difuziei moleculare în mediul imobil, în particular, în corpul tare. Corpul tare poate fi neporos, neumflat, neporos umflat coloidalcapilaro-poros și amestecat – coloidal capilaro-poros [22,37,45,46].

Problema conductibilității termice și a difuziei au o vastă întrebuintare. Soluționarea unor astfel de probleme ne permite să obținem informații importante despre proces. De exemplu: pentru procesul termic se poate calcula nu numai temperatura cîmpului staționar, torentul de căldură și valoarea medie a temperaturii elementelor constructive în parte a aparatului întreg, dar și determina caracterul schimbării (profilul, căderile, gradientii) temperaturilor în puncte separate a elementelor constructive a aparatului, de prezis efectele termodifuzive, de găsit parametrii optimali și de propus schema de conducere a aparatului sau instalației [34].

Procesele de conductibilitate termică și difuzie se descriu conform anumitor ecuații. Astfel e posibil, de soluționat problema conductibilității termice, deoarece ea are un caracter formal mai vast. În particular, în problema conductibilității termice se include și coeficientul λ , coeficientul conductibilității de temperatură $a = \lambda / c\rho$, iar în problema difuziei – numai coeficientul de difuzie D , care este analogul lui a [62,66].

Trebuie de reținut, însă, că analogia este numai formal matematică, deoarece fizica proceselor transferului de căldură și substanță este total diferită.

1.1.2 Noțiunile de bază a transferului de masă și căldură

Conductibilitate termică – procesul de transfer de căldură pe calea schimbului de energie la mișcarea termică haotică a particulelor (în particular, moleculele de substanță)

în mediu, determinat de o distribuție neomogenă de temperatură în acest mediu (conductibilitate termică moleculară).

Cîmp de temperatură – totalitatea valorilor de temperatură pentru toate punctele spațiului într-un moment dat de timp. Dacă temperatura este funcție numai de coordonatele spațiale $T(x,y,z)$ atunci cîmpul de temperatură se numește stabil sau **staționar**. Dacă, în caz comun, temperatura se schimbă în funcție de timp, atunci cîmpul se numește instabil sau **nestaționar**.

Problema de bază a conductibilității termice este determinarea și studierea în timp și spațiu a schimbărilor de temperatură a cîmpului în mediu (corp).

Punctele cîmpului de temperatură ce au o valoare a temperaturilor egale, formează o suprafață ce se numește **izotermică** (fig.1.1). Evident, în cazul bidimensional, linia temperaturilor cu valoare identică – se numește **izotermă**.

Căderea de temperatură în direcția normalei către suprafața izotermică determină mărimea – **gradient de temperatură**. Mai exact, gradientul de temperatură este raportul creșterii temperaturii ΔT către (și) distanța dintre izotermă și normală. Ca direcție pozitivă a gradientului vector se ia direcția spre direcția creșterii temperaturii:

$$\text{grad } T = l_n(dT/dn), \quad (1.1)$$

unde l_n – vector unic, îndreptat după normală în direcția creșterii temperaturii.

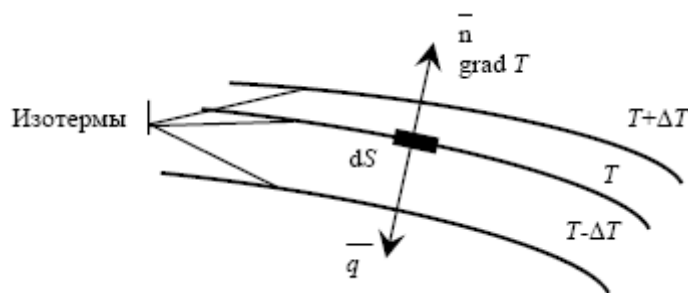


Fig. Caracteristicile cîmpului de temperatură

Analogic, se determină gradientul concentrației sau gradientele altor potențiale de transfer de energie sau substanță.

Transferul de căldură prin conductibilitate termică se poate efectua numai în cazul dacă în diferite puncte ale corpului, cîmpul de temperatură este neomogen, adică, există un oarecare gradient de temperatură nenul. Valoarea densității torentului de căldură (sau **torentului de căldură relativ**) q în punctul arbitrar al corpului se determină analogic cantității de căldură dQ ce trece într-o unitate de timp $d\tau$ printr-o unitate de suprafață dS a suprafeței izotermice [26,33]:

$$q = \lambda dQ/(dSd\tau) \quad (1.2)$$

Conform propunerii lui Furie, torentul de căldură prin elementul suprafeței izotermice este proporțional valorii gradientului de temperatură în punctul dat:

$$q = -\lambda \text{ grad } T \quad (1.3)$$

unde λ – coeficientul conductibilității termice

Expresia (1.3) este de bază pentru extragerea ecuațiilor diferențiale a cîmpului de temperatură – legea conductibilității termice a lui Furie.

Conductibilitatea termică λ caracterizează intensitatea transferului de căldură în corp. În cazul corpului izotrop omogen, valoarea coeficientului conductibilității termice λ se determină prin cantitatea de căldură ce trece într-o unitate de timp la scăderea temperaturii cu 1 grad la o unitate de lungime a normalei. În așa mod, coeficientul conductibilității termice are mărimea $W/(m^2K)$. Valoarea coeficientului conductibilității termice depinde de temperatură, iar în corpurile anizotrope – de direcția torentului de căldură, densitate, umiditate și alte proprietăți ale materialului (mediului).

Teoria analitică a conductibilității termice este bazată pe ecuațiile diferențiale a conductibilității termice Furie, sensul fizic constând în faptul că ecuația unește distribuția spațială a temperaturii și schimbarea ei în timp. Extragerea ecuațiilor diferențiale a conductibilității termice se efectuează din bilanțul de căldură pentru o unitate de volum a corpului cu evidența tuturor componentelor și a legii gradientului transfer de căldură Furie.

În sistemul de coordonate dreptunghiulare ecuațiile diferențiale a conductibilității termice au forma [26,33]:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v \quad (1.4)$$

unde: x, y, z – coordonate spațiale

q_v – puterea surselor de volum interioare (stocuri de căldură) în corp, de exemplu, la transformările fizice sau chimice, la volumul de căldură eliminat (în particular – SHF încălzire), W , în lipsa lor $q_v=0$; c – capacitatea termică, $J/(kgK)$; ρ – densitatea kg/m^3

În ecuația (1.4) mărimile c, λ, ρ, q_v , sunt în funcție de coordonatele x, y, z și temperatura T , adică ecuația (1.4) este neliniară.

Dacă presupunem stabilitatea c, λ, ρ, q_v , atunci ecuația (1.4) se reduce și va primi forma ecuației diferențiale, în particular, derivata a doua de tip **parabolic**:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{c\rho} \quad (1.5)$$

sau

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{q_v}{c\rho} \quad (1.6)$$

unde:

$\nabla^2 T$ - operatorul lui Laplace

$a = \lambda/(c\rho)$ – conductibilitatea de temperatură, m^2/s .

Ecuația (1.6) poate fi expusă în sistemul de coordonate sferic, cilindric, etc.

Mai există și alte metode de extragere, ce duc **la exprimarea mult mai complicată a ecuațiilor conductibilității termice** cu includerea derivatei a doua și a treia; cu calculul vitezei finale de răspîndire a căldurii în substanță, ce conduce la ecuația diferențială **hiperbolică**.

Utilizarea lor rațională apare în timpul torentului intensiv de căldură în așa numitele procese și sisteme neliniare, etc. [42,60].

În practică, pentru soluționarea problemei conductibilității termice, se selectează după posibilități corpuri modele și forme geometrice mai mult răspândite – așa numitele **forme canonice** [62]:

- placă monodimensională infinită, adică placa mărginită geometric după o coordonată – grosimea și, corespunzător, schimbarea temperaturii după o axă de coordonate, de obicei axa - x ;
- cilindru infinit monodimensional;
- sferă monodimensională;
- plăci, cilindri, sfere bi-, pluristraturi;
- plăci, cilindri, sfere bidimensionale, mono-, bi-, pluristratice;
- plăci, cilindri, sfere tridimensionale.

În corespundere cu geometria corpului model și condițiile transferului de căldură, ecuația (1.6) poate fi redusă. De exemplu: pentru placa monostrat infinită în lipsa surselor interne de căldură ea va avea forma:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (1.7)$$

Difuzia moleculară (liberă) se descrie prin ecuația lui Fic:

$$i = - D \text{ grad } C \quad (1.8)$$

unde:

D – coef. de difuzie, m^2/s .

c – concentrația substanței difuzibile, kg/m^3

i – densitatea torentului de masă, $kg/(m^3s)$

Se observă că gradientul ecuației lui Fic (1.8) și ecuației Furie (1.7) după formă sunt analogice. Corespunzător, ecuațiile diferențiale a difuziei au forma:

$$\frac{\partial C(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = D \nabla^2 C + m_v \quad (1.9)$$

Ecuația diferențială a difuziei (1.9) este analogică ecuației diferențiale a conductibilității termice (1.6).

1.2 Formularea problemelor laterale a conductibilității termice

Ecuațiile diferențiale a conductibilității termice la general au o mulțime de soluții. Pentru a primi, însă, o soluție unică, ce caracterizează procesul concret, este necesar de prezentat o descriere închisă a procesului concret. Pentru aceasta ecuației diferențiale în formă generală i se adaugă: ecuația de stare, ecuația continuității, condițiile la începutul momentului de timp, condițiile la hotarele corpului, datele despre geometrie, în patricular, condițiile de simetrie, însușirile termofizice ale materialului, etc.

Totalitatea condițiilor inițiale și de frontieră se numesc **condiții de frontieră**. **Condițiile inițiale** (CI) constau în reprezentarea cîmpului de temperatură a corpului în momentul de timp primit ca inițial. **Condițiile de frontieră** (CF) au un caracter de interacțiune termică între mediul înconjurător și suprafața corpului [64,66,67,70].

Cele mai simple condiții inițiale sunt cele uniforme sau așa numitele condiții inițiale fără gradient:

$$T(x, y, z, 0) = T_0 = \text{const.} \quad (1.10)$$

Se admit condiții inițiale arbitrare și funcționale reprezentate de o funcție arbitrară sau concretă,

$$T(x, y, z, 0) = f(x, y, z) \quad (1.11)$$

sau date ce reprezintă complexul de valori ale temperaturii în diferite puncte ale corpului (în formă de valori numerice a câmpului de temperatură).

$$T(x, y, z, 0) = T_i(x_i, y_i, z_i) \quad (1.12)$$

Condițiile de frontieră deasemenea se pot prezenta prin câteva metode. Cele mai simple și răspândite în practică sunt condițiile de frontieră de ordinul 1, 2, 3 și 4.

Condițiile de frontieră de ordinul 1 (CF-1).

Se dă distribuția de temperatură la suprafața corpului în forma funcției de coordonate și/sau timp (fig. 1.2)

$$T(x, y, z, \tau)|_{x, y, z = s} = f(x, y, z, \tau) \quad (1.13)$$

De exemplu: pentru placa monodimensională infinită de grosimea l .

$$T(0, \tau) = f_1(0, \tau) \quad (1.14)$$

$$T(l, \tau) = f_2(l, \tau) \quad (1.15)$$

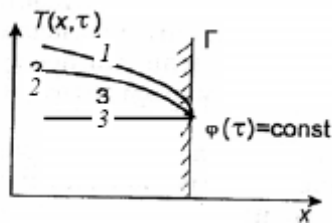


Fig. Condițiile de frontieră de ordinul 1

1, 2, 3 – câmpurile de temperatură în diferite momente de timp (pentru răcirea corpului); Γ – hotarul corpului

La problema cu (CF -1) se referă răcirea/încălzirea corpului la distribuția artificială a temperaturii pe suprafață în timpul transferului intensiv de căldură la suprafață, când temperatura suprafeței o putem considera echivalentă temperaturii mediului și în șirul altor cazuri.

Analogic se dau CF-1 pentru difuzie.

$$C(x, y, z, \tau)|_{x, y, z = s} = f(x, y, z, \tau) \quad (1.16)$$

Condițiile de frontieră de ordinul 2 (CF-2).

În acest caz, se prezintă distribuția densității torentului de căldură la suprafața corpului ca funcție de coordonate și/sau timp

$$q_{\text{supraf}} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = f(x, y, z)|_s \quad (1.17)$$

CF-2 se realizează deseori, de exemplu, la încălzirea suprafețelor, corpurilor cu surse de temperatură înaltă când transferul de căldură se determină cu radiația, etc.

Analogic se dau CF-2 pentru difuzie.

$$-D \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_s = f(x, y, z)|_s \quad (1.18)$$

Condițiile de frontieră de ordinul 3(CF-3).

Aici, la suprafața corpului se atribuie condiții de cedare de căldură cu folosirea temperaturii mediului ambiant și a coeficienților de cedare de căldură λ ; $W/(m^2K)$ ce caracterizează intensitatea interacțiunii termice a mediului înconjurător și suprafața corpului. Corespunzător, suprafața corpului primește torentul de căldură conform ecuațiilor lui Newton. Atunci CF-3 vor avea forma:

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s = \alpha (T(x, y, z)|_s - T_m) \quad (1.19)$$

unde:

T_m - temperatura în nucleul torentului din mediul ambiant

CF-3 (fig 1.3) se realizează deseori în practică în cazul schimbului convectiv de căldură, deseori se folosesc ca universale fiindcă cu ele se pot iniția și alte CF.

Pentru difuzie la suprafața corpului se atribuie condiții analogice de cedare de masă cu folosirea concentrației substanței difuzate în mediul exterior C_m și β - coeficientul cedării de masă m/s

$$-D \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)_s = \beta (C(x, y, z)|_s - C_m) \quad (1.20)$$

Aici T_m și C_m pot fi constante sau modificate în timp.

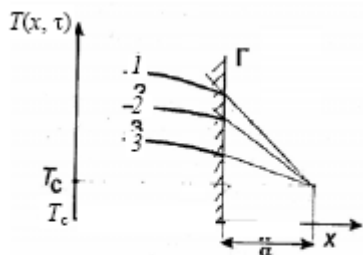


Fig. Condițiile de frontieră de ordinul 3

1, 2, 3 – câmpurile de temperatură în diferite momente de timp (pentru răcirea corpului); H – hotarul corpului; T_m – temperatura mediului; λ - coeficientul conductibilității termice mediului

Condițiile de frontieră de ordinul 4(CF-4).

CF-4 mai des corespund transferului de căldură dintre suprafața corpului cercetat cu suprafața altui corp. De aceea CF-4 se mai numesc condiții de unire (ciocnire) sau condiții de cuplare. În acest caz, schimbul de căldură la suprafață, se determină după legea Furie, la contactul ideal dintre două corpuri (corpul și mediul), temperatura suprafețelor se consideră constantă.

CF-4 au forma:

$$T_1(x, y, z, \tau)|_{x,y,z} = s_1 = T_2(x, y, z, \tau)|_{x,y,z} = s_2 \quad (1.21)$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right)_{s_1} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right)_{s_2} \quad (1.22)$$

Aici indicele 1 se referă la suprafața primului corp S_1 , indicele 2 - se referă la suprafața corpului 2, iar ecuația (1.22) – legea păstrării energiei la suprafața corpurilor în contact, cu condiția unui contact termic ideal.

Se întâlnesc, de asemenea, alte condiții de frontieră mult mai complicate, de exemplu:

- oscilatorii, la schimbări periodice ale temperaturii sau concentrației, inclusiv corpurile ce se află în mișcare liniară, de rotație sau surse; oscilații zilnice sau sezoniere, etc.
- probleme cu hotarul mobil, de exemplu: în procesul de topire, întărire, așa numitele probleme ale lui Stefan sau ale lui Verighina;
- condiții de frontieră combinate, pentru diferite părți ale corpului sau schimbătoare în timp etc.

1.2.2 Formularea comună a transferului

În procese și aparate pentru analiza și descrierea fenomenelor neinterconectate deseori se utilizează reprezentările fizice, corespunzătoare înregistrărilor modelelor matematice comune de următorul tip:

a) de natură gradientică (de exemplu: fenomenul frecării viscoase la scurgerea lichidului și modelului incluzând gradientul vector viteză $\text{grad}W$ sau componentele lui $\text{grad}W$; gradientul conductibilității termice moleculare $\text{grad}T$; difuzie moleculară $\text{grad}C$ sau potențialul chimic $\text{grad} \mu$; în lucrările teoretice se cercetează gradientii, vectorii și tenzorii ca mărimi scalare);

b) de natură exponențială (de exemplu: în cinetica chimică în dependență de viteză a reacțiilor chimice, de concentrația cu exponentul Arseunic independent de temperatură);

c) prezentarea integralo-relaxantă - ia în considerație dependența transferului caracteristic de la viteza de mișcare nemijlocită de timp; sfârșitul vitezei de transfer.

Pe această bază se construiesc ecuațiile liniare și neliniare, diferențiale sau integral diferențiale a câmpurilor ce corespund caracteristicilor procesului și/sau, de obicei, mult mai simple după formă decât ecuațiile procesului cinetic.

În procese și aparate acestea sunt mai întâi de toate ecuațiile caracteristicilor fizice calculate a mediului continuu, temperaturii, concentrației, vitezei, presiunii, tensiunii, etc.

Dacă însușirile mobile ale mediului (coeficientul conductibilității termice a mediului – λ , coeficientul difuziei D , viscozitatea μ) sunt schimbătoare, atunci în ecuațiile diferențiale câmpurile corespunzătoare „transfer de potențial” $P(x, y, z, \tau)$ gradientii $\nabla T, \nabla C, \nabla W$ - vor corespunde membrilor divergenți $\text{div}(\lambda \text{grad}T)$, $\text{div}(D \text{grad}C)$, $\text{div}(\mu \text{grad}W)$.

La transfer constant, coeficienții se scot cu semnul derivatei și în ecuația câmpului în locul divergențelor vor fi membri cu operatori Laplace $\nabla^2 T, \nabla^2 C, \nabla^2 W$.

Din partea dreaptă a ecuației pot face parte atât sursele cât și membrii adăugători.

Bilanțul comun de creștere a cantității de căldură și masă în medii imobile se exprimă ca o derivată particulară în timp.

În rezultatul modelelor, câmpurile de așa ordin matematic par analogice necâtînd la forma lor fizică diferită.

Trecerea unică la analiza doar a acestei grupe de procese prin metode de analiză matematică a devenit ca bază în teoria matematică de transfer.

În unele cazuri conform teoriei transferului, de exemplu D.C. Slettery, se utilizează un aparat termomecanic neliniar și de analiză senzorială.

Radiația și transformările chimice, de asemenea și transformările mecanice, nu se includ în schema comună și în multiplele cursuri „Fenomenul transferului” nu se cercetează. Câmpurile fizice cercetate a caracteristicilor mediului continuu sunt legate cu câmpurile fizice de bază ca o formă specială de existență a materiei, determinată în ultimul caz, împreună cu caracteristicile particulelor, toate interacțiunile și proprietățile materiei nefiind în realitate mediu continuu: câmpul electromagnetic (inclusiv toate radiațiile), câmpurile gravitaționale (ce determină convecția „liberă”), câmpurile oscilatorii a particulelor în fizica și chimia cuantică.

Cu toate acestea, cinetica chimică reprezintă o știință puternică sinestătătoare care folosește metodele proprii.

La calculele ingineresti pe larg se utilizează legile gradientelor de transfer integral „legile cineticii unice” (LCU) în formă de ecuații diferențiale obișnuite pentru vitezele hidraulice, termice și difuzive. Caracteristic este faptul că aceste LCU se utilizează în cele mai răspândite PY-3 pentru închiderea ecuațiilor câmpului.

În stil asemănător se cercetează radiațiile și procesele mecanice.

Pentru procesele tehnologice complexe, care includ fenomenele interdependente de transfer a impulsului corpului și substanței, modelele inițiale se pot combina în ecuații liniare sau neliniare, precum și în sisteme de ecuații (teoria transferului de căldură, termomecanică și proceselor ireversibile liniare, neliniare).

O răspîndire mai largă pentru procese și aparate la descrierea acestor procese o are sistemul de ecuații a lui A.V. Lîcov, ce ia în considerație „efectele de intersecție” și procesele termodinamice ireversibile utilizate la transferul de energie și substanță în amestecuri gazoase, soluții, sisteme dispersate și corpuri poroase.

În particular, pentru transferul de masă și căldură, la uscarea corpurilor capilaro-poroase și coloidale se obține un sistem model de ecuații liniare, fiecare incluzînd cîte trei operatori a lui Laplace.

$$\begin{aligned} \partial T / \partial \tau &= K_{11} \nabla^2 T + K_{12} \nabla^2 \Theta + K_{13} \nabla^2 p \\ \partial \Theta / \partial \tau &= K_{21} \nabla^2 T + K_{22} \nabla^2 \Theta + K_{23} \nabla^2 p \\ \partial p / \partial \tau &= K_{31} \nabla^2 T + K_{32} \nabla^2 \Theta + K_{33} \nabla^2 p \end{aligned} \quad (1.23)$$

În acest sistem comun se includ 9 coeficienți termodinamici incluzînd 6 caracteristici de transfer de „volum” și 6 „cinetici” (coeficienți de transfer de căldură, de masă și presiune λ , D , a_p ; coeficienți a gradientilor de căldură și presiune δ , δ_p ; „criteriile” de transformare fazică ε).

Avînd în vedere că caracteristicile în timpul proceselor permanente se schimbă, urmează a fi calculate valorile medii a acestor coeficienți în zonele de limită, de asemenea e necesar de determinat hotarele zonelor.

La necesitate, se iau în considerație **sursele** și stocurile.

În soluțiile analitice, condițiile **inițiale** după zone trebuie să se determine **funcțional** ca limită de distribuire a zonelor **precedente**.

În condițiile **de frontieră**, suplimentare sunt dependența pentru schimbul de masă și căldură exterior.

1.3 Formularea problemelor de transfer apropiat

Multe probleme practice, la formularea lor după necesitate, le simplificăm, lăsînd în descriere numai esențialul, adică așa numiții termeni „limitatori”.

Simplificarea **maximă** este posibilă pentru procesele staționare monodimensionale și alte condiții, atunci cînd ecuațiile diferențiale în derivate particulare se pot induce la ecuații diferențiale obișnuite.

Astfel, acest exemplu se consideră clasic, de studiere cu extragerea ecuațiilor complicate a mișcării soluției viscoase necomprimate Havie-Stoxa către ecuații diferențiale simple pentru cel mai răspîndit caz de curgere a lichidului în țevi care ușor se integrează de două ori cu obținerea în final a renumitului etalon de ecuații Gaghena – Puazeilea.

În prezent **primirea ecuațiilor diferențiale obișnuite deseori este privită ca soluționarea problemelor**, după care în majoritatea cazurilor, în continuare probleme de calcul nu vor apărea.

Soluțiile obținute sub forma ecuațiilor nelimitate în condiții determinate „se egalează” și în rezolvare se poate calcula cu precizie exactă numai primul termen din șir.

Deseori ele pot fi utilizate la aprecierea rezultatelor de prelucrare finală a materialelor.

O simplificare bruscă a problemei se obține la substituirea apropiată reală a geometriei corpului cu cea model, în special, a formelor canonice.

Pentru problemele transferului de masă și căldură importante sunt cazurile de simplificare cînd este posibilă așa-numita **formularea problemei fără gradienti**.

Atunci problema **încălzirii (răcirii)** se reduce la ecuații diferențiale obișnuite.

Se consideră aproximativ că $T(x, \tau) \approx T_{med}(\tau) \approx T(R, \tau)$; atunci în partea stîngă a ecuației se va schimba cantitatea de căldură în corp,

$$Q = M_T c dT / d\tau \quad (1.24)$$

iar partea dreaptă luînd în considerație transferul exterior în dependență de condițiile de frontieră, de exemplu la aportul de căldură combinat $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ unde:

$$Q_1 = Q_{conv} = q_{conv} F = \alpha F [T_c - T(R, \tau)] \quad (1.25)$$

$$Q_2 = Q_{izl} = q_{izl} F = c_0 \varepsilon_{pr} \phi F \{ T_{izl}^4 - [T(R, \tau)]^4 \} \quad (1.26)$$

Pentru problema „difuziei” pure toate formulările fără gradienti vor fi analogice cu evidența.

1.4 Transfer de masă și căldură în interconexiune

În multe probleme, interconexiunea transferului de masă și căldură este comensurabilă. Atunci apare posibilitatea soluționării problemei transferului în interconexiune, utilizînd dependența adăugătoare de temperatură-concentrare $T(C)$ care se oferă suplimentar, schimbînd coeficienții transformărilor exterioare.

În problema uscării, în cazul în care dependența $T(i)$ se prezintă ca mărime aparte, atunci termenii sursă pot fi considerați în condiții de frontieră sau coeficienți de transfer echivalenți.

În acest caz, interconexiunea prezentată mai sus a sistemului de ecuații a lui A.V.Lîcov se transformă în sistemul biclastic de ecuații de transfer de căldură și difuzie cu un singur operator Laplace

$$\partial P_i / \partial \tau = A_i \nabla^2 P_i \quad (1.27)$$

În acest caz:

- conductibilitate termică $P \equiv T$; $A \equiv \lambda / cp$; $a \equiv cp$; $k \equiv \lambda$
- difuzie $P \equiv C$ (sau u); $A \equiv D$; $a \equiv 1$; $k \equiv D$

La realizarea modelului obținut se pot utiliza soluții analitice sau metode numerice care nu sunt principiale.

Soluția ecuațiilor liniare obținute, se găsește pentru cazuri concrete, de exemplu: pentru corpurile pluristratulare de formă canonică. Deseori sunt suficiente 4 straturi (soluția pentru placă, cilindru și sferă sunt aduse ca exemplu în continuare). După necesitate, numărul de straturi poate fi arbitrar.

Este posibilă, de asemenea, primirea soluțiilor analitice pentru corpurile cu mărimi și componență limitate, de exemplu: pentru cilindru limitat și CF-3 neomogene și condiții inițiale funcționale date după zone.

Pentru corpuri mai compuse cu condiții de frontieră mult mai complicate se pot, de asemenea, de utilizat metode numerice.

Este posibilă, de asemenea, și „dezlegarea difuzică” propusă de S.P.Rudobaștoiu [69], înlocuirea problemei în interconexiune cu problema transferului de masă (difuzie).

Așa substituie este rațională pentru materialele cu rezistență de difuzie înaltă, pentru produsele neporoase în cazul uscării profunde.

Pentru materialele cu rezistențe termice și difuzie comparabile, în cazul în care ele sunt **termice fine**, este rațional de utilizat dependența dintre temperatura medie de masă și conținutul de umiditate a materialului.

În cazurile simple, **dependența de temperatură și umiditate** este identică pentru toate punctele corpului în secțiune și poate fi descrisă după zone de raporturi liniare de forma:

$$T(x, \tau) = T_b + b_T u(x, \tau) \quad (1.28)$$

unde:

T_b – valoarea temperaturii

$b_T = \frac{dT}{du}$ – coeficientul de temperatură la uscare

Această dependență de temperatură – umiditate poate fi privită ca o caracteristică integrală de combinare a proprietății materialului, în cazul transferului de masă și căldură. Cu toate acestea, în locul sistemelor de ecuații a transferului de masă și căldură ce se află în interconexiune – obținem ecuații mult mai simple, analogice după formă cu ecuațiile obișnuite a transferului de căldură „pur” necomplicat de umiditate înlăturată.

Pentru materialele fine nu este necesar de a ține cont de variația temperaturii în secțiunea corpului și de considerat temperatura suprafeței corpului $T_p = T(R, \tau)$ aproximativ egală cu temperatura masică medie $\bar{T} = \bar{T}(\tau)$.

Atunci problema transferului în interconexiune se pune în forma ecuației bilanțului termic:

$$-M_T r \frac{d\bar{u}(\tau)}{d\tau} + M_T c \frac{d\bar{T}(\tau)}{d\tau} = Q(\tau) \quad (1.29)$$

La aportul de căldură combinat $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ unde, de exemplu:

$$Q_1 = Q_{conv} = q_{conv} F = \alpha F [T_c - T(R, \tau)] \quad (1.30)$$

$$Q_2 = Q_{izl} = q_{izl} F = c_0 \varepsilon_{pr} \varphi F \{T_{izl}^4 - [T(R, \tau)]^4\} \quad (1.31)$$

Substituirea în ecuațiile (1.30), (1.31) T_p cu \bar{T} brusc reduce soluționarea cecetărilor experimentale, fiindcă nu mai este necesar măsurarea temperaturilor cîmpurilor, se reduce de asemenea integrarea ecuațiilor bilanțului termic.

Eroarea în calculul torentului de căldură în acest caz nu depășește valoarea admisibilă ($\approx 10\%$) cu condiția că $Bi_{echiv} < 0,3; 0,4; \text{ și } 0,5$, respectiv, pentru placă, cilindru și sferă.

Aici $Bi_{echiv} = d_{echiv} R / \lambda$, iar

$$\alpha_{echiv} = \alpha \frac{\frac{cb_T}{r} - \varepsilon}{\frac{cb_T}{r} - 1} \quad (1.32)$$

unde :

ε – criteriul de transformare fazică

În multe cazuri, pentru soluționarea ecuațiilor bilanțului termic, reușim să utilizăm aproximarea **curbelor de viteză la uscare** $N(\bar{u})$. Însă în cazurile practice deseori ele conduc la ciocniri dintre faze și perioade „nefizice”.

În rezultat, este posibil de a pune problema ce permite soluționarea analitică pentru transferul în interconexiune, care permite de a calcula pentru tot procesul ambele curbe cinetice: concentrație medie $C(\tau)$, conținutul de umiditate $\bar{u}(\tau)$ în timpul uscării și temperatura $\bar{T}(\tau)$.

2. Metode de soluționare a problemelor de transfer de masă și căldură

Există diferite **clasificări** a metodelor de soluționare a transferului de masă și căldură, conductibilitate termică și difuzie, la fel și a ecuațiilor diferențiale și derivate particulare uneori reduse pînă la ecuații diferențiale obișnuite.

Toate acestea, în general, se completează una pe alta luînd în considerație unele sau alte particularități ale metodelor de **obținere a soluțiilor** și realizarea lor în urma calculelor ingineresti [29,35,36,52].

Toate căile de soluționare pot fi divizate în metode **analitice** și metode **numerice**.

Metodele analitice de soluționare pot fi divizate în **exacte** și **aproximative**.

Soluțiile **numerice** sunt totdeauna **aproximative**.

Metodele analitice și numerice au atît avantaje cît și dezavantaje. De regulă, avantajul unei metode este dezavantajul celei de-a doua. De exemplu: metodele numerice ne permit să soluționăm problemele complicate de frontieră, rezolvarea cărora pe cale analitică este însoțită de mari probleme sau chiar este imposibilă.

Metodele analitice permit soluționarea sub formă de funcție și analiza influenței parametrilor inițiali asupra rezultatului soluționării, ceea ce este dificil de efectuat cu ajutorul metodelor numerice.

Metodele **analitice exacte** prevăd obținerea soluțiilor sub formă de funcții algebrice elementare sau speciale, de obicei care fac parte din șiruri.

Deseori soluțiile analitice se pot considera imaginarea problemei sub formă de integrare determinată „pătratică” uneori chiar și sub formă de ecuație diferențială obișnuită fără diferențieri complicate.

Metodele **analitice aproximative** prevăd obținerea soluțiilor aproximative în rezultatul transformărilor, divizarea sau simplificarea soluției inițiale (de exemplu: metodele **asimptotice**, metodele **de interval**).

Este important de menționat posibilitatea apropierii soluției problemei neliniare și a problemelor transferului în interconexiune. Soluționarea unor astfel de probleme practice în formă analitică exactă rareori pot fi obținute.

Realizarea tuturor formelor de soluții întotdeauna este **exactă** sau **aproximativă**. Pentru aceasta se utilizează calculele de mână, dar deseori se utilizează calculele la calculator.

Programele la calculator instalate special pentru obținerea soluțiilor sau utilizate ca programe pachet, programate de către formele în cauză.

Pentru aprecierea calculelor ingineresti în multe cazuri se utilizează tabele, monograme, grafice.

Pentru soluționarea problemelor liniare de conductibilitate termică (difuzie) în corpurile stratificate se utilizează metode clasice de bază:

- metoda de divizare a variabilelor (metoda Furie);
- metoda surselor (sau metoda funcției Grin);
- metoda transformării lui Laplace și alte metode de transformări integrale.

Fiecare din ele au avantaje și dezavantaje. Pentru aplicarea practică, de obicei, determinantă este simplitatea lor de însușire și utilizare, precum și masivitatea soluțiilor primite.

3. Studiul experimental al procesului de uscare a produselor alimentare de formă cilindrică

Structura complexă a ardeiului iute și forma geometrică nestandard fac dificilă descrierea matematică a procedurii combinat pentru astfel de obiecte. În lucrare, cu unele admiteri, s-a încercat de a elabora un model matematic a procesului de uscare pentru sistemele eterogene complexe, cum este ardeiul iute [1].

3.1 Descrierea modelului matematic al procedurii de uscare a ardeiului iute

Reieșind din forma celulei de lucru, care se aseamănă cu doi cilindri coaxiali, între pereții cărora se află ardeiul iute supus uscării și în urma analizei bibliografice, s-a constatat că transferul de căldură și masă pentru procedeul de uscare combinat (prin convecție și în câmp UHF) a produselor alimentare în celule cu astfel de formă geometrică este studiat insuficient. Au fost efectuate cercetări separate pentru procedeul de uscare prin convecție [62,63,66] și pentru procesul de uscare în câmp electromagnetic U.H.F. [62].

În lucrare s-a încercat de a crea un model matematic pentru cazul aplicării combinate a energiei termice la uscarea ardeiului iute între pereții cilindrilor coaxiali.

Transferul de căldură în produsul dintre pereții cilindrilor se efectuează datorită forței motore termice, transferului substanței și, de asemenea, acțiunii sursei interne de căldură. Transferul substanței se datorează forțelor motore termice și de masă. Reieșind din acestea, pentru cilindrii coaxiali nemărginiți vor avea următoarele ecuații:

$$\frac{\partial \alpha(r, \tau)}{\partial \tau} = a_q \left(\frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \alpha(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{\varepsilon \rho c'_T}{c_q} \cdot \frac{\partial \theta(r, \tau)}{\partial \tau} + \frac{Q}{c_q \gamma} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \Theta(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a_m \left(\frac{\partial^2 \Theta(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Theta(r, \tau)}{\partial r} \right) + a_m \delta \left(\frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial r} \right) \quad (3.2)$$

unde:

a_q, a_m sunt, respectiv, coeficienții de difuzie de temperatură și de potențial, m^2/s ;

ε - criteriul transformării de fază;

r' - căldura latentă de vaporizare, kJ/kg ;

c'_T, c_q - capacitatea specifică masică, în $kg/(K \cdot M)$ și termică specifică, $J/(kg \cdot K)$;

Q - sursa internă de căldură, Wt/m^3 ;

ρ - densitatea părții uscate a corpului umed, kg/m^3 ;

δ - coeficientul Sore pentru corpul umed, K^{-1} ;

θ - potențialul transferului de umiditate, $^{\circ}M$.

La încălzirea corpurilor capilaro-poroase, când schimbul de căldură a suprafeței corpului cu mediul înconjurător se efectuează prin convecție, condițiile de frontieră ale transferului de căldură și de masă vor fi:

$$\lambda_q \frac{\partial \alpha(R_1, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R_1, \tau)] - (1 - \varepsilon) \rho \beta (\theta(R_1, \tau) - \theta_p) = 0, \quad (3.3)$$

$$\lambda_q \frac{\partial(R_1, \tau)}{\partial r} + \alpha[t_c - t(R_1, \tau)] - (1 - \varepsilon)\rho\beta(\theta(R_2, \tau) - \theta_p) = 0, \quad (3.4)$$

$$\lambda_q \frac{\partial(R_1, \tau)}{\partial r} + \alpha[t_c - t(R_1, \tau)] - (1 - \varepsilon)\rho\beta(\theta(R_1, \tau) - \theta_p) = 0, \quad (3.5)$$

$$\lambda_m \left[\frac{\partial\theta(R_1, \tau)}{\partial r} + \delta \cdot \frac{\partial(R_1, \tau)}{\partial r} \right] + \beta[\theta(R_2, \tau) - \theta_p] = 0, \quad (3.6)$$

unde: λ_q , λ_m sunt, respectiv, conductivitatea termică, în W/(m·K) și conductivitatea masică, kg/(m·°M);

α , β - corespunzător, coeficienții transferului de căldură, W/(m²·K) și de masă, kg/(m²s·°M).

Ele reprezintă ecuațiile bilanțului termic și al bilanțului de masă aplicat suprafețelor corpului.

Condițiile inițiale sunt determinate folosind legea distribuirii temperaturii și potențialului transferului de masă în momentul inițial.

$$T(t, 0) = T_0 \quad (3.7)$$

$$\theta(t, 0) = \theta_0 \quad (3.8)$$

Pentru soluționarea acestei probleme folosim transformarea lui Laplace. Cu acest scop introducem următoarele notații distinctive [63]:

$$L[t(r, \tau)] = \int_0^{\infty} t(r, \tau) e^{-s\tau} dt = t_L(r, s), \quad (3.9)$$

$$L[\theta(r, \tau)] = \int_0^{\infty} \theta(r, \tau) e^{-s\tau} dt = \theta_L(r, s). \quad (3.10)$$

Folosind transferurile (9) pentru ecuația (1) și efectuând operația de împărțire la a_q obținem:

$$t_L''(r, s) + \frac{1}{r} t_L'(r, s) - \frac{s}{a_q} t_L(r, s) + \frac{\varepsilon\rho c_T'}{c_q a_q} s u_L(r, s) - \frac{\varepsilon\rho c_T'}{c_q a_q} \theta_0 + \frac{t_0}{a_q} + \frac{Q}{s c_q a_q \gamma} = 0. \quad (3.11)$$

Folosind transferurile (3.10) pentru ecuația (3.2) și efectuând operația de împărțire la a_q obținem:

$$u_L''(r, s) + \frac{1}{r} u_L'(r, s) - \frac{s}{a_m} u_L(r, s) + \delta t_L''(r, s) + \frac{\delta}{r} t_L'(r, s) + \frac{\theta_0}{a_m} = 0. \quad (3.12)$$

Din ecuația (11) îl determinăm pe $u_L'(r, s)$:

$$u_L(r, s) = \left[-t_L''(r, s) - \frac{1}{r} t_L'(r, s) + \frac{s}{a_q} t_L(r, s) + \frac{\varepsilon' c_T'}{c_q a_q} \theta - \frac{t_0}{a_q} - \frac{Q}{s c_q a_q \rho} \right] \frac{c_q a_q}{\varepsilon' c_T' s}. \quad (3.13)$$

Determinăm prima și a doua derivate $u'_L(r,s)$ și $u''_L(r,s)$:

$$u'_L(r,s) = \left[-t'''_L(r,s) - \frac{1}{r}t''_L(r,s) + \frac{1}{r^2}t'_L(r,s) + \frac{s}{a_q}t'_L(r,s) \right] \frac{c_q a_q}{\varepsilon \rho c'_T s} \quad (3.14)$$

$$u''_L(r,s) = \left[-t^{IV}_L(r,s) - \frac{1}{r}t'''_L(r,s) + \frac{1}{r^2}t''_L(r,s) - \frac{2}{r^3}t'_L(r,s) + \frac{s}{a_q}t''_L(r,s) \right] \frac{c_q a_q}{\varepsilon \rho c'_T s}. \quad (3.15)$$

Substituind în (3.12) valorile din (3.13), (3.14) și (3.15) și efectuând unele transformări simple, obținem forma finală a ecuației:

$$\begin{aligned} & r t_L^{IV}(r,s) + 2t_L'''(r,s) - \left(\frac{1}{r} + \frac{rs}{a_q} + \frac{rs}{a_m} + \frac{\varepsilon \delta c'_T r' r}{c_q a_q} \right) t_L''(r,s) - \\ & - \left(\frac{1}{r^2} + \frac{s}{a_q} + \frac{s}{a_m} + \frac{\varepsilon r' c'_T s}{c_q a_q} \right) t_L'(r,s) + \\ & + \frac{s^2 r}{a_m a_q} \left(t_L(r,s) - \frac{t_o}{s} - \frac{Q}{s c_q \rho^2} \right) = 0. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Astfel, obținem o ecuație diferențială de gradul patru, care are coeficienți variabili. Pentru rezolvarea ei, o vom transcrie în modul următor:

$$\begin{aligned} -t^{IV} - \frac{1}{x}t''' + \frac{1}{x^2}t'' + \left(-\frac{1}{x^3} + 1 \right) t' - t &= 0 \\ x^3 t^{IV} - x^2 t''' + x t'' + (-x^2 + 1) t' - x^3 t &= 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

Ecuațiile de tipul (17) pot fi rezolvate cu ajutorul seriei de puteri:

$$t = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots \quad (3.18)$$

Derivăm șirul (4.18) pe părți:

$$\left. \begin{aligned} t' &= a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 + 4a_4 x^3 + 5a_5 x^4 + 6a_6 x^5 + \dots \\ t'' &= 2a_2 + 6a_3 x + 12a_4 x^2 + 20a_5 x^3 + 30a_6 x^4 + \dots \\ t''' &= 6a_3 + 24a_4 x + 60a_5 x^2 + 120a_6 x^3 + \dots \\ t^{IV} &= 24a_4 x^3 + 120a_5 x^4 + 360a_6 x^5 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

Înlocuim în expresia (3.17) valorile derivatelor din (3.19) și o egalăm cu zero:

$$\begin{aligned} & a_1 + (-2a_1 + 2a_1)x + (-2a_1 + 2a_1)x^2 + \\ & + (-2a_1 + 2a_1 + 2a_1)x^3 + (-2a_1 + 2a_1 + 2a_1)x^4 + \\ & + (-2a_1 + 2a_1)x^5 + \dots = 0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

Egalăm cu zero toate rădăcinile lui x , și observăm că toți coeficienții cu indicii impari sunt egali cu zero (fiindcă $a_1=0$), iar coeficienții cu indicii pari pot fi reprezentați în modul următor:

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= \frac{1}{2} a_0 \\ a_4 &= \frac{a_0}{2^3 \cdot 5} \\ a_6 &= \frac{a_0}{2^5 \cdot 5^2} \end{aligned} \right\} . \quad (3.21)$$

Înlocuim acești coeficienți în (4.18)

$$t = a_0 \left(\frac{1}{2} + \frac{x^2}{2^3 \cdot 5} + \frac{x^4}{2^5 \cdot 5^2} + \dots \right). \quad (3.22)$$

Dacă se presupune că $a_0=1$, atunci integrala parțială a ecuației (3.17) va prezenta funcția Bessel de genul întâi și gradul zero:

$$I_0 = \frac{1}{2} + \frac{x^2}{2^3 \cdot 5} + \frac{x^4}{2^5 \cdot 5^2} + \frac{x^6}{2^7 \cdot 5^3} . \quad (3.23)$$

Pentru determinarea soluției a doua particulară a ecuației (3.17) poate fi utilizată formula [62]:

$$t_2 = t_1 \int t_1^{-2} e^{\int \frac{1}{x} dx} dx, \quad (3.24)$$

unde: $t_1(x) = I_0(x)$ este soluția întâi particulară;

$t_2(x)$ - soluția a doua particulară.

De obicei $t_2(x)$ se înlocuiește cu $Y_0(x)$, care se determină din următoarea relație [62]:

$$Y_0(x) = \frac{2}{\pi} t_2(x) + \frac{2}{\pi} I_0(x) (c - \ln 2). \quad (3.25)$$

unde: $c = 0.5772$ este constanta Euler;

$Y_0(x)$ - funcția Bessel de genul doi și gradul zero, sau funcția Veber.

Integrala generală a ecuației (17) va fi:

$$t(x) = C_1 I_0(x_1) + C_2 Y_0(x_1) + C_3 I_0(x_2) + C_4 Y_0(x_2). \quad (3.26)$$

Ecuația (3.16) se aduce la ecuația (3.17) dacă se presupune că $c = r = \frac{x_{1,2}}{k_{1,2}}$, atunci

integrala generală a ecuației (3.16) va fi:

$$\begin{aligned} t_L(r, s) &= \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho c_q s^2} + C_1 I_0(k_1, r) + C_2 Y_0(k_1, r) + \\ &+ C_3 I_0(k_2, r) + C_4 Y_0(k_2, r). \end{aligned} \quad (3.27)$$

unde: C_1, C_2, C_3, C_4 sunt constante.

Rezolvarea pentru $U_L(r_1S)$ o determinăm prin substituirea $t_L''(r_1s)$ $t_L'(r_1s)$ $t_L(r_1s)$ în ecuația (13).

Preventiv, înainte de a înlocui valorile, determinăm prima și a doua derivată a funcției $I_0(k,r)$ și $Y_0(k,r)$.

Funcția $I_0(k,r)$ este pară și anume:

$$I_0(k,r) = \frac{1}{2} + \frac{(k,r)^2}{2^3 \cdot 5} + \frac{(k,r)^4}{2^5 \cdot 5^2} + \dots$$

$$I_0'(k,r) = k \left(\frac{k,r}{2^3 \cdot 5} + \frac{(k,r)^3}{2^3 \cdot 5^2} + \dots \right) = kI_1(kr) \quad (3.28)$$

$$I_0''(k,r) = (kI_1(k,r))'$$

Reieșind din formulele prezentate în [62]:

$$I_1'(k,r) = I_0(k,r) - \frac{1}{kr} I_1(k,r) \quad (3.29)$$

$$I_1''(k,r) = kI_0(k,r) - \frac{1}{r} I_1(k,r).$$

Pentru funcția lui Veber

$$Y_0(k,r) = kY_1(k,r), \quad (3.30)$$

reieșind din [62] :

$$Y_1'(k,r) = Y_0(k,r) - \frac{1}{kr} Y_1(k,r) \quad (3.31)$$

$$Y_1''(k,r) = kY_0(k,r) - \frac{1}{r} Y_1(k,r).$$

$$t_L'(r_1s) = C_1 k_1 I_1(k_1, r) + C_2 k_1 Y_1(k, r) + C_3 k_2 Y_1(k_2, r) + C_4 k_2 Y_1(k_2, r). \quad (3.32)$$

$$t_L^{\circ\circ}(r_1s) = C_1 k \left(k_1 I_0(k_1, r) - \frac{1}{r} I_1(k_1, r) \right) + C_2 k_1 \left(k Y_0(k_1, r) - \frac{1}{r} Y_1(k_1, r) \right) + C_3 k \left(k_2 I_0(k_2, r) - \frac{1}{r} I_1(k_2, r) \right) + C_4 k_2 \left(k Y_0(k_2, r) - \frac{1}{r} Y_1(k_2, r) \right) \quad (3.33)$$

Substituind ecuațiile (27), (32) și (33) în ecuația (13) și efectuând o simplificare neînsemnată, expresia dată poate fi prezentată în modul următor:

$$u_L(r_1s) = \frac{\theta_0}{s} - \frac{2Q}{\rho \varepsilon r' c_r' s^2} + C_1 (1 - k_1^2) I_0(k_1, r) + C_2 (1 - k_1^2) \times Y_0(k_1, r) + C_3 (1 - k_2^2) I_0(k_2, r) + C_4 (1 - k_2^2) Y_0(k_2, r). \quad (3.34)$$

Constantele C_1 , C_2 , C_3 și C_4 din ecuațiile (3.27) și (3.34) le determinăm din condițiile de limită, care după transformarea Laplace, se vor înscrie în modul următor:

$$\begin{aligned} & \lambda_q t'_L(R_1, s) + \alpha \left[\frac{t_c}{S} - t_L(R_1, s) \right] - \\ & - (1 - \varepsilon) r' \beta \left(u_L(R_1, s) - \frac{\theta P}{s} \right) = 0. \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} & - \lambda_q t'_L(R_2, s) + \alpha \left[\frac{t_c}{S} - t_L(R_2, s) \right] - \\ & - (1 - \varepsilon) r' \beta \left(u_L(R_2, s) - \frac{\theta P}{s} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\lambda_m u'_L(R_1, s) + \lambda_m \delta'_L(R_1, s) + \beta \left(u_L(R_1, s) - \frac{\theta p}{s} \right) = 0 \quad (3.37)$$

$$\lambda_m u'_L(R_2, s) + \lambda_m \delta'_L(R_2, s) + \beta \left(u_L(R_2, s) - \frac{\theta p}{s} \right) = 0 \quad (3.38)$$

Din ecuația (34) descoperim $u_L^\circ(r_1 s) [i u_L^\circ(r_1 s)]$:

$$\begin{aligned} u'_L(r_1 s) &= C_1 (k_1 - k_1^3) I_1(k_1 r) + C_2 (k_1 - k_1^3) Y_1(k_1 r) + \\ & + C_3 (k_2 - k_2^3) I_1(k_2 r) + C_4 (k_2 - k_2^3) Y_1(k_2 r). \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} u''_L(r_1 s) &= C_1 (k_1 - k_1^3) \left(k I_0(k_1 r) - \frac{1}{r} I_1(k_1 r) \right) + C_2 (k_1 - k_1^3) \times \\ & \times \left(k Y_0(k_1 r) - \frac{1}{r} Y_1(k_1 r) \right) + C_3 (k_2 - k_2^3) \left(k I_0(k_2 r) - \frac{1}{r} I_1(k_2 r) \right) + \\ & + C_4 (k_2 - k_2^3) \left(k Y_0(k_2 r) - \frac{1}{r} Y_1(k_2 r) \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Din ecuațiile (27), (32), (34) și (39) determinăm $t_L(R_1, s)$, $t_L(R_2, s)$, $t'_L(R_1, s)$, $t'_L(R_2, s)$, $u_L(R_1, s)$, $u_L(R_2, s)$, $u'_L(R_1, s)$, $u'_L(R_2, s)$:

$$\begin{aligned} t_L(R_1, s) &= \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho C_q s^2} + C_1 I_0(k_1 R_1) + C_2 Y_0(k_1 R_1) + \\ & + C_3 I_0(k_2 R_1) + C_4 Y_0(k_2 R_2). \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} t_L(R_2, s) &= \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho C_q s^2} + C_1 I_0(k_1 R_2) + C_2 Y_0(k_1 R_2) + \\ & + C_3 I_0(k_2 R_2) + C_4 Y_0(k_2 R_2). \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} t'_L(R_1, s) &= C_1 k_1 I_1(k_1 R_1) + C_2 k_1 Y_1(k_1 R_1) + C_3 k_2 I_1(k_2 R_1) + \\ & + C_4 k_2 Y_1(k_2 R_1). \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} t'_L(R_2, s) &= C_1 k_1 I_1(k_1 R_2) + C_2 k_1 Y_1(k_1 R_2) + C_3 k_2 I_1(k_2 R_2) + \\ & + C_4 k_2 Y_1(k_2 R_2). \end{aligned} \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} u_L(R_1, s) &= \frac{\theta_0}{s} - \frac{2Q}{\gamma \varepsilon \rho c'_r s^2} + C_1 (1 - k_1^2) I_0(k_1 R_1) + \\ & + C_2 (1 - k_1^2) Y_0(k_1 R_1) + C_3 (1 - k_2^2) I_0(k_2 R_1) + C_4 (1 - k_2^2) Y_0(k_2 R_1) \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} u_L(R_2, s) &= \frac{\theta_0}{s} - \frac{2Q}{\gamma \varepsilon \rho c'_r s^2} + C_1 (1 - k_1^2) I_0(k_1 R_2) + \\ & + C_2 (1 - k_1^2) Y_0(k_1 R_2) + C_3 (1 - k_2^2) I_0(k_2 R_2) + C_4 (1 - k_2^2) Y_0(k_2 R_2) \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$u'_L(R_1s) = C_1(1-k_1^3)I_1(k_1R_1) + C_2(1-k_1^3)Y_1(k_1R_1) + C_3(1-k_2^3)I_1(k_2R_1) + C_4(1-k_2^3)Y_1(k_2R_1). \quad (3.47)$$

$$u'_L(R_2s) = C_1(k_1-k_1^3)I_1(k_1R_2) + C_2(k_1-k_1^3)Y_1(k_1R_2) + C_3(k_2-k_2^3)I_1(k_2R_2) + C_4(k_2-k_2^3)Y_1(k_2R_2). \quad (3.48)$$

Substituim ecuațiile (3.41), (3.43) și (3.45) în ecuația (3.35) și o reformăm în modul următor:

$$\begin{aligned} & C_1[k_1\lambda_q I_1(k_1R_1) - (\alpha + (1-k_1^2)(1-\varepsilon)r'\beta)I_0(k_1R_1)] + \\ & + C_2[k_1\lambda_q Y_1(k_1R_1) - (\alpha + (1-k_1^2)(1-\varepsilon)r'\beta)Y_0(k_1R_1)] + \\ & + C_3[k_2\lambda_q I_1(k_2R_1) - (\alpha + (1-k_2^2)(1-\varepsilon)r'\beta)I_0(k_2R_1)] + \\ & + C_4[k_2\lambda_q Y_1(k_2R_1) - (\alpha + (1-k_2^2)(1-\varepsilon)r'\beta)Y_0(k_2R_1)] = \\ & = \frac{\alpha}{s}(t_0 - t_c) + \frac{(1-\varepsilon)r'\beta}{s}(\theta_p - \theta_0) - \frac{\alpha Q}{\rho c_q s^2}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Ecuația (3.36) după unele reformări va fi:

$$\begin{aligned} & C_1[-k_1\lambda_q I_1(k_1R_2) - (\alpha + (1-k_1^2)(1-\varepsilon)r'\beta)I_0(k_1R_2)] + \\ & + C_2[-k_1\lambda_q Y_1(k_1R_2) - (\alpha + (1-k_1^2)(1-\varepsilon)r'\beta)Y_0(k_1R_2)] + \\ & + C_3[-k_2\lambda_q I_1(k_2R_2) - (\alpha + (1-k_2^2)(1-\varepsilon)r'\beta)I_0(k_2R_2)] + \\ & + C_4[-k_2\lambda_q Y_1(k_2R_2) - (\alpha + (1-k_2^2)(1-\varepsilon)r'\beta)Y_0(k_2R_2)] = \\ & = \frac{\alpha}{s}(t_0 - t_c) + \frac{(1-\varepsilon)r'\beta}{s}(\theta_p - \theta_0) - \frac{\alpha Q}{\rho c_q s^2}. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Substituim ecuațiile (3.43), (3.48) și (3.49) în ecuația (3.37) și o reformăm în modul următor:

$$\begin{aligned} & C_1[(k_1-k_1^3)\lambda_m I_1(k_1R_1) + k_1\lambda_m \delta I_1(k_1R_1) + (1-k_1^2)\beta I_0(k_1R_1)] + \\ & + C_2[(k_1-k_1^3)\lambda_m Y_1(k_1R_1) + k_1\lambda_m \delta Y_1(k_1R_1) + (1-k_1^2)\beta Y_0(k_1R_1)] + \\ & + C_3[(k_2-k_2^3)\lambda_m I_1(k_2R_1) + k_2\lambda_m \delta I_1(k_2R_1) + (1-k_2^2)\beta I_0(k_2R_1)] + \\ & + C_4[(k_2-k_2^3)\lambda_m Y_1(k_2R_1) + k_2\lambda_m \delta Y_1(k_2R_1) + (1-k_2^2)\beta Y_0(k_2R_1)] = \\ & = \frac{\beta}{s}(\theta_p - \theta_0) + \frac{2Q\beta}{\varepsilon r' c'_T s^2}. \end{aligned} \quad (3.51)$$

După unele transformări ecuația (3.38) va obține următoarea formă:

$$\begin{aligned} & C_1[(k_1-k_1^3)\lambda_m I_1(k_1R_1) + k_1\lambda_m \delta I_1(k_1R_1) + (1-k_1^2)\beta I_0(k_1R_1)] + \\ & + C_2[(k_1-k_1^3)\lambda_m Y_1(k_1R_1) + k_1\lambda_m \delta Y_1(k_1R_1) + (1-k_1^2)\beta Y_0(k_1R_1)] + \\ & + C_3[(k_2-k_2^3)\lambda_m I_1(k_2R_1) + k_2\lambda_m \delta I_1(k_2R_1) + (1-k_2^2)\beta I_0(k_2R_1)] + \\ & + C_4[(k_2-k_2^3)\lambda_m Y_1(k_2R_1) + k_2\lambda_m \delta Y_1(k_2R_1) + (1-k_2^2)\beta Y_0(k_2R_1)] = \\ & = \frac{\beta}{s}(\theta_p - \theta_0) + \frac{2Q\beta}{\varepsilon \rho c'_T s^2} \end{aligned} \quad (3.52)$$

Înainte de a determina coeficienții $C_1 \dots C_4$ simplificăm sistemul de ecuații. În acest caz ecuația (3.49) va fi:

$$\begin{aligned}
& C_1 B_1 + C_2 \bar{K}_1 + C_3 B_2 + C_4 \bar{K}_2 = \\
& = \frac{\alpha}{s} (t_0 - t_c) + \frac{(1-\varepsilon)r'\beta}{s} (\theta_p - \theta_0) - \frac{\alpha Q}{\rho c_q s^2} = b_1, \quad (3.53)
\end{aligned}$$

unde:

$$B_j = k_j \lambda_q I_1(k_j R_1) - [\alpha + (1-k_j^2)(1-\varepsilon)r'\beta] I_0(k_j R_1). \quad (3.54)$$

$$\bar{K}_j = k_j \lambda_q Y_1(k_j R_1) - [\alpha + (1-k_j^2)(1-\varepsilon)r'\beta] Y_0(k_j R_1). \quad (3.55)$$

Ecuatia (3.40) va obține următoarea formă:

$$C_1 M_1 + C_2 H_1 + C_3 M_2 + C_4 H_2 = b_1, \quad (3.56)$$

unde:

$$M_j = -k_j \lambda_q I_1(k_j R_2) - [\alpha + (1-k_j^2)(1-\varepsilon)r'\beta] I_0(k_j R_2). \quad (3.57)$$

$$H_j = -k_j \lambda_q Y_1(k_j R_2) - [\alpha + (1-k_j^2)(1-\varepsilon)r'\beta] Y_0(k_j R_2). \quad (3.58)$$

Ecuatia (3.51) va fi:

$$\begin{aligned}
& C_1 P_1 + C_2 X_1 + C_3 P_2 + C_4 X_2 = \\
& = \frac{\beta}{s} (\theta_p - \theta_0) - \frac{2Q\beta}{\varepsilon r' c'_T s^2} = b_2 \quad (3.59)
\end{aligned}$$

unde:

$$P_j = (k_j - k_j^3) \lambda_m I_1(k_j R_1) + k_j \lambda_m \delta I_1(k_j R_1) - (1-k_j^2) I_0(k_j R_1). \quad (3.60)$$

$$X_j = (k_j - k_j^3) \lambda_m Y_1(k_j R_1) + k_j \lambda_m \delta Y_1(k_j R_1) + (1-k_j^2) Y_0(k_j R_1). \quad (3.61)$$

Ecuatia (3.52) va obține următoarea formă:

$$C_1 A_1 + C_2 T_1 + C_3 A_2 + C_4 T_2 = b_2, \quad (3.62)$$

unde:

$$A_j = (k_j - k_j^3) \lambda_m I_1(k_j R_2) + k_j \lambda_m \delta I_1(k_j R_2) + (1-k_j^2) I_0(k_j R_2). \quad (3.63)$$

$$T_j = (k_j - k_j^3) \lambda_m Y_1(k_j R_2) + k_j \lambda_m \delta Y_1(k_j R_2) + (1-k_j^2) Y_0(k_j R_2). \quad (3.64)$$

Din sistemul de ecuații (3.53), (3.56), (3.59) și (3.62) determinăm determinantul:

$$\begin{aligned}
D = & B_1(H_1 P_2 T_2 - H_1 X_2 A_2 + M_2 X_2 T_1 - M_2 X_1 T_2 + H_2 A_2 X_1 - H_2 P_2 T_1) - \\
& - M_1(\bar{K}_1 P_2 T_2 - \bar{K}_1 X_2 A_2 + B_2 X_2 T_1 - B_2 X_1 T_2 + \bar{K}_2 A_2 X_1 - \bar{K}_2 P_2 T_1) + \\
& + P_1(\bar{K}_1 M_2 T_2 - \bar{K}_1 H_2 A_2 + B_2 H_2 T_1 - B_2 H_1 T_2 + \bar{K}_2 A_2 H_1 - \bar{K}_2 M_2 T_1) - \\
& - A_1(K_1 M_2 X_2 - K_1 H_2 P_2 + B_2 H_2 X_1 - B_2 H_1 X_2 + K_2 P_2 H_1 - K_2 M_2 X_1)
\end{aligned} \quad (3.65)$$

Sistemul de ecuații are următoarea definiție:

$$C_k \frac{D_k^*}{D}, \quad (k=1, 2, 3, 4) \quad (3.66)$$

unde: D_k este determinantul, obținut din D la înlocuirea elementelor coloanei k cu elementele libere respectiv b_1 , și b_2 .

$$\begin{aligned}
D_1^* = & b_1(H_1P_2T_2 - H_1X_2A_2 + M_2X_2T_1 - M_2X_1T_2 + H_2A_2X_1 - H_2P_2T_1) - \\
& - b_1(\bar{K}_1P_2T_2 - \bar{K}_1X_2A_2 + B_2X_2T_1 - B_2X_1T_2 + \bar{K}_2A_2X_1 - \bar{K}_2P_2T_1) + \\
& + b_2(J_1M_2T_2 - \bar{K}_1H_2A_2 + B_2H_2T_1 - B_2H_1T_2 + \bar{K}_2A_2H_1 - \bar{K}_2M_2T_1) - \\
& - b_2(\bar{K}_1M_2X_2 - \bar{K}_1H_2P_2 + B_2H_2X_1 - B_2H_1X_2 + \bar{K}_2P_2H_1 - \bar{K}_2M_2X_1)
\end{aligned} \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned}
D_2^* = & B_1(b_1P_2T_2 - b_1X_2A_2 + b_2M_2X_2 - b_2M_2T_2 + b_2H_2A_2 + b_2P_2H_2) - \\
& - M_1(b_1P_2T_2 - b_1X_2A_2 + b_2B_2X_2 - b_2B_2T_2 + b_2\bar{K}_2A_2 - b_2P_2\bar{K}_2) + \\
& + P_1(b_1M_2T_2 - b_1H_2A_2 + b_2B_2H_2 - b_1B_2T_2 + b_1\bar{K}_2A_2 - b_2M_2\bar{K}_2) - \\
& - A_1(b_1M_2X_2 - b_1H_2P_2 + b_2B_2H_2 - b_1B_2X_2 + b_1\bar{K}_2P_2 - b_2M_2\bar{K}_2)
\end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\begin{aligned}
D_3^* = & B_1(b_2H_1T_2 - b_2X_2H_1 + b_1T_1X_2 - b_1X_1T_2 + b_2H_2X_2 + b_2T_1H_2) - \\
& - M_1(b_2\bar{K}_1T_2 - b_2X_2\bar{K}_1 + b_1T_1X_2 - b_1X_1T_2 + b_2\bar{K}_2X_1 - b_2T_1\bar{K}_2) + \\
& + P_1(b_1\bar{K}_1T_2 - b_2X_2\bar{K}_1 + b_1T_1X_2 - b_1X_1T_2 + b_1\bar{K}_2H_1 - b_1T_1\bar{K}_2) - \\
& - A_1(b_1\bar{K}_1T_2 - b_2X_2\bar{K}_1 + b_1T_1X_2 - b_1H_1X_2 + b_2\bar{K}_2H_1 - b_2X_2\bar{K}_2)
\end{aligned} \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned}
D_4^* = & B_1(b_2P_2H_1 - b_2H_2A_2 + b_2M_2T_1 - b_2M_2X_1 + b_1X_1A_2 + b_1P_2T_1) - \\
& - M_1(b_2P_2\bar{K}_1 - b_2\bar{K}_1A_2 + b_2B_2T_1 - b_2B_2X_1 + b_1X_1A_2 - b_1P_2T_1) + \\
& + P_1(b_2M_1\bar{K}_1 - b_1\bar{K}_1A_2 + b_2B_2T_1 - b_1H_1T_2 + b_1H_1A_2 - b_1M_2T_1) - \\
& - A_1(b_2M_2\bar{K}_1 - b_1\bar{K}_1P_2 + b_2B_2X_1 - b_2B_2H_1 + b_1H_1P_2 - b_1M_2X_1)
\end{aligned} \quad (3.70)$$

Astfel, constantele sistemului de ecuații (3.49-3.52) vor fi egale corespunzător cu:

$$C_1 = \frac{D_1^*}{D}; C_2 = \frac{D_2^*}{D}; C_3 = \frac{D_3^*}{D}; C_4 = \frac{D_4^*}{D}; \quad (3.71)$$

Rezolvarea imaginilor modificate a potențialelor de transfer (3.27) și (3.34) este următoarea:

$$\begin{aligned}
t_L(r, s) = & \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho c_q s^2} + \frac{D_1^*}{D} I_0(k_1, r) + \frac{D_2^*}{D} Y_0(k_1, r) + \\
& + \frac{D_3^*}{D} I_0(k_2, r) + \frac{D_4^*}{D} Y_0(k_2, r)
\end{aligned} \quad (3.72)$$

$$\begin{aligned}
u_L(r, s) = & \frac{\theta_0}{s} - \frac{2Q}{r' \varepsilon \rho c_q s^2} + \frac{D_1^*}{D} (1 - k_1^2) I_0(k_1, r) + \frac{D_2^*}{D} (1 - k_1^2) Y_0(k_1, r) + \\
& + \frac{D_3^*}{D} (1 - k_2^2) I_0(k_2, r) + \frac{D_4^*}{D} (1 - k_2^2) Y_0(k_2, r)
\end{aligned} \quad (3.73)$$

Înlocuim în (3.72) și (3.73) $\frac{D_1^*}{D}$, $\frac{D_2^*}{D}$, $\frac{D_3^*}{D}$ și $\frac{D_4^*}{D}$ prin D_1 , D_2 , D_3 și D_4 și efectuăm unele transformări simple, atunci ele vor avea următoarea formă:

$$\begin{aligned}
t_L(r, s) - \frac{t_0}{s} = & + \frac{D_1^* I_0(k_1, r)}{s^3} + \frac{D_2^* Y_0(k_1, r) s^3}{s^3} + \\
& + \frac{D_3^* I_0(k_2, r) s^3}{s^3} + \frac{D_4^* Y_0(k_2, r) s^3}{s^3} - \frac{Qs}{s^3} = \frac{\Phi_1(s)}{\Psi_1(s)}
\end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\frac{\theta_0}{s} - u_L(r, s) = -\frac{D_1^*(1-k_1^2)I_0(k_1 r)s^3}{s^3} - \frac{D_2^*(1-k_1^2)Y_0(k_1 r)s^3}{s^3} - \frac{D_3^*(1-k_2^2)I_0(k_2 r)s^3}{s^3} - \frac{D_4^*(1-k_2^2)Y_0(k_2 r)s^3}{s^3} + \frac{r'\varepsilon\rho c'_T}{s^3} = \frac{\Phi_2(s)}{\Psi_2(s)} \quad (3.75)$$

Ecuatiile (3.74) și (3.75) obținute reprezintă raportul a doua șiruri. Analiza lor demonstrează, că trecerea de la imagine la original, cu excepția rădăcinii “zero” ($s=0$), se poate efectua cu ajutorul teoremei de descompunere [66].

Determinăm rădăcinile $\psi(\mathbf{s})$

1) $s = s_0 = 0$ - rădăcina zero;

2) $s = s_{n,j}$

în care:

$$s_{n,j} = \frac{a_q \mu_{n,j}^2}{R_{1,2}^2} \quad (3.76)$$

$$I_0(\mu_n) = 0 \quad (3.77)$$

$$k_1 = \frac{\mu_n}{R_2} - \text{conform [66]}$$

$$I_0(\mu_n) = 0 \quad (3.78)$$

$$k_1 = \frac{\mu_n}{R_2}$$

1. Efectuăm transformările necesare în (3.54):

$$B_1 = \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_q I_1(\mu_n) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_n}{R_1} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) Y_0(\mu_n) \quad (3.79)$$

$$B_2 = \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_q I_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_j}{R_2} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) I_0\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) \quad (3.80)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.55):

$$\bar{K}_1 = \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_q Y_1(\mu_n) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_n}{R_1} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) Y_0(\mu_n) \quad (3.81)$$

$$\bar{K}_2 = \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_q Y_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_j}{R_2} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) Y_0\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) \quad (3.82)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.57):

$$M_1 = -\frac{\mu_n}{R_1} \lambda_q I_1\left(\frac{\mu_n}{R_2} R_1\right) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_n}{R_1} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) I_0\left(\frac{\mu_n}{R_2} R_1\right) \quad (3.83)$$

$$M_2 = -\frac{\mu_j}{R_2} \lambda_q I_1(\mu_j) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_j}{R_2} \right) (1 - \varepsilon) r' \beta \right) I_0(\mu_j) \quad (3.84)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.58):

$$H_1 = -\frac{\mu_n}{R_1} Y_1\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_n}{R_1}\right)(1 - \varepsilon)r'\beta\right) Y_0\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) \quad (3.85)$$

$$H_2 = -\frac{\mu_j}{R_2} Y_1(\mu_j) - \left(\alpha + \left(1 - \frac{\mu_j}{R_2}\right)(1 - \varepsilon)r'\beta\right) Y_0(\mu_j) \quad (3.86)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.60):

$$P_1 = \left(\frac{\mu_n}{R_1} - \frac{\mu_n^3}{R_1^3}\right) \lambda_m I_1(\mu_n) + \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_m \delta I_1(\mu_n) + \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2}\right) \beta I_0(\mu_n) \quad (3.87)$$

$$P_2 = \left(\frac{\mu_j}{R_2} - \frac{\mu_j^3}{R_2^3}\right) \lambda_m I_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) + \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_m \delta I_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) + \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2}\right) \beta I_0\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) \quad (3.88)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.61):

$$X_1 = \left(\frac{\mu_n}{R_1} - \frac{\mu_n^3}{R_1^3}\right) \lambda_m Y_1(\mu_n) + \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_m \delta I_1(\mu_n) + \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2}\right) \beta Y_0(\mu_n) \quad (3.89)$$

$$X_2 = \left(\frac{\mu_j}{R_2} - \frac{\mu_j^3}{R_2^3}\right) \lambda_m Y_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) + \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_m \delta Y_1\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) + \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2}\right) \beta Y_0\left(\frac{\mu_j}{R_2} R_1\right) \quad (3.90)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.63):

$$A_1 = \left(\frac{\mu_n}{R_1} - \frac{\mu_n^3}{R_1^3}\right) \lambda_m I_1\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) + \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_m \delta I_1\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) + \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2}\right) \beta I_0\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) \quad (3.91)$$

$$A_2 = \left(\frac{\mu_j}{R_2} - \frac{\mu_j^3}{R_2^3}\right) \lambda_m I_1(\mu_j) + \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_m \delta I_1(\mu_j) + \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2}\right) \beta I_0(\mu_j) \quad (3.92)$$

Efectuăm transferările necesare în (3.64):

$$T_1 = \left(\frac{\mu_n}{R_1} - \frac{\mu_n^3}{R_1^3}\right) \lambda_m Y_1\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) + \frac{\mu_n}{R_1} \lambda_m \delta Y_1\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) + \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2}\right) \beta Y_0\left(\frac{\mu_n}{R_1} R_2\right) \quad (3.93)$$

$$T_2 = \left(\frac{\mu_j}{R_2} - \frac{\mu_j^3}{R_2^3} \right) \lambda_m Y_1(\mu_j) + \frac{\mu_j}{R_2} \lambda_m \delta Y_1(\mu_j) + \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) \beta Y_0(\mu_j) \quad (3.94)$$

$$b_1 = \alpha(t_0 - t_c) + (1 - \varepsilon) r' \beta (\theta_p - \theta_0) - \frac{\alpha Q}{\rho c_q} R \quad (3.95)$$

$$b_1 = \beta (\theta_p - \theta_0) + \frac{2Q\beta}{\varepsilon r' c_T} R \quad (3.96)$$

Originalul imaginilor (3.74) și (3.75) va fi următorul [62]:

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_1(s)}{\Psi_1(s)} \right] = \frac{\Phi_{01}(s)}{\Psi'_0(s)} + \sum_{n,j=1}^{\infty} \frac{\Phi_1(s_{n,j})}{\Psi'_1(s_{n,j})} \exp(s_{n,j} \tau) \quad (3.97)$$

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_2(s)}{\Psi_1(s)} \right] = \frac{\Phi_{02}(s)}{\Psi'_0(s)} + \sum_{n,j=1}^{\infty} \frac{\Phi_2(s_{n,j})}{\Psi'_1(s_{n,j})} \exp(s_{n,j} \tau) \quad (3.98)$$

$$\Psi'_1(s_{n,j}) = (s_{n,j}^3)' = 3s_{n,j}^2$$

$$\Psi'_0(0) = 0.$$

Prin urmare $\frac{\Phi_{01}(0)}{\Psi'_0(0)} = 0$ și $\frac{\Phi_{02}(0)}{\Psi'_0(0)} = 0$

Pentru rădăcinile diferite de zero ecuația (3.97) va avea forma următoare:

$$\sum_{n,j=1}^{\infty} \frac{\Phi_1(s_{n,j})}{\Psi'_1(s_{n,j})} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{D_1 I_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} - \frac{D_2 Y_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{a_q \tau}{R_1^2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{D_3 I_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} - \frac{D_4 Y_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} - \frac{Q}{3\rho c_q} \right) \exp \left(-\mu_j^2 \frac{a_q \tau}{R_2^2} \right) \quad (3.99)$$

Substituim $\frac{a_q \tau}{R_1^2} = F_0$ - criteriul Furie

$$\frac{a_q \tau}{R_2^2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0$$

Deci, rezolvarea problemei pentru câmpul nestaționar al potențialului de transfer de căldură va fi următoarea:

$$t(r, \tau) = t_0 + (t_m - t_0) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{D_1 I_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} - \frac{D_2 Y_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} \right] \exp(-\mu_n^2 F_0) - \right. \\ \left. - \sum_{j=1}^{\infty} \left[-\frac{D_3 I_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} - \frac{D_4 Y_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} - \frac{Q}{3\rho c_q} \right] \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \right\} \quad (3.100)$$

Pentru rădăcinile diferite de zero ecuația (3.98) va obține forma:

$$\sum_{n,j=1}^{\infty} \frac{\Phi_2(s_{n,j})}{\Psi_1(s_{n,j})} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_1 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} + \frac{D_2 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} \right] \times \\ \times \exp(-\mu_n F_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{D_1 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} + \frac{D_2 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} - \right. \\ \left. - \frac{Q}{3\varepsilon \rho c_T} \right] \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \quad (3.101)$$

Rezolvarea problemei pentru câmpul nestaționar al potențialului de transfer de masă la exprimarea conținutului de masă prin conținutul de umiditate $\left(U = \frac{\theta}{c'_T} \right)$ va fi următoarea:

$$u_0 - u(r, \tau) = (u_0 - u_e) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_1 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{D_2 \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n r}{R_1} \right) \mu_n^2 a_q}{3R_1^2} \right] \exp(-\mu_n F_0) + \right. \\ \left. \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{D_3 \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} + \frac{D_4 \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_j r}{R_2} \right) \mu_j^2 a_q}{3R_2^2} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{Q}{3\varepsilon \rho c_T} \right] \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \right\} \quad (3.102)$$

Efectuăm următoarele însemnări:

$$\left. \begin{aligned} D_{n1} &= -\frac{D_1 a_q}{3R_1^2}; D_{n4} = -\frac{D_4 a_q}{3R_2^2}; \\ D_{n2} &= -\frac{D_2 a_q}{3R_1^2}; D_{n5} = -\frac{Q}{3\rho c_q}; \\ D_{n3} &= -\frac{D_3 a_q}{3R_2^2}; D_{n5}^* = -\frac{2Q}{3\rho c_T'}; \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

Astfel, forma finală a ecuațiilor diferențiale la transferul intern de masă și de căldură pentru cilindrul gol nelimitat va fi:

$$\begin{aligned} t(r, \tau) &= t_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[D_{n1} I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + D_{n2} Y_0^* \right. \\ & * \left. \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \right] \exp(-\mu_n^2 F_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \left[D_{n3} I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + \right. \\ & \left. + D_{n4} Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + D_{n5} \right] \exp \left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0 \right) \end{aligned} \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned} u(r, \tau) &= u_0 - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n1}}{c_T'} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + \right. \\ & \left. + \frac{D_{n2}}{c_T'} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \right] \exp(-\mu_n^2 F_0) - \\ & - \sum_{j=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n3}}{c_T'} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + \right. \\ & \left. + \frac{D_4}{c_T'} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 - D_{n5}^* \right] \exp \left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0 \right) \end{aligned} \quad (3.105)$$

3.2. Verificarea modelului matematic la adecvarea datelor experimentale

Ecuațiile obținute pentru temperatură (3.104) și umiditate (3.105) au fost verificate la compararea datelor obținute prin calcul cu curbele de uscare și curbele de temperatură obținute experimental la uscarea ardeiului iute prin procedeul combinat – prin convecție și UHF.

Penru verificare a fost folosit criteriul statistic Fișer. Preventiv a fost necesar de determinat temperatura și umiditatea medie dintre pereții cilindrului gol nelimitat. Ele se calculează după formulele:

$$\bar{T}(\tau) = \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} r T(r, \tau) - \frac{2}{R_1^2} \int_0^{R_1} r T(r, \tau) \quad (3.106)$$

$$\bar{U}(\tau) = \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} rU(r, \tau) - \frac{2}{R_1^2} \int_0^{R_1} rU(r, \tau) \quad (3.107)$$

Cu ajutorul formulelor (3.106) și (3.107) ecuațiile (3.104) și (3.105) se reprezintă în forma următoare:

$$\begin{aligned} \bar{T}(\tau) = & \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} r t_0 dr + \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} r \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[D_{n1} I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + D_{n2} Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \right] \times \right. \\ & \times \exp(-\mu_n^2 F_0) + \sum_{j=1}^{\infty} \left[D_{n3} I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + D_{n4} Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + D_{n5} \right] \times \\ & \times \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \left. \right] dr - \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_1} r t_0 dr - \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_1} r \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[D_{n1} I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + \right. \right. \\ & + D_{n2} Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \left. \right] \times \exp(-\mu_n^2 F_0) - \sum_{j=1}^{\infty} \left[D_{n3} I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + \right. \\ & \left. \left. + D_{n4} Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + D_{n5} \right] \times \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \right] dr \quad (3.108) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{U}(\tau) = & \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_2} r u_0 dr + \frac{2}{R_2^2} \int_0^{R_1} r \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n1}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + \right. \right. \\ & + \frac{D_{n2}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \left. \right] \exp(-\mu_n^2 F_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n3}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) \times \right. \\ & \times I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + \frac{D_{n4}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 \left. \right] \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \left. \right] dr - \quad (3.109) \\ & - \frac{2}{R_1^2} \int_0^{R_1} r u_0 dr + \frac{2}{R_1^2} \int_0^{R_1} r \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n1}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 + \right. \right. \\ & + \frac{D_{n2}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2 \left. \right] \exp(-\mu_n^2 F_0) - \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_{n3}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) \times \right. \\ & \left. \left. \times I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 + \frac{D_{n4}}{c'_T} \left(1 - \frac{\mu_j^2}{R_2^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} r \right) \mu_j^2 \right] \exp\left(-\mu_j^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0\right) \right] dr \end{aligned}$$

Ecuațiile (3.107) și (3.108) pot fi expuse într-o formă simplificată:

$$T = C_1 + A_1 e^{B_1 \tau} \quad (3.110)$$

$$U = C_2 + A_2 e^{B_2 \tau} \quad (3.111)$$

Verificarea coincidenței modelului matematic a datelor experimentale s-a efectuat pentru cazul uscării combinate cu temperatura agentului termic 60°C și intensitatea câmpului electromagnetic 16500 V/m în limitele de timp 0 ... 35 min.

Pentru determinarea constantelor din ecuațiile (3.110) și (3.111) este rațional de a le transfera într-o formă lineară. Liniarizarea ecuațiilor se poate obține prin logaritizarea lor:

$$\ln(T - C_1) = \ln A_1 + B_1 \tau \quad (3.112)$$

$$\ln(U - C_2) = \ln A_2 + B_2 \tau \quad (3.113)$$

Valoarea constantei C_1 a fost calculată după metoda indicată în [71].

$$C_1 = \frac{T_2 T_1 - T_3^2}{T_1 + T_2 + 2T_3} \quad (3.114)$$

Valorile experimentale ale temperaturilor T_1 , T_2 și T_3 din ecuația (3.114) au fost fixate în momentele de timp corespunzător τ_1 , τ_2 și τ_3 , în care:

$$\tau_3 = \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2) \quad (3.115)$$

În cazul fixării temperaturii produsului la $\tau_1=5$ min, $\tau_2=25$ min și, corespunzător, $\tau_3=15$ min, apoi vom obține $T_1=80$ °C, $T_2=120$ °C și $T_3=104$ °C. Pentru aceste valori $C_1 = -3$.

Datorită faptului că ecuațiile (3.112) și (3.113) sunt lineare, valorile constantelor $\ln A_1$ și B_1 au fost determinate prin metoda celor mai mici pătrate.

Înlocuind în (3.110) coeficienții obținuți, ecuația pentru temperaturile produsului va fi:

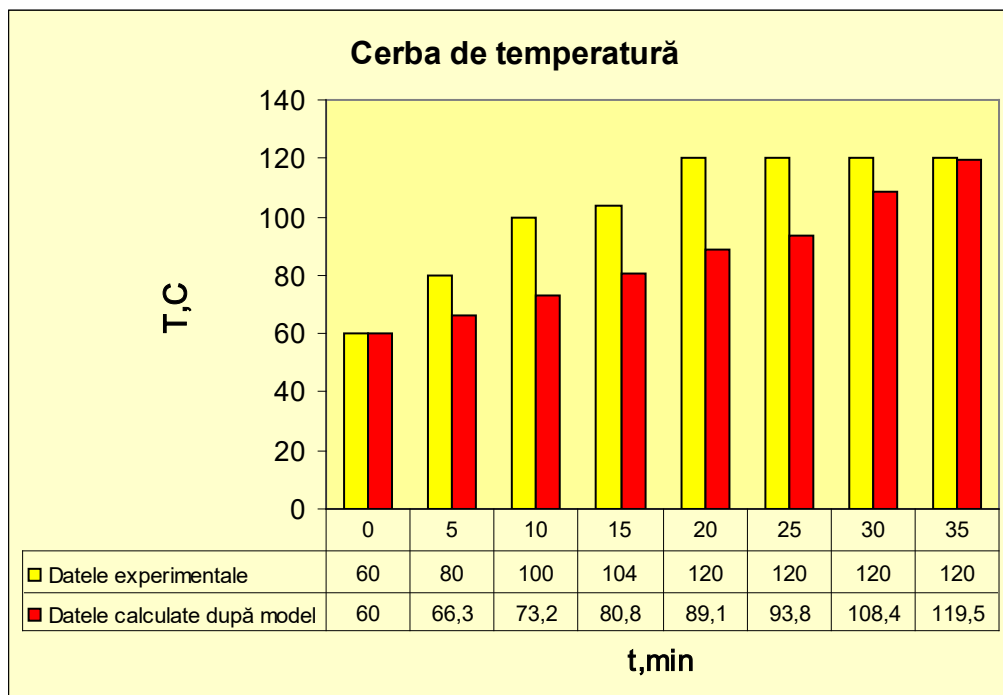
$$\hat{T}(\tau) = 58e^{0.02\tau} \quad (3.116)$$

în care $\hat{T}(\tau)$ se exprimă în °C

Pentru verificarea coincidenței rezultatelor calculului formulei (3.116) datelor experimentale, în tabelul 1 sunt indicate valorile temperaturilor ardeiului iute obținute prin calcul și experimental pentru diferite momente de timp ale procedurii combinat de uscare – prin convecție și UHF.

Tabel 1

N	1	2	3	4	5	6	7	8
τ, min	0	5	10	15	20	25	30	35
$T, \text{°C}$	60	80	100	104	120	120	120	120
$\hat{T}, \text{°C}$	60	66.3	73.2	80.8	89.1	98.3	108.4	119.5



Conform datelor din tabelul 1 a fost calculat criteriul Fisher, care constituie 4,5. Valoarea tabelară a acestui criteriu pentru nivelul de semnificație $q = 5\%$ este de 4,22.

Aceasta confirmă faptul, că reieșind din valorile criteriului Fisher, ecuația obținută coincide cu datele experimentale.

Analogic au fost determinați coeficienții din ecuația (3.111).

Pentru calculul constantei C_2 au fost luate următoarele date ale umidității: $u_1=36\%$, $u_2=6\%$ și $u_3=21\%$. Coeficienții obținuți ne-au permis să redăm ecuația umidității în următoarea formă:

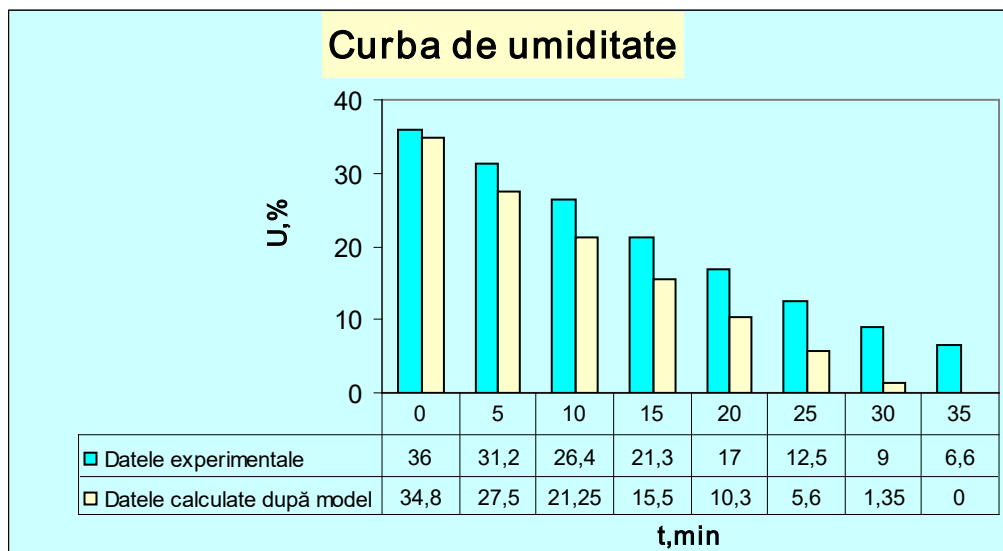
$$\hat{U}(\tau) = -39 + 73.6e^{-0.02\tau} \quad (3.117)$$

unde: $\hat{U}(\tau)$ se exprimă în %.

Analogic cazului precedent, pentru verificarea coincidenței rezultatelor calcului formulei (117) datelor experimentale, în tabelul 2 sunt indicate valorile umidității ardeiului iute obținute prin calcul și experimental pentru diferite momente de timp a procedurii combinat de uscare – prin convecție și UHF.

Tabel 2

N	1	2	3	4	5	6	7	8
τ, min	0	5	10	15	20	25	30	35
$U, \%$	36,0	31,2	26,4	21,3	17,0	12,5	9,0	6,6
$\hat{U}, \%$	34,8	27,5	21,25	15,5	10,3	5,6	1,35	0



Pentru umiditate criteriul Fisher calculat este $F = 5,3$, iar cel din tabel $F_t = 4,22$.

Astfel modelul matematic obținut pentru temperatura (3.116) și umiditatea (3.117) produsului descrie procedeul de uscare destul de adecvat. Utilizând acest model matematic, poate fi determinată temperatura ardeiului iute în orice moment al procesului de uscare cu precizia de 18 % și umiditatea produsului cu precizia de 43%.

3.3. Realizarea tehnică a procesului de uscare a ardeiului iute în câmp UHF

Pe tot parcursul prelucrării și păstrării ardeiului iute vom acorda o deosebită atenție integrității calităților inițiale, ardeiul iute fiind material medicobiologic.

Actualmente, în condițiile industriei prelucrătoare, uscarea ardeiului iute se efectuează prin convecție la soare, în uscătorii tunel sau cu transportoare.

Așa metode de uscare, din punct de vedere tehnologic, conțin un șir de dezavantaje, care sunt menționate și în [32,33]:

1. Durata de prelucrare este prea îndelungată, ceea ce provoacă apariția proceselor biochimice nedorite, însoțite de prezența micro- și macroflorei.

2. Construcția complicată a instalațiilor de uscare - din cauza condițiilor climaterice instabile pe parcursul perioadei de uscare.

După cum au arătat cercetările efectuate, aceste neajunsuri pot fi lichidate total sau parțial folosind metoda combinată – prin convecție în îmbinare cu UHF.

3.4 Construcția instalației de uscare propusă

În baza cercetărilor efectuate, a fost propusă instalația de uscare a ardeiului iute cu aport de energie termică prin convecție în combinație cu câmpurile U.H.F. În fig. 1 este redată imaginea generală a acestei instalații.

Instalația de uscare prezintă o construcție modulară polietajeră cu o bandă de conveer nelimitată. Ea este formată din câteva module sub formă de cutii de oțel alungite pe orizontală și suprapuse unul peste altul. Fiecare etaj al instalației prezintă

un modul de uscare autonom. Cutia fiecărui etaj confecționată din metal feros este ermetică și instalată pe o ramă cu grindă de profil P.

Fiecare cutie de oțel este asigurată de un scut din material termoizolant. Scuturile termoizolante sunt instalate pe toată lungimea cutiei, acoperind astfel întreaga suprafață și formând un șir succesiv de panouri blocate 17 și mobile 18. După fiecare scut blocat este instalat unul mobil cu scopul de a controla periodic elementele interne ale cutiei și de a regla și repara utilajul.

Pe peretele intern al cutiei se fixează o cornieră, iar pe suprafața internă a rafturilor este sudată o vergea metalică cu secțiune transversală pătrată.

Pe bară, ce servește ca ghidaj, se deplasează lanțul transportorului 8.

Transportorul cu lanț 8 este înzestrat cu o pînză purtătoare, executată sub formă de grilă. Ramura superioară a lanțului transportorului este considerată lucrătoare. La aranjarea cutiilor în etaje, fiecare lanț al transportorului este plasat strict unul sub celălalt, în așa mod ca să fie respectată coincidența axei longitudinale. Fiecare din transportoare este înzestrat cu mecanism de acționare autonom.

Mecanismul de acționare constă dintr-un motor electric, variator și reductor cinematic prin lanțul emițător cu steluță. Această steluță rotește axa, pe care sunt instalate steluțele intermediare, unite cinematic cu mecanismul de acționare a transportorului, cu mecanismul de acționare a agitatorului 9 sau compactorul 14 al produsului uscat.

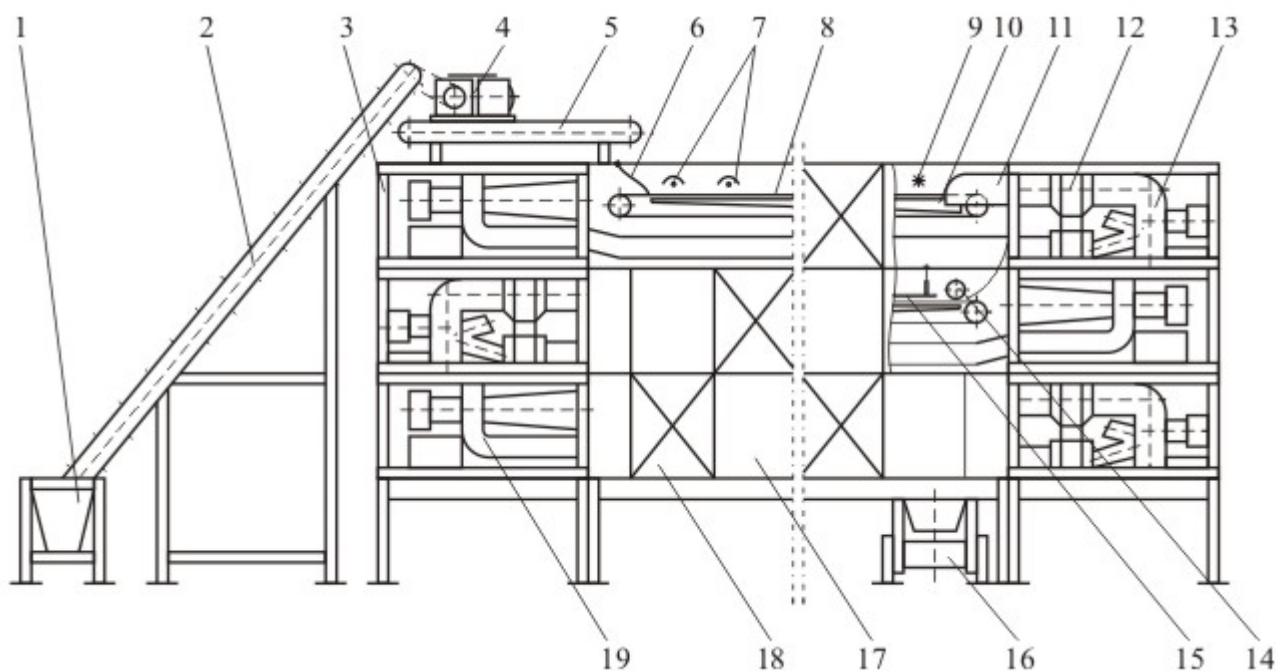


Fig.1. Instalație de uscare a fructelor și legumelor (ardeiului iute) prin convecție și în câmp electromagnetic de frecvență înaltă

Agitatorul 9 prezintă bare din material elastic de diferită înălțime și fixate pe axă cilindrică. Aceste bare servesc la prevenirea formării glomerulelor.

Compactorul produsului prezintă un tambur acoperit cu un strat de cauciuc și fixat pe o axă. El este înzestrat cu un dispozitiv care permite schimbarea intervalului dintre tambur și bandă, în așa mod reglând densitatea produsului supus uscării.

Pe axa agitatorului și compactorului sunt instalate stelute unite prin lanț de transmisie cu una din stelutele intermediare.

Agitatorul este instalat la începutul etajului superior, iar condensatorul este aranjat la începutul etajului doi și al celui inferior.

Fiecare etaj conține o placă înclinată predestinată creării condițiilor de trecere a ardeiului iute de la un etaj la altul.

Deasupra ramurii a doua și celei de a treia a transportorului sunt instalați electrozi sub formă de plăci care înlocuiesc una din lamelele celei de funcționare a condensatorului. În calitate de a doua lamelă servește însăși banda transportorului unită cu pământul.

Electrozii sunt fixați la corpul instalației de uscare prin intermediul unor garnituri dielectrice. Garniturile dielectrice sunt înzestrate cu instalații speciale ce permit deplasarea electrozilor pe verticală și permit astfel de a regla distanța dintre electrozi și suprafața benzii lucrătoare.

Electrozii sunt confecționați din tablă inoxidabilă și perforată. Lungimea fiecărui electrod este de 0,5 m. Lățimea se alege reieșind din lungimea benzii transportorului. Pe toată lungimea benzii lucrătoare electrozii sunt distribuiți cu un pas de 1,5 m.

Alimentarea cu curent de frecvență înaltă a instalației este efectuată de generator, cu un regim de frecvență de 27 MHz și o putere de 25 kW. Toți electrozii sunt uniți pe blocuri. Fiecare bloc conține patru electrozi. Aceasta permite de a schimba și introduce un program anticipat succesiv cu diverse blocuri, ajungând astfel la racordul necesar.

Toți electrozii sunt conectați coaxial la un ghid de unde cu frecvență înaltă, prin intermediul unui conductor individual din placă elastică. Distanța de la toate elementele de voltaj înalt până la suprafața ecranizată se selectează luând în considerație apariția inducției și volumelor parazitare.

Pentru a evita apariția undelor staționare în spațiile electrozilor, distanța dintre punctele de intersecție a conductoarelor elastice și capetele electrozilor, nu trebuie să depășească a patra parte din lungimea undelor electromagnetice a câmpului, adică $l < \lambda/4$.

Instalația este prevăzută de un buncăr de alimentare 1 cu produs inițial, care se deplasează la etajul superior de un transportor înclinat cu raclete 2. Cel din urmă este un transportor pânza, purtător al căruia reprezintă o bandă cauciucată având raclete fixate de-a curmezișul.

Deasupra etajului superior a uscătoriei este montat dispozitivul de stivuire 4, care asigură deplasarea produsului sub forma unui strat, aranjând în așa mod produsul uniform pe toată suprafața transportorului de lucru. Mecanismul de acționare a dispozitivului de stivuire reprezintă o transmisie cu lanț, conectat la transportorul cu raclete 2. Dispozitivul de stivuire conține un valț cauciucat, care prin interacțiune cu valțul sus-numit și pânza transportorului de alimentare 5 formează un monostrat de produs uscat.

Sub etajul inferior este montat transportorul de descărcare cu bandă 16, condițiile necesare a căruia asigură răcirea produsului până la 40-50°C, ceea ce reprezintă lungimea și viteza deplasării benzii.

Aerul ales în calitate de agent termic este vehiculat de un ventilator centrifugal 13 și se încălzește în caloriferul cu aburi 12. Pe parcursul circulației, agentul termic este debitat în conducta de aer 11, ramificată la ieșirea din cutia de oțel. Sectorul conductei, în care se introduce aerul, este racordat la difuzorul 10, plasat între ramura lucrătoare și cea liberă a transportorului. În sectorul superior al difuzorului sunt prevăzute ferestre cu panouri reflectoare în scopul străbaterii fluxului termic prin pânza purtătoare a transportorului cu lanț de jos în sus. Injectarea purtătorului de căldură spre etajul superior al uscătoriei se efectuează prin tronsonul drept al cutiei de oțel, iar pe partea superioară din stânga ventilatorul centrifug 19 absoarbe agentul termic. În partea inferioară a etajelor instalației ciclul de pompare-absorbție se alternează succesiv: atunci când în penultimul etaj superior are loc pomparea purtătorului de căldură - în sectorul superior drept are loc absorbția.

Poziția din dreapta și cea din stânga se determină în felul următor: dacă fața observatorului, care privește spre latura lungă a cutiei de oțel, buncărul de alimentare este plasat în stânga, atunci vehicularea agentului de uscare are loc de la stânga la dreapta, adică în direcția pânzei mișcătoare a transportorului cu lanț.

Procesul de uscare a instalației este dirijat de un sistem automat de reglare.

3.4.1 Principiul de lucru a instalației de uscare propusă

Procesul de uscare în instalația modulară multietajată se efectuează în felul următor: fructele și legumele cu umiditatea naturală din buncărul de alimentare sunt îndreptate pe pânza transportorului cu lanț 8 a etajului superior cu ajutorul transportorului înclinat și înzestrat cu raclete.

Sub controlul dispozitivului de așezare 4 se formează un strat de fructe sau legume pe toată lățimea ramurii lucrătoare de aprovizionare a transportorului 5.

Pe transportorul de bază 8 produsul se încălzește de către agentul de uscare preluat prin geamul difuzorului 10 de la caloriferul cu aburi 12. După aceasta aerul fierbinte trece prin plasa pânzei transportorului, realizând schimbul de căldură cu produsul ce se usucă.

Consumul permanent a aerului fierbinte debitat de ventilatorul centrifugii, crează condiții favorabile în fiecare etaj a instalației pentru obținerea produsului final de calitate înaltă.

În timpul mișcării produsului pe prima și a doua bandă a transportorului are loc procesul convectiv de uscare.

Astfel, amestecul format din abur și aer se absoarbe de ventilatorul centrifugal prin sistemul conductei de aer și se îndreaptă parțial la recirculare, parțial în atmosferă.

Pe banda a treia produsul intră în zona de acțiune a UHF, unde are loc intensificarea procesului de uscare.

După parcurgerea camerei de lucru, produsul este divizat pe banda transportorului de descărcare 14 unde se asigură răcirea produsului până la 40-50 °C.

În așa mod se asigură uscarea și convecția cu aplicarea UHF.

4. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produsele alimentare de formă geometrică plăcă

Semințele de dovleac, în calitate de obiect al uscării, se pot prezenta ca plăci. În așa mod, vom soluționa problema pentru plăci la uscarea convectivă în prezența sursei interne de căldură.

Placa nelimitată are grosimea $2H$.

Ecuatiile diferențiale pentru transferul de masă și căldură pentru placa nelimitată în cazul procesului de uscare convectivă vor avea forma:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a_q \frac{\partial^2 t(x, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\varepsilon r' c_T'}{c_q} \cdot \frac{\partial \Theta(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{Q}{c_q \rho} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \Theta(x, \tau)}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 \Theta(x, \tau)}{\partial x^2} + a_m \delta \cdot \frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x^2} \quad (4.2)$$

Condițiile de limită:

$$\lambda_q \frac{\partial t(H, \tau)}{\partial \tau} + \alpha [t_c - t(H, \tau)] - (1 - \varepsilon) r' \beta (\Theta(H, s) - \Theta_p) = 0 \quad (4.3)$$

$$\lambda_q \frac{\partial \Theta(H, \tau)}{\partial x} + \lambda_m \delta \frac{\partial t(H, \tau)}{\partial x} + \beta (\Theta(H, s) - \Theta_p) = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial z(0, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial \Theta(0, \tau)}{\partial x} = 0 \quad (4.5)$$

Condițiile inițiale:

$$t(x, 0) = t_0$$

$$\Theta(x, 0) = \Theta_0$$

Rezolvare.

Introducem însemnările:

$$L[t(x, \tau)] = t_L(x, s)$$

$$L[\Theta(x, \tau)] = \Theta_L(x, s)$$

Aplicăm transformările lui Laplace la ecuațiile (4.1) și (4.2), primim:

$$s t_L(x, s) - t_0 = a_q t_L'(x, s) + \frac{\varepsilon \rho c_T'}{c_q} \tilde{S} \Theta_L(x, s) - \frac{\varepsilon \rho c_T'}{c_q} \Theta_0 + \frac{Q}{s c_q \rho} = 0 \quad (4.6)$$

$$s \Theta_L(x, s) - \Theta_0 = a_m \Theta_L''(x, s) + a_m \delta t_L''(x, s) \quad (4.7)$$

Ecuția diferențială pentru temperatură $t_L(x,s)$ o găsim în felul următor. Din ecuația (6) determinăm $\Theta_L(x,s)$ și derivata a doua $\Theta''_L(x,s)$, le substituim în ecuația (4.7).

$$\Theta_L(x,s) = \left(st_L(x,s) - t_0 - a_q t'_L(x,s) + \frac{\varepsilon' c'_T}{c_q} \Theta_0 - \frac{Q}{\varepsilon c_q \rho} \right) \frac{c_q}{sr' c'_T s} \quad (4.8)$$

Prima derivată $\Theta'_L(x,s)$ va fi:

$$\Theta'_L(x,s) = (st'_L(x,s) - a_q t''_L(x,s)) \frac{c_q}{\varepsilon' c'_T s}$$

A doua derivată $\Theta''_L(x,s)$ va fi:

$$\Theta''_L(x,s) = (\tilde{S}t''_L(x,s) - a_q t^{IV}_L(x,s)) \frac{c_q}{\varepsilon' c'_T s} \quad (4.9)$$

Înlocuim (3) și (6) în ecuație:

$$\begin{aligned} & \left(st_L(x,s) - t_0 - a_q t''_L(x,s) + \frac{\varepsilon' c'_T}{c_q} \Theta_0 - \frac{Q}{\varepsilon c_q \rho} \right) \frac{c_q}{\varepsilon' c'_T s} - \Theta_0 = \\ & = a_m \delta t''_L(x,s) + a_m (\tilde{S}t''_L(x,s) - a_q t^{IV}_L(x,s)) \frac{c_q}{\varepsilon' c'_T s} \end{aligned}$$

Deschidem parantezele și simplificăm expresia dată:

$$\begin{aligned} & t_L(x,s) \frac{sc_q}{\varepsilon' c'_T} - \frac{t_0 c_q}{\varepsilon' c'_T} - t''_L(x,s) \frac{c_q a_q}{\varepsilon' c'_T} + \Theta_0 - \frac{Q c_q}{sr' \varepsilon \rho c'_T} - \Theta_0 - t''_L(x,s) a_m \delta - \\ & - \frac{t''_L(x,s) a_m c_q}{\varepsilon' c'_T} + t^{IV}_L(x,s) \frac{c_q a_q a_m}{\varepsilon' c'_T s} = 0 \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$t^{IV}_L(x,s) \frac{c_q a_q a_m}{\varepsilon' c'_T s} - t''_L(x,s) \left(\frac{c_q a_q}{\varepsilon' c'_T} + a_m \delta + \frac{c_q a_m}{\varepsilon' c'_T} \right) + t_L(x,s) \frac{sc_q}{\varepsilon' c'_T} - \frac{t_0 c_q}{\varepsilon' c'_T} - \frac{Q}{s \rho \varepsilon' c'_T} = 0$$

$$t^{IV}_L(x,s) - t''_L(x,s) \left(\frac{s}{a_m} + \frac{\varepsilon' c'_T s}{c_q a_q} + \frac{s}{a_q} \right) + \frac{s^2}{a_q a_m} t_L(x,s) - \frac{st_0}{a_q a_m} - \frac{Q}{\rho a_q c_q a_m} = 0$$

Pentru a găsi soluția ecuației (4.10), o scriem în felul următor:

$$t^{IV}_L(x,s) - t''_L(x,s) \left(\frac{s}{a_q} + \frac{\varepsilon \rho \delta c'_T s}{c_q a_q} + \frac{s}{a_m} \right) + \frac{s^2}{a_q a_m} t_L(x,s) - \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho s^2 c_q} = 0 \quad (4.11)$$

Integrala comună diferită a ecuației diferențiale obișnuite va fi următoarea:

$$t_L(x,s) = \frac{t_0}{s} + \frac{Q}{\rho s^2 c_q} + C_1 e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x} + C_2 e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x} + C_3 e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x} + C_4 e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x} \quad (4.12)$$

unde:

$C_k(k=1...4)$ - constante arbitrare

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + Fe + \frac{1}{L_4} \right) + (-1)^j \sqrt{\left(1 + Fe + \frac{1}{L_4} \right)^2 + \frac{4}{L_4}} \right] \quad (4.13)$$

$j=1,2$

unde:

$$\text{Fe-criteriul Fedorov, } Fe = \frac{\varepsilon' \beta c_T'}{c_q}$$

$$L_4 = \frac{a_m}{a_q} - \text{criteriul de inerție}$$

Condițiile de simetrie imaginar se pot scrie în felul următor:

$$t'_L(0,s) = \Theta'_L(0,s) = 0$$

Din această expresie rezultă $C_1 = C_2$ și $C_3 = C_4$.

Soluția pentru prezentarea temperaturii (12) se va scrie în felul următor:

$$t_L(x,s) = \frac{t_0}{s} + \frac{Q}{\rho c_q s} + B_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x + B_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x \quad (4.14)$$

Aici B_1, B_2 – constante noi referitor la x .

Soluția comună pentru prezentarea transferului de masă potențial $\Theta_L(x,s)$ o primim prin înlocuirea $t'_L(x,s)$ primită din ecuația (4.11), și $t_L(x,s)$ în (4.6).

Din ecuația (4.14) găsim $t'_L(x,s)$ și $t''_L(x,s)$.

$$t'_L(x,s) = B_1 \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x + B_2 \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x \quad (4.15)$$

$$t''_L(x,s) = B_1 \frac{s}{a_q} v_1^2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x + B_2 \frac{s}{a_q} v_2^2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x$$

Înlocuim (4.11) și (4.12) în ecuație:

$$\begin{aligned} & t_0 + \frac{Q}{\rho c_q s} + s B_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x + \tilde{s} B_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x - a_q B_1 \frac{s}{a_q} v_1^2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x - \\ & - a_q B_2 \frac{s}{a_q} v_2^2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x - \frac{\varepsilon' c_T' s}{c_q} \Theta_L(x,s) + \frac{\varepsilon' c_T'}{c_q} \Theta_0 - \frac{Q}{s c_q \rho} = 0 \end{aligned}$$

de unde:

(4.16)

$$\Theta_L(x,s) = \frac{\Theta_0}{S} + \frac{2Q}{s^2 c_q \rho} + \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_1 (1 - \nu_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 x + \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_2 (1 - \nu_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 x$$

B_1 și B_2 le determinăm din condițiile de limită (4.3) și (4.4), care după folosirea transformărilor lui Laplace vor fi următoarele:

$$-\lambda_q t_L'(H,s) + \alpha \left[\frac{t_c}{s} - t_L(H,s) \right] - (1 - \varepsilon) r' \beta \left(\Theta(H,s) - \frac{\Theta_p}{s} \right) = 0 \quad (4.17)$$

$$\lambda_m \Theta_L'(H,s) + \lambda_m \delta t_L'(H,s) + \beta \left(\Theta_L(H,s) - \frac{\Theta_p}{s} \right) = 0 \quad (4.18)$$

Găsim din ecuațiile (4.14) și (4.16).

$t_L(H,s)$; $t_L'(H,s)$; $\Theta_L(H,s)$; $\Theta_L'(H,s)$:

$$t_L(H,s) = \frac{t_0}{s} + \frac{Q}{\rho s^2 c_q} + B_1 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H + B_2 ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H \quad (4.19)$$

$$t_L'(H,s) = B_1 \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H + B_2 \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H \quad (4.20)$$

$$\Theta_L(H,s) = \frac{\Theta_0}{S} + \frac{2Q}{s^2 c_q \rho} + \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_1 (1 - \nu_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H + \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_2 (1 - \nu_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H$$

$$\Theta_L'(H,s) = \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_1 (1 - \nu_1^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H + \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} B_2 (1 - \nu_2^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H \quad (4.21)$$

Înlocuim (4.19), (4.20) și (4.21) în ecuația (4.17).

$$\begin{aligned} & -B_1 \lambda_q \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H - B_2 \lambda_q \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H + \frac{\alpha t_c}{s} - \frac{\alpha t_0}{s} - B_1 \alpha sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H + \\ & + B_2 \alpha sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H - (1 - \varepsilon) \frac{\beta r' \Theta_0}{s} - \alpha (1 - \varepsilon) \frac{\beta r' \Theta_0}{s^2 c_q \rho} - \frac{(1 - \varepsilon) \beta c_q}{\varepsilon r' c_T} B_1 (1 - \nu_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 H - \\ & - \frac{(1 - \varepsilon) \beta c_q}{\varepsilon r' c_T} B_2 (1 - \nu_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 H + \frac{(1 - \varepsilon) \beta \Theta_0}{s} = 0 \end{aligned}$$

Simplificăm expresia dată:

$$\begin{aligned}
& B_1 \left\{ \lambda_q \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H + \left[\alpha \frac{(1-\varepsilon)\beta c_q}{\varepsilon c_T'} (1-v_1^2) \right] ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H \right\} - \\
& + B_2 \left\{ \lambda_q \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H + \left[\alpha \frac{(1-\varepsilon)\beta c_q}{\varepsilon c_T'} (1-v_2^2) \right] ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H \right\} + \\
& + \frac{\alpha(t_c - t_0)}{s} - \frac{(1-\varepsilon)r'\beta(\Theta_0 - \Theta_p)}{s} + \frac{(\alpha + 2(1-\varepsilon)r'\beta)Q}{s^2 c_q \rho} = 0
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Înlocuim (4.17), (4.18), (4.13) în ecuația (4.6).

$$\begin{aligned}
& \frac{\lambda_m c_q}{\varepsilon \rho c_T'} B_1 (1-v_1^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H + \frac{\lambda_m c_q}{\varepsilon r' c_T'} \beta_2 (1-v_2^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H + \lambda_m \delta B_1 \times \\
& \times \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H + \lambda_m \delta \beta_2 \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H + \frac{\beta \Theta_0}{s} + \frac{2\beta \Theta}{s^2 c_q \rho} + \frac{c_q \beta B_1}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H + \\
& \frac{c_q \beta B_2}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H - \frac{\beta \Theta_p}{s} = 0
\end{aligned}$$

Simplificăm expresia dată:

$$\begin{aligned}
& B_1 \left\{ \left[\frac{\lambda_m c_q}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_1^2) + \lambda_m \delta \right] \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H + \frac{c_q \beta}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 H \right\} + \\
& + B_2 \left\{ \left[\frac{\lambda_m c_q}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_2^2) + \lambda_m \delta \right] \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H + \frac{c_q \beta}{\varepsilon r' c_T'} (1-v_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 H \right\} + \\
& + \frac{\beta(\Theta_0 - \Theta_p)}{s} + \frac{2\beta \Theta}{s^2 c_q \rho} = 0
\end{aligned} \tag{4.23}$$

După simplificarea elementelor comune (4.22) și (4.15) și prelucrarea lor după criteriile asemănătoare pentru determinarea B_1 și B_2 și primim un sistem de ecuații algebrice.

$$\left. \begin{aligned}
& B_1 T_1 + B_2 T_2 - \frac{t_c - t_0}{s} + (1-\varepsilon) \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} + \frac{(\alpha + \alpha(1-\varepsilon)r'\beta)Q}{\alpha s^2 c_q \rho} \\
& B_1 P_1 + B_2 P_2 + \frac{Fe}{\delta} \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} + \frac{2\varepsilon r' c_T' Q}{s^2 c_q^2 \rho} = 0
\end{aligned} \right\} \tag{4.24}$$

Fe-criteriul Fedorov, $Fe = \frac{\varepsilon r' c_T'}{c_q}$

$$\begin{aligned}
T_j &= \left[1 + (1 - v_j^2)K_1\right] ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H + \frac{1}{\beta_{iq}} \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H \\
P_j &= (1 - v_j^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H + \left[(1 - v_j^2)Fe\right] \frac{1}{\beta_{im}} \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H \cdot sh \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j H
\end{aligned} \tag{4.25}$$

$$K_1 = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{c_q}{c_T} \cdot \frac{\beta}{\alpha} - \text{criteriu complex}$$

$$\beta_{iq} = \frac{\alpha}{\lambda_q} H - \text{criteriul bio-transfer de căldură}$$

$$\beta_{iq} = \frac{\beta}{\lambda_q} H - \text{criteriul bio-transfer de masă}$$

Soluționăm sistema de ecuații (26). Din prima ecuație găsim B_2 :

$$B_2 = -\frac{B_1 T_1}{T_2} + \frac{t_c - t_0}{s T_2} - \frac{(1 - \varepsilon) r' \beta}{\alpha T_2} \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} - \frac{(\alpha + 2(1 - \varepsilon) r' \beta) Q}{2s^2 c_q \rho T_2} \tag{4.26}$$

Înlocuim această expresie în ecuația a doua:

$$\begin{aligned}
&B_1 P_1 - \frac{B_1 T_1}{T_2} P_2 + \frac{t_c - t_0}{s T_2} P_2 - \frac{(1 - \varepsilon) r' \beta}{\alpha T_2} \cdot \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} P_2 - \frac{(\alpha + 2(1 - \varepsilon) r' \beta) Q}{2s^2 c_q \rho T_2} P_2 + \\
&+ \frac{Fe}{\delta} \cdot \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} + \frac{2\varepsilon r' c_T Q}{s^2 c_q^2 \rho} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&-B_1 \left(\frac{T_2 P_1 - T_1 P_2}{T_2} + \frac{t_c - t_0}{s T_2} P_2 + \frac{\Theta_0 - \Theta_p}{s} \left(\frac{Fe}{\delta} - \frac{(1 - \varepsilon) r' \beta}{\alpha T_2} \cdot P_2 \right) \right) + \\
&+ \frac{Q}{s^2 c_q \rho} \cdot \left(\frac{2\varepsilon r' c_T}{c_q} - \frac{(\alpha + 2(1 - \varepsilon) r' \beta)}{2T_2} \right) = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_1 &= \frac{(t_c - t_0) - (\Theta_0 - \Theta_p) \left(\frac{-(1 - \varepsilon) \rho r' \beta}{\alpha T_2} P_2 + \frac{Fe}{\delta} T_2 \right)}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)} + \\
&+ \frac{\frac{Q}{s c_q \rho} (2Fe T_2 - (\alpha + (1 - \varepsilon) r' \beta))}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

După transformare B_1 va avea forma:

$$B_1 = \frac{(t_c - t_0)P_2 + (\Theta_0 - \Theta_p) + \frac{\varepsilon r' c_T'}{c_q}(T_2 - K_1 P_2)}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)} + \frac{\frac{Q}{sc_q \rho} \left(2FeT_2 - \frac{(\alpha c_q + 2\varepsilon r' c_T' K_1)}{2c_q} \right)}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)} \quad (4.28)$$

$$B_2 = \frac{(t_c - t_0)P_1 + (\Theta_0 - \Theta_p) + \frac{\varepsilon r' c_T'}{c_q}(T_1 - K_1 P_1)}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)} + \frac{\frac{Q}{sc_q \rho} \left(2FeT_1 - \frac{(\alpha c_q + 2\varepsilon r' c_T' K_1)}{2c_q} \right)}{s(T_2 P_1 - T_1 P_2)} \quad (4.29)$$

rezultă:

$$t_L(x, s) - \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho s^2 c_q} = (t_c - t_0) \left\{ \frac{P_1 + \varepsilon c_T' Ko(T_1 - K_1 P_1) + \frac{Q}{sc_q \rho} \left(2FeT_2 - \frac{(\alpha c_q + 2\varepsilon \rho c_T' K_1)}{2c_q} \right)}{S(T_2 P_1 - T_1 P_2)} \times \right. \\ \left. \times ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x - \frac{P_2 + \varepsilon c_T' Ko(T_2 - K_1 P_2) + \frac{Q}{sc_q \rho} \left(2FeT_2 - \frac{(\alpha c_q + 2\varepsilon r' c_T' K_1)}{2c_q} \right)}{S(T_2 P_1 - T_1 P_2)} ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x \right\} = \\ = (t_c - t_0) \frac{\Phi_{01}(s)}{\Psi_{01}(s)} \quad (4.30)$$

$$Ko - \text{criteriul Kosovici, } Ko = \frac{r'(\theta_0 - \theta_p)}{c_q(t_c - t_0)}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta_0}{s} - \Theta_L(x, s) + \frac{2Q}{s^2 c_q \rho} &= (\Theta_0 - \Theta_p) \left\{ \frac{T_2 + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_2 - K_1 P_2}{\tilde{S}(T_2 P_1 - T_1 P_2)} + \frac{Q}{s c_q \rho} \left(2T_2 - \frac{\alpha}{2Fe} + K_1 \right) \right\} \times \\
&\times (1 - v_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x - \left\{ \frac{T_1 + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_1 - K_1 P_1}{\tilde{S}(T_2 P_1 - T_1 P_2)} + \frac{Q}{s c_q \rho} \left(2T_1 - \frac{\alpha}{2Fe} + K_1 \right) \right\} (1 - v_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x = \\
&= (\Theta_0 - \Theta_p) \frac{\Phi_{02}(s)}{\Psi_{01}(s)}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Noi am găsit soluția comună a sistemului de ecuații diferențiale a transferului de masă și căldură în reprezentare. Pentru primirea soluției originale se poate folosi teorema generală de descompunere. Teorema descompunerii este justă pentru reprezentare, care se poate prezenta ca raportul a două polinoame generale

$$\frac{\Phi_0(s)}{\Psi_0(s)}$$

În cazul nostru fiecare din ecuațiile primite se pot prezenta sub forma:

$$\frac{1}{t_c - t_0} \left[t_L(x, s) - \frac{t_0}{s} - \frac{Q}{\rho s^2 c_q} \right] = \frac{\Phi_{01}(s)}{\Psi_0(s)} \tag{4.32}$$

$$\frac{1}{\Theta_0 - \Theta_p} \left[\frac{\Theta_0}{s} + \frac{2Q}{\rho s^2 c_q} - \Theta_L(x, s) \right] = \frac{\Phi_{02}(s)}{\Psi_0(s)} \tag{4.33}$$

Numitorul $\Psi_0(s) = s(T_2 P_1 - T_1 P_2)$ în ecuațiile (4.30) și (4.31) este identic, iar polinoamele la numărător, corespunzător, sunt egale:

$$\begin{aligned}
\Phi_{01}(s) &= \left(P_1 + \varepsilon c_T K_0 (T_1 - K_1 P_1) + \frac{Q}{s c_q \rho} \left(2Fe T_2 - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon' c_T' K_1}{2c_q} \right) \right) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x - \\
&- \left(P_2 + \varepsilon c_T K_0 (T_2 - K_1 P_2) + \frac{Q}{s c_q \rho} \left(2Fe T_2 - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon' c_T' K_1}{2c_q} \right) \right) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{02}(s) &= \left(T_2 + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_2 - K_1 P_2 + \left(2T_2 - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right) (1 - v_1^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 x - \\
&\left(T_1 + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_1 - K_1 P_1 + \left(2T_1 - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right) (1 - v_2^2) ch \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 x
\end{aligned}$$

Numitorul și numărătorul ecuației (4.32) și (4.33) sunt polinoame generale referitor la S, de aceea, după cum arată analizele, trecerea de la reprezentare la original se poate de efectuat după teorema obișnuită de descompunere.

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_{01}(s)}{\Psi_0(s)} \right] = \frac{\Phi_{01}(0)}{\Psi_0(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_{01}(s_k)}{\Psi_0(s_k)} \exp(s_k \tau) \quad (4.34)$$

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_{02}(s)}{\Psi_0(s)} \right] = \frac{\Phi_{02}(0)}{\Psi_0(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_{02}(s_k)}{\Psi_0(s_k)} \exp(s_k \tau) \quad (4.35)$$

Găsim rădăcina $\Psi_0(s)$, pentru care stabilim:

$$\Psi_0(s) = s(T_2 P_1 - T_1 P_2) = 0$$

Primim:

1. $s=s_n=0$ (rădăcină nulă)

2. $s=s_n$

unde: s_n satisface ecuația $T_2 P_1 - T_1 P_2 = 0$

Să precizăm valoarea s_n , pentru care înlocuim termenii sinus și cosinus hiperbolic în expresia (25) și (26) conform formulelor:

$$\text{sh } z = -i \sin(iz)$$

$$\text{ch } z = \cos(iz)$$

$$\text{Obținem: } S_n = -\frac{a_q \mu_k^2}{H^2},$$

unde:

μ_k –rădăcina ecuației caracteristice

$$T_2 P_1 - T_1 P_2 = 0 \quad (4.36)$$

$$T_{kj} = \left[1 + (1 - \nu_j^2) K_1 \right] \cos \nu_j \mu_k - \frac{\nu_j \mu_k}{B_{jq}} \sin \nu_j \mu_k \quad (4.37)$$

$$P_{kj} = (1 - \nu_j^2) \cos \nu_j \mu_k - \left[(1 - \nu_j^2) \cos \nu_j \mu - \left[(1 - \nu_j^2) + Fe \right] \frac{\nu_j \mu_k}{B_{jm}} \sin \nu_j \mu_k \right] \quad (4.38)$$

Pentru obținerea reprezentărilor generale (4.36), (4.37) determinăm mărimile ce fac parte din ele $\Psi'_0(0)$, $\Psi'_0(s_n)$, $\Phi_{01}(0)$, $\Phi_{02}(0)$, $\Phi_{01}(s_k)$, $\Phi_{01}(s_k)$.

$$\Psi'_0 = \nu_2^2 - \nu_1^2$$

$$\Phi_{01}(0) = \Phi_{01}(0) = \nu_2^2 - \nu_1^2$$

$$\begin{aligned} \Phi_{01}(s_k) = & - \left\{ \left[P_{k2} + \varepsilon c'_T K_0 (T_{k2} - K_1 P_{k2}) + \frac{Q}{c_q \rho} \left(2Fe T_{k2} - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon r' c'_T K_1}{2c_q} \right) \right] \cos \nu_1 \mu_k \frac{x}{H} - \right. \\ & \left. - \left[P_{k1} + \varepsilon c'_T K_0 (T_{k1} - K_1 P_{k2}) + \frac{Q}{c_q \rho} \left(2Fe T_{k1} - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon r' c'_T K_1}{2c_q} \right) \right] \cos \nu_2 \mu_k \frac{x}{H} \right\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{02}(s_k) = & \left\{ \left[T_{k2} + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_{k1} - K_1 P_{k1} + \frac{Q}{c_q \rho} \left(2T_{k1} - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right] (1 - \nu_2^2) \cos \nu_1 \mu_k \frac{x}{H} - \right. \\ & \left. - \left[T_{k2} + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_{k2} - K_1 P_{k2} + \frac{Q}{c_q \rho} \left(2T_{k2} - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right] (1 - \nu_1^2) \cos \nu_1 \mu_k \frac{x}{H} \right\} \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$\Psi'_0(s_k) = \frac{1}{2} \mu_k \Psi_k$$

$$\Psi_k = v_1 A_{k1} P_{k2} + v_2 B_{k2} T_{k1} - v_2 A_{k2} P_{k1} - v_1 B_{k1} Q_{k2}$$

$$A_{nj} = \left[1 + \frac{1}{B_{jq}} + (1 - v_j^2) K_1 \right] \sin v_j \mu_k + \frac{v_j \mu_k}{B_{jq}} \cos v_j \mu_k \quad (4.41)$$

$$B_{nj} = (1 - v_j^2) \sin v_j \mu_k + \frac{(1 - v_j^2) + Fe}{B_{jm}} (\sin v_j \mu_k + v_j \mu_k \cos v_j \mu_k) \quad (42)$$

Înlocuind mărimile anterior găsite în ecuațiile (4.34) și (4.35), ca rezultat pentru câmpurile de potențial variabile transferul de masă și căldură a substanțelor vom avea:

$$\begin{aligned} \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = & 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{P_{k2} + \varepsilon c'_T K_0 (T_{k2} - K_1 P_{k1})}{\mu_k \Psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \Psi_k} \left(2FeT_{k2} - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon' c'_T K_1}{2c_q} \right) \right] \times \right. \\ & \times \cos v_1 \mu_k \frac{x}{H} - \left[\frac{P_{k1} + \varepsilon c'_T K_0 (T_{k1} - K_1 P_{k2})}{\mu_k \Psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \Psi_k} \left(2FeT_{k1} - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon' c'_T K_1}{2c_q} \right) \right] \cos v_2 \mu_k \frac{x}{H} \left. \right\} \times \\ & \times \exp(-\mu_k^2 F'_0) \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\begin{aligned} \frac{\Theta_0 - \Theta(x, \tau)}{\Theta_0 - \Theta_p} = & \frac{U_0 c'_T - U(x, \tau) c'_T}{U_0 c'_T - U_p c'_T} = \frac{U_0 - U(x, \tau)}{U_0 - U_p} = \\ = & 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[\frac{T_{k1} + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_{k2} - K_1 P_{k2}}{\mu_k \Psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \Psi_k} \left(2T_{k1} - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right] (1 - v_2^2) \cos v_2 \mu_k \frac{x}{H} - \right. \\ & \left. \left[\frac{T_{k2} + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_{k2} - K_1 P_{k2}}{\mu_k \Psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \Psi_k} \left(2T_{k2} - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \right] (1 - v_1^2) \cos v_1 \mu_k \frac{x}{H} \right\} \exp(-\mu_k^2 F'_0) \end{aligned} \quad (4.44)$$

unde:

$$F'_0 = \frac{a_q}{H^2} - \text{criteriul Furie}$$

În scopul folosirii comode a soluției primite o vom scrie încă o dată.

$$T = \frac{t(x, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_{k2} \cos v_1 \mu_k \frac{x}{H} - C_{k1} \cos v_2 \mu_k \frac{x}{H} \right) \exp(-\mu_k^2 F'_0) \quad (4.45)$$

$$U = \frac{U_0 - U(x, \tau)}{U_0 - U_p} = 1 - \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_{k1} (1 - v_2^2) \cos v_2 \mu_k \frac{x}{H} - C_{k2} (1 - v_1^2) \cos v_1 \mu_k \frac{x}{H} \right] \exp(-\mu_k^2 F'_0) \quad (4.46)$$

$$\text{aici } v_j^2 = \frac{1}{2} \left[\left(1 + Fe + \frac{1}{Ln} \right) + (-1)^j \sqrt{\left(1 + Fe + \frac{1}{Ln} \right)^2 - \frac{4}{Ln}} \right]$$

C_{kj} , C_{kj}^{\bullet} – se determină din relațiile:

$$C_{kj} = \frac{P_{kj} + \varepsilon K_0 (T_{kj} - K_1 P_{kj})}{\mu_k \psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \psi_k} \left(2Fe T_{kj} - \frac{\alpha c_q + 2\varepsilon r' c_T' K_1}{2c_q} \right) \quad (4.47)$$

$$C_{kj}^{\bullet} = \frac{T_{kj} + \frac{1}{\varepsilon K_0} P_{kj} - K_1 P_{kj}}{\mu_k \psi_k} + \frac{Q}{c_q \rho \mu_k \psi_k} \left(2T_{kj} - \frac{\alpha}{2Fe} - K_1 \right) \quad (4.48)$$

$$\psi_k = v_1 A_{k1} P_{k2} + v_2 B_{k2} T_{k1} - v_2 A_{k2} P_{k1} - v_1 B_{k1} T_{k2}$$

$$A_{nj} = \left[1 + \frac{1}{B_{jq}} + (1 - v_j^2) K_1 \right] \sin v_j \mu_k + \frac{v_j \mu_k}{B_{jq}} \cos v_j \mu_k$$

$$P_{nj} = (1 - v_j^2) \sin v_j \mu_k - \left[(1 - v_j^2) + Fe \right] \frac{v_j \mu_k}{B_{jm}} \sin v_j \mu_k$$

$$T_{nj} = \left[1 + (1 - v_j^2) K_1 \right] \cos v_j \mu_k - \frac{v_j \mu_k}{B_{jm}} \sin v_j \mu_k$$

μ_k -respectiv rădăcina ecuației caracteristice $T_{k2} P_{k1} = T_{k1} P_{k2}$

5. Modelul matematic de uscare a produselor alimentare cu utilizarea sursei interne de căldură în condițiile tubului de tip cilindru limitat

Soluționarea problemei duce la determinarea distribuției temperaturii și a conținutului de umiditate în procesul de uscare a produselor alimentare tubul cilindric limitat cu razele R_1 și R_2 , de lungimea $2l$, cu utilizarea încălzirii convective și UHF.

Transferul căldurii în interiorul condensatorului coaxial se execută ca și în sarcina anterioară. Reieșind din aceasta, formularea matematică a problemei se va relata în felul următor [1,2,15]:

$$\frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a_q \left(\frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \frac{\varepsilon r' c'_T}{c_q} \cdot \frac{\partial \Theta(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{Q}{c_q \rho} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial \tau} = a_q \left(\frac{\partial^2 \Theta(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Theta(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Theta(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right) + \\ + a_m \delta \left(\frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial r} + \frac{\partial^2 T(r, z, \tau)}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Condițiile de limită:

$$\lambda_q \frac{\partial T(R_1, z, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T(R_1, z, \tau)] - (1 - \varepsilon) r' \beta (\Theta(R_1, z, \tau) - \Theta_p) = 0 \quad (5.3)$$

$$-\lambda_q \frac{\partial T(R_2, z, \tau)}{\partial r} + \alpha [T_c - T(R_2, z, \tau)] - (1 - \varepsilon) r' \beta (\Theta(R_2, z, \tau) - \Theta_p) = 0 \quad (5.4)$$

$$\lambda_q \frac{\partial T(R_1, l, \tau)}{\partial z} + \alpha [T_c - T(R_1, l, \tau)] - (1 - \varepsilon) r' \beta (\Theta(R_1, l, \tau) - \Theta_p) = 0 \quad (5.5)$$

$$\lambda_m \left[\frac{\partial \Theta(R_1, z, \tau)}{\partial r} + \delta \cdot \frac{\partial T(R_1, z, \tau)}{\partial r} \right] + \beta [\Theta(R_1, z, \tau) - \Theta_p] = 0 \quad (5.6)$$

$$\lambda_m \left[\frac{\partial \Theta(R_2, z, \tau)}{\partial r} + \delta \cdot \frac{\partial T(R_2, z, \tau)}{\partial r} \right] + \beta [\Theta(R_2, z, \tau) - \Theta_p] = 0 \quad (5.7)$$

$$\lambda_m \left[\frac{\partial \Theta(r, l, \tau)}{\partial z} + \delta \cdot \frac{\partial T(r, z, \tau)}{\partial z} \right] + \beta [\Theta(r, l, \tau) - \Theta_p] = 0 \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial T(r, 0, \tau)}{\partial z} = \frac{\partial \Theta(r, 0, \tau)}{\partial z} = 0$$

Ecuțiile (5.3), (5.4), (5.5), (5.6), (5.7) și (5.8) exprimă bilanțul de căldură adus la suprafața corpului și bilanțul de masă al substanțelor.

Condițiile inițiale au forma:

$$\left. \begin{aligned} T(r, z, 0) &= T_0 \\ \Theta(r, z, 0) &= \Theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

Notarea în expresiile prezentate mai sus sunt aceleași ca și cele utilizate pentru calculele anterioare.

Soluționarea acestei probleme poate fi prezentată ca produs al soluționării pentru tubul cilindric nelimitat și plastina nelimitată, intersecția căreia cu tubul cilindric nelimitat se formează un cilindru marginal:

$$\begin{aligned} T(r, z, \tau) &= T(r, \tau)T(r, z) \\ \Theta(r, z, \tau) &= \Theta(r, \tau)\Theta(r, z) \end{aligned} \quad (5.10)$$

$T(r, \tau)$; $\Theta(r, \tau)$ – soluția pentru tubul cilindric nelimitat

$T(z, \tau)$; $\Theta(z, \tau)$ – soluția pentru placa nelimitată [43]

Mai expunem încă o dată soluția comună pentru tubul cilindric nelimitat și plastina nelimitată:

$$\begin{aligned} t(r, \tau) &= t_0 - (t_c - t_0) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(D_{n1} I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} \right) \mu_n^2 + D_{n2} I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} \right) \mu_n^2 \right) \exp(-\mu_n^2 F_0) + \right. \\ &+ \left. \sum_{j=1}^{\infty} \left(D_{n3} I_0 \left(\frac{\mu_j}{R_2} \right) \mu_j^2 + D_{n2} Y_0 \left(\frac{\mu_j}{R_1} \right) \mu_j^2 \right) \exp \left(-\mu_j \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0 \right) \right] \\ U(r, \tau) &= U_0 - (U_0 - U_p) \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{D_{n1} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2}{c_T} + \frac{D_{n2} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_1^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_1} r \right) \mu_n^2}{c_T} \right) \exp(-\mu_n^2 F_0) + \right. \\ &+ \left. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{D_{n3} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_2^2} \right) I_0 \left(\frac{\mu_n}{R_2} r \right) \mu_n^2}{c_T} + \frac{D_{n4} \left(1 - \frac{\mu_n^2}{R_2^2} \right) Y_0 \left(\frac{\mu_n}{R_2} r \right) \mu_n^2}{c_T} \right) \exp \left(-\mu_n^2 \frac{R_1^2}{R_2^2} F_0 \right) \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

Soluția pentru placa nelimitată, care este determinată în [62]

$$\begin{aligned} t(z, \tau) &= t_c - (t_c - t_0) \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_{k2} \cos \nu_1 \mu_k \frac{z}{1} - C_{k1} \cos \nu_1 \mu_k \frac{z}{1} \right) \exp(-\mu_k^2 F_0') \\ U(z, \tau) &= U_p - (U_0 - U_p) \sum_{k=1}^{\infty} \left(C_{k2}^* (1 - \nu_1^2) \cos \nu_1 \mu_k \frac{z}{1} - C_k^* (1 - \nu_2^2) \cos \nu_2 \mu_k \frac{z}{1} \right) \exp(-\mu_k^2 F_0') \end{aligned} \quad (5.12)$$

Potențialul de transfer nemărginit are forma:

- pentru tubul cilindric nelimitat

$$T \left(\frac{r}{R_2}, \tau \right) = \frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} \quad (5.13)$$

$$\Theta \left(\frac{r}{R_2}, \tau \right) = \frac{U_0 - U(r, \tau)}{U_0 - U_p}$$

- pentru plastina nelimitată

$$T \left(\frac{r}{l}, \tau \right) = \frac{t(z, \tau) - t_0}{t_c - t_0} \quad (5.14)$$

$$\Theta \left(\frac{r}{l}, \tau \right) = \frac{U_0 - U(z, \tau)}{U_0 - U_p}$$

Tubul cilindric limitat se capătă în rezultatul intersecției a două corpuri simple - tubul cilindric nelimitat și plastina nelimitată. Deaceea, soluția tubului cilindric final primit după metoda cunoscută de înmulțire a două soluții nemărginite (5.13) și (5.14):

$$T\left(\frac{r}{R_2}, \frac{z}{l}, \tau\right) = \frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} \cdot \frac{t(z, \tau) - t_0}{t_c - t_0} \quad (5.15)$$

$$\Theta\left(\frac{r}{R_2}, \frac{r}{l}, \tau\right) = \frac{U_0 - U(r, \tau)}{U_0 - U_p} \cdot \frac{U_0 - U(z, \tau)}{U_0 - U_p} \quad (5.16)$$

Expresiile primite (5.15) și (5.16) sunt soluția sistemului de ecuații diferențiale a transferului interior de masă și căldură în condițiile alimentării cu energie combinată – convecție și sursa interioară de căldură în cazul tubului cilindric limitat.

5.1 Controlul modelului matematic la adecvare

Ecuațiile pentru temperatură (5.13) și umiditate (5.14) este necesar de a fi controlate la compatibilitatea curbelor de temperatură și a curbelor de uscare.

Controlul la adecvarea modelului s-a efectuat cu ajutorul criteriului lui Fisher. Înainte de a începe cecetarea ecuațiilor noastre, vom găsi temperatura și umiditatea medie a produselor alimentare pe tot volumul, care se determină după formula [62]:

$$\bar{T}(\tau) = \frac{2}{1 - x_1} \int_{x_1}^1 \int_0^1 xT(x, y, \tau) dx dy \quad (5.17)$$

$$\bar{\Theta}(\tau) = \frac{2}{1 - x_1} \int_{x_1}^1 \int_0^1 xU(x, y, \tau) dx dy \quad (5.18)$$

unde:

$$x_1 = R_1/R_2$$

$$y = z/l$$

$$x = r/R_2$$

Folosind expresiile (5.17) și (5.18) la ecuațiile (5.13) și (5.14) după transformările simple ele se pot aduce la forma generală:

$$T = C_1 + A_1 e^{B_1 \tau} \quad (5.19)$$

$$U = C_2 + A_2 e^{B_2 \tau} \quad (5.20)$$

Pentru determinarea constantelor din expresiile (5.19) și (5.20), le aducem la forma liniară pe calea logaritării:

$$\ln(T - C_1) = \ln A_1 + B_1 \tau \quad (5.21)$$

$$\ln(U - C_2) = \ln A_2 + B_2 \tau \quad (5.22)$$

Cercetăm ecuațiile (5.21) și (5.22) pe exemplul uscării semințelor de dovleac. O oarecare dificultate la găsirea coeficienților din ecuație o prezintă coeficientul C_1 . Valoarea lui o vom găsi după o altă metodă. Valorile experimentale ce intră în componența ecuației (5.23)

$$C_1 = \frac{T_1 T_2 - T_3^2}{T_1 + T_2 - 2T_3} \quad (5.23)$$

și a temperaturilor T_1 , T_2 și T_3 , luate în momentul de timp τ_1 , τ_2 și τ_3 , unde:

$$\tau_3 = 1/2(\tau_2 + \tau_3)$$

Deci pentru valorile $T_1=100^\circ\text{C}$, $T_2=130^\circ\text{C}$, $T_3=113^\circ\text{C}$, valoarea $C_1=90$.

Luînd în considerație liniaritatea ecuației (5.21) primim coeficientul și transformîndu-l ne semnificativ, obținem ecuația pentru temperatură în următoarea formă:

$$T(\tau) = 50 + 8e^{0,28\tau} \quad (5.24)$$

Pentru a verifica ecuația căpătată a datelor experimentale la compatibilitate, în tabelul 1 sunt prezentate valorile experimentale ale temperaturilor, care corespund unui anumit moment de timp al procesului și valorii temperaturii, pentru aceleași momente de timp, căpătate în urma calculării după modelul propus. Tabelul 1

N	1	2	3	4	5	6	7	8
τ , min	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
$T^\circ\text{C}$	88	89	91	93	94	96	100	103
$\hat{T}, ^\circ\text{C}$	66,6	67,2	68,5	70,1	72	74,1	76,5	79,3

Continuare tabelul 1

	9	10	11	12	13	14	15	16	17
τ , min	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
$T^\circ\text{C}$	105	108	110	113	115	118	125	129	130
$\hat{T}, ^\circ\text{C}$	82,5	86,5	90,4	95,3	100	107	115	123	126

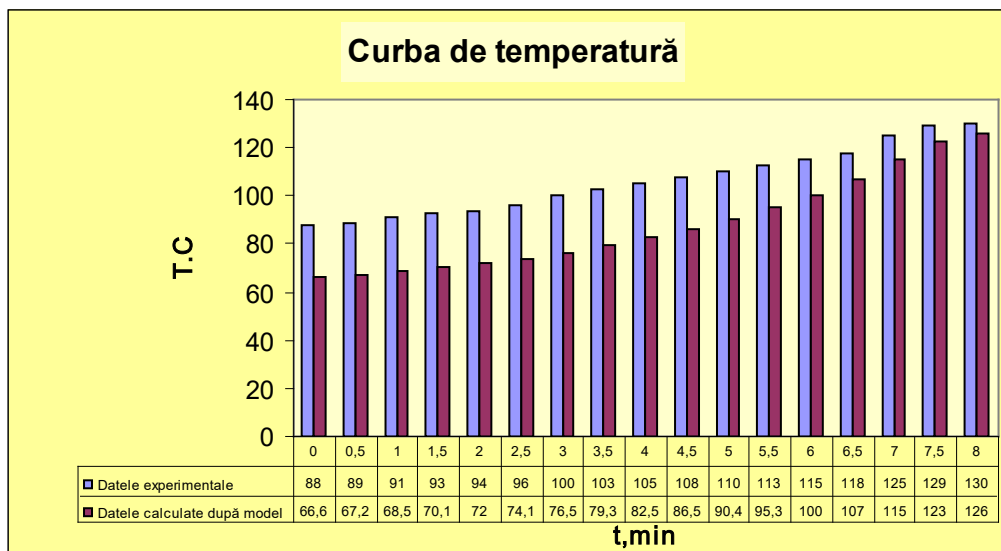


Fig.1

Reieșind din datele tabelului 1 s-a calculat criteriul lui Fisher, valoarea căruia este 2,45; după valoarea tabelară pentru cazul dat pe lângă alegerea nivelului valorii $q=5\%$ este egal cu $F_T=2,39$.

După cum se observă, reieșind din valoarea criteriului lui Fisher ecuația căpătată este adecvată punctelor experimentale.

Analogic au fost calculați și coeficienții din ecuația (5.20).

Pentru calcularea constantei C_2 , am selectat umiditatea $U_1=20\%$, $U_2=5\%$, $U_3=16\%$.

Coeficienții primiți permit să transcriem ecuația pentru umiditate în felul următor:

$$\hat{U} = -22 + 45e^{-0,06\tau} \quad (5.25)$$

Analogic cazurilor precedente pentru controlul compatibilității valorilor experimentale schimbarea umidității în timp și valoarea umidității, sunt calculate după modelul matematic, prezentat în tabelul 2.

Tabelul.2

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
τ , min	0	1	2	3	4	5	6	7	8
U,%	20	19	18	16	12	9	7	6	5
\hat{U} ,%	22	20,3	17,9	15,5	13,3	11,3	9,3	7,5	5,8

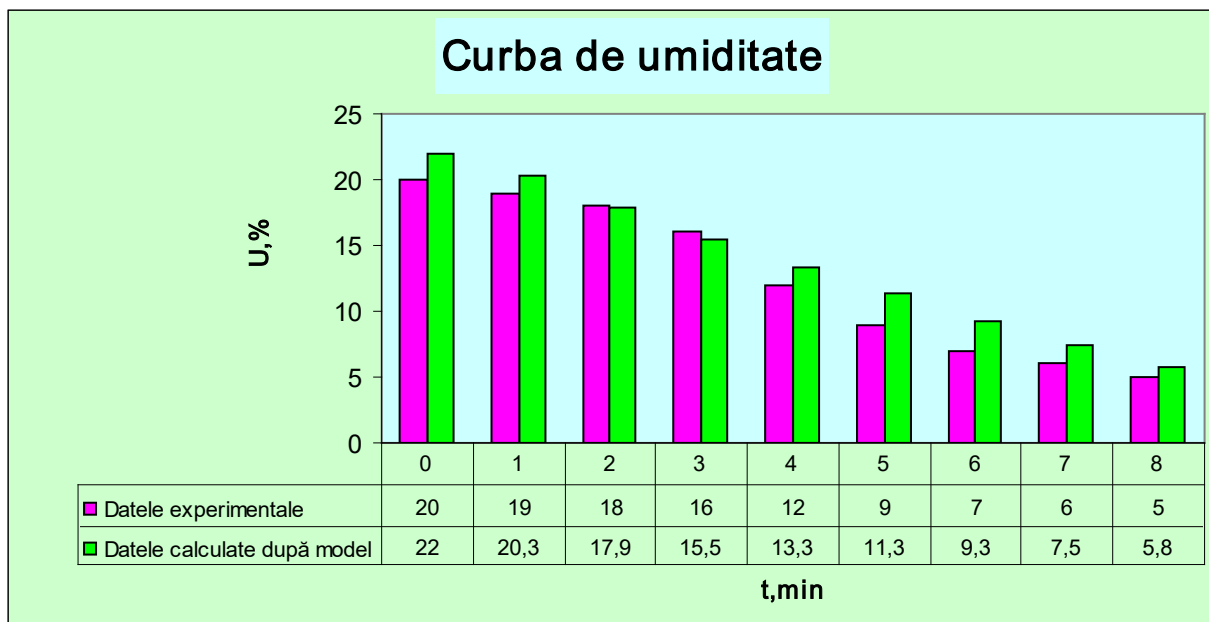


Fig.2

Controlul la adecvare a arătat că ecuația dată este compatibilă cu datele inițiale, $F=4,1$; $F_T=3,51$.

$$F > F_T$$

În așa mod, se poate de constatat că modelul matematic obținut pentru temperatură (5.24) și umiditate (5.25) va descrie procesul nostru de uscare, adică conform lui poate fi determinat cu exactitate temperatura și umiditatea fructelor de măceș în momentul de timp necesar.

5. 2 Descrierea instalației experimentale

Pentru o prezentare mai amplă a proceselor de transfer de căldură și masă însoțite la uscarea semințelor de dovleac este necesar ca să dispunem în prealabil de curbele de uscare $\bar{U} = \varphi(\tau)$ și de curbele vitezei de uscare $\frac{d\bar{U}}{d\tau} = \varphi(U)$.

În scopul obținerii acestor funcții a fost proiectată și construită o instalație de laborator [1,7,13].

Această instalație permite studierea cineticii procesului de uscare a semințelor de dovleac cu aplicarea convectivă a energiei, la utilizarea curenților de frecvență înaltă (UHF) și prin metoda combinată - convecția cu UHF.

Elementele de bază a instalației experimentale de laborator (fig.1) sunt:

- camera de uscare;
- suport perforat de fluoroplast;
- magnetron cu puterea nominală 1,5 kW, frecvența câmpurilor electromagnetice 2450 MHz;
- un sistem de circulare a agentului termic;

- instalația pentru măsurarea și reglarea automată a temperaturii agentului termic;
- sistemul de măsurare a consumului de energie;
- sistemul de măsurare și înregistrare a scăderii de masă a produsului.

Proba de semințe de dovleac se încarcă în camera de uscare 6, pe suportul 4 confecționat din fluoroplast perforat. Agentul termic alimentează camera de uscare prin intermediul conductei de aer 10, formînd un ciclu deschis. Pentru înregistrarea scăderii de masă suportul este suspendat de balanța mecanică 8.

În cazul aplicării energiei prin metoda convectivă, agentul termic încălzit în caloriferul electric 2 este refulat de către ventilatorul 1 prin conducta de aer 10 în camera de uscare 6. Astfel, suportul se află permanent într-un curent de aer cald.

La uscarea probei în câmpuri electromagnetice de frecvență supra înaltă se conectează magnetronul 7; evacuarea vaporilor formați la încălzire se efectuează prin conducta 5.

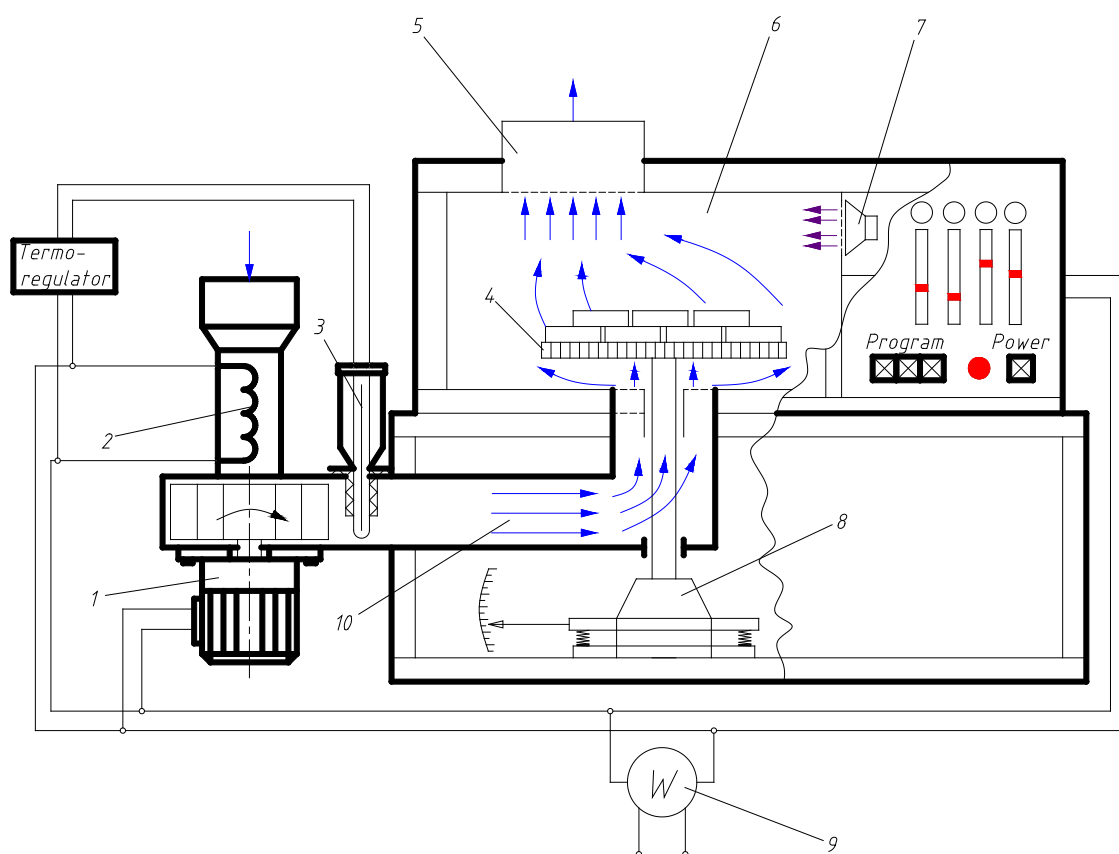


Fig. 3 Instalația de laborator pentru studierea cineticii procesului de uscare a semințelor de dovleac: 1- ventilator; 2- calorifer; 3- termometrul de contact; 4- suport perforat; 5- conducta pentru evacuarea vaporilor; 6- camera de uscare; 7- magnetron; 8-balanța mecanică; 9- contor de energie electrică; 10- conducta de aer.

La uscarea combinată - convectivă în câmp electromagnetic de frecvență supra înaltă alimentarea cu agent termic se petrece concomitent cu alimentarea cu energie UHF.

6. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produsele alimentare de formă geometrică sferă în cazul utilizării tratamentului termic prin convecție și câmp electromagnetic

6.1 Descrierea matematică a metodei de uscare a măceșului cu utilizarea încălzirii convective și UHF

O mare importanță o are teoria transferului de căldură și masă pentru materia primă utilizată în domeniul medicinal. Din această categorie face parte și măceșul, care conține o cantitate sporită de ulei, acid ascorbic, β -caroten și alte substanțe de valoare.

Structura complexă a măceșului și forma geometrică ne-standard fac dificilă descrierea matematică a procedurii combinat pentru astfel de obiect. În lucrare, cu unele admiteri, s-a încercat să elaborăm un model matematic a procesului de uscare pentru sistemele eterogene complexe, cum este măceșul .

6.2 Descrierea modelului matematic al procedurii

Dacă ne imaginăm măceșul ca o figură geometrică în formă de sferă, reieșind din datele bibliografice se observă că transferul de masă și căldură pentru procedeul de uscare combinată. Noi am încercat să creăm un model matematic anume pentru aplicarea combinată a energiei la uscarea măceșului între pereții cilindrilor coaxiali. Transferul de căldură în produsul dintre pereții cilindrilor se efectuează datorită forței motoare termice, transferului substanței și, de asemenea, sursei acțiunii interne de căldură. Transferul substanței se datorează forțelor motore termice și de masă. Reieșind din acestea, cilindrii coaxiali nemărginiți vor avea următoarele ecuații [13]:

$$\frac{\partial(rt(r, \tau))}{\partial \tau} = a_q \frac{\partial^2(rt(r, \tau))}{\partial r^2} + \frac{\varepsilon r' c_r'}{c_q} \cdot \frac{\partial[r\theta(r, \tau)]}{\partial \tau} + \frac{Qr}{c_q \rho} \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial r(\theta(r, \tau))}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2(r\theta(r, \tau))}{\partial r^2} + a_m \delta \cdot \frac{\partial^2[rt(r, \tau)]}{\partial r^2} \quad (6.2)$$

unde:

a_q, a_m –sunt, respectiv, coeficienții de difuzitate a temperaturii și de potențial, m^2/s ;

ε - criteriul transformării de fază;

r' - căldura latentă de vaporizare, kJ/kg ;

c'_T, c_q - capacitatea specifică masică, în $kg/(K \cdot M)$ și termică specifică, $kJ/(kg \cdot K)$;

Q - sursa internă de căldură, Wt/m^3 ;

ρ - densitatea părții uscate a corpului umed, kg/m^3 ;

δ - coeficientul Sore pentru corpul umed, $1/grad$;

θ - potențialul transferului de umiditate, $^{\circ}M$.

La încălzirea corpurilor capilaro-poroase, când schimbul de căldură a suprafeței corpului cu mediul înconjurător se efectuează după legea convectivă, condițiile de frontieră ale transferului de căldură și de masă vor fi:

$$-\lambda \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} + \alpha [t_c - t(R, \tau)] - (1 - \varepsilon) r' \beta (\theta_2(R, \tau) - \theta_p) = 0 \quad (6.3)$$

$$\lambda_m \left[\frac{\partial \theta(R, \tau)}{\partial r} + \delta \frac{\partial t(R, \tau)}{\partial r} \right] + \beta (\theta(R, \tau) - \theta_p) = 0 \quad (6.4)$$

unde:

λ_q, λ_m - sunt respectiv conductivitatea termică, în $W/(m \cdot K)$ și conductivitatea masică, $kg/(m \cdot M)$;

α, β – corespunzător, coeficienții transferului de căldură, $W/(m^2 \cdot K)$ și de masă, $kg/(m^2 \cdot s \cdot M)$.

Ele reprezintă ecuațiile bilanțului termic și a bilanțului masic aplicat suprafețelor corpului.

Condițiile inițiale sunt determinate folosind legea distribuirii temperaturii și potențialului transferului de masă în momentul inițial.

$$T(r, 0) = t_0$$

$$\frac{\partial t(0, \tau)}{\partial r} = \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial r} = 0 \quad (6.5)$$

$$(r, 0) = \Theta$$

Ultima condiție este condiția simetriei.

Pentru soluționarea acestei probleme ne folosim de transformarea lui Laplace, pentru aceasta introducem următoarele notații distinctive [15].:

$$L[rt(r, \tau)] = \int_0^{\infty} rt(r, \tau) e^{-st} d\tau = \mathcal{G}_L(r, s) = rt_L(r, s) \quad (6.6)$$

$$L[r\theta(r, \tau)] = \int_0^{\infty} r\theta(r, \tau) e^{-st} d\tau = u_L(r, s) = r\theta(r, s) \quad (6.7)$$

Ecuția (1) și (2) cu condiția că (6) și (7) se scriu în felul următor:

$$\mathcal{G}_L''(r, s) - \frac{s}{a_q} \mathcal{G}_L(r, s) + \frac{\varepsilon r' c'}{c_q a_q} s U_L(r, s) + \frac{Q}{c_q \rho a_q} + \frac{rt_0}{a_q} - \frac{\varepsilon r' c'_T}{c_q a_q} r\theta = 0 \quad (6.8)$$

$$U_L''(r, s) - \frac{s}{a_m} U_L(r, s) + \delta \mathcal{G}_L''(r, s) + \frac{r\theta_0}{a_m} = 0 \quad (6.9)$$

Din ecuația (8) determinăm $U_L(r, s)$ și derivata a doua $U_L''(r, s)$:

$$U_L(r, s) = \left(-\mathcal{G}_L''(r, s) + \frac{s}{a_q} \mathcal{G}_L(r, s) - \frac{Q}{sc_q \rho a_q} - \frac{rt_0}{a_q} + \frac{\varepsilon r c'_T}{c_q a_q} r\theta \right) \frac{c_q a_q}{\varepsilon r' c'_T s} \quad (6.10)$$

$$U_L''(r, s) = \left(-\mathcal{G}_L''''(r, s) + \frac{s}{a_q} \mathcal{G}_L''(r, s) \right) \frac{c_q a_q}{\varepsilon r' c'_T s} \quad (6.11)$$

Înlocuim (6.10) și (6.11) în (6.9):

$$\mathcal{G}_L''''(r, s) - \mathcal{G}_L''(r, s) \left(\frac{s}{a_q} + \frac{s}{a_m} + \frac{\delta \varepsilon r' s c'_T}{c_q a_q} \right) + \frac{s^2}{a_q a_m} \mathcal{G}_L(r, s) - \frac{rt_0 s}{a_m a_q} - \frac{Qr}{\rho s a_m a_q c_q} = 0 \quad (6.12)$$

Integrala comună a ecuației (6.12) se va scrie în felul următor [66]:

$$\mathcal{G}_L(r, s) = \frac{rt_0}{s} + \frac{Qr}{sc_q \rho} + C_1 e^{\sqrt[4]{\frac{a}{a_q}} r} + C_2 e^{\sqrt[2]{\frac{a}{a_q}} r} + C_3 e^{-\sqrt[4]{\frac{a}{a_q}} r} + C_4 e^{-\sqrt[2]{\frac{a}{a_q}} r} \quad (6.13)$$

unde: C_1, C_2, C_3, C_4 -constante arbitrare

V_j - se descrie cu ajutorul ecuației [66]:

$$v_j = \frac{1}{2} \left[\left(1 + Fe + \frac{1}{Lu} \right) + (-1)^j \sqrt{\left(1 + Fe + \frac{1}{Lu} \right)^2 - \frac{4}{Lu}} \right] \quad (6.14)$$

$j=1,2$, Fe, Lu –respectiv criteriul lui Fedorov și criteriul de inerție.

Soluția pentru $U_L(r,s)$ o găsim prin înlocuirea $v''_L(r,s)$ și $v'_L(r,s)$ în ecuația (6.8).

Ecuația pentru $U_L(r,s)$ va avea forma:

$$U_L(r,s) = C_1 \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} (1-v_1^2) e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 r} + C_2 \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} (1-v_2^2) e^{\sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 r} + C_3 \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} (1-v_1^2) e^{\sqrt{\frac{a}{a_q}} v_1 r} +$$

$$+ C_4 \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} (1-v_2^2) e^{\sqrt{\frac{a}{a_q}} v_2 r} - \frac{Qr}{\varepsilon' c_T S^3} + \frac{r\theta_0}{s} \quad (6.15)$$

Constantele C_K se determină de condițiile de frontieră și condițiile de simetrie.

Folosind transformările lui Laplace:

$$t'_L(0,s) \text{ și } \Theta'_L(0,s) = 0$$

Condițiile simetriei pentru temperatura modificată se poate de scris sub forma:

$$v_L(0,s) = 0 \quad (6.16)$$

Analogic se scriu condițiile pentru potențialul modificat de substanță:

$$U_L(0,s) = 0 \quad (6.17)$$

Din (16), (17) reiese că $C_3 = -C_1$, $C_4 = -C_2$. Aceasta înseamnă că ecuațiile (14) și (15) pot fi simplificate:

$$t_L(r,s) - \frac{t_0}{S} - \frac{Q}{S^3 C_q \rho} = B_1 \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{S}{a_q}} \cdot v_1 r}{r} + B_2 \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{S}{a_q}} \cdot v_2 r}{r} \quad (6.18)$$

$$\theta_L(r,s) - \frac{\theta_0}{s} + \frac{Q}{s^3 c_T \varepsilon r'} = B_1 \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} (1 - \nu_1^2) \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_1 r}{r} + B_2 \frac{c_q}{\varepsilon r' c_T} (1 - \nu_2^2) \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_2 r}{r} \quad (6.19)$$

În acest caz $B_1 = 2C_1$ și $B_2 = 2C_2$ – constante noi față de coordonate. B_1 și B_2 le determinăm din condițiile de frontieră (6.3) și (6.4) care după transformările lui Laplace se scriu în felul următor:

$$\lambda_q t'_L(R,s) + \alpha \left[\frac{t_c}{s} - t_L(R,s) \right] - (1 - \varepsilon) r' \beta \left(\theta_L(R,s) - \frac{\theta_p}{s} \right) = 0 \quad (6.20)$$

$$\lambda_m \theta'_L(R,s) + \lambda_m \delta t'_L(R,s) + \beta \left(\theta_L(R,s) - \frac{Q_p}{s} \right) = 0 \quad (6.21)$$

Din ecuațiile (6.18) și (6.19) găsim $t_L(R,s)$, $t'_L(R,s)$, $\Theta(R,s)$ și $\Theta'_L(R,s)$, pe care le înlocuim, respectiv, în ecuațiile (6.20) și (6.21). După simplificarea sistemului, ecuațiile primesc forma:

$$B_1 \tilde{Q}_1 + B_2 \tilde{Q}_2 \frac{t_c - t_0}{s} + (1 - \varepsilon) \frac{r' \beta}{\alpha} \cdot \frac{(\theta_0 - \theta_p) r}{s} + \left(\frac{\lambda_q Q}{2s^3 c_q \gamma R^2} + \frac{Q}{s^3 c_q \gamma R} + \frac{(1 - \varepsilon) r' \beta Q}{\alpha \varepsilon r' c_T s^3 R} \right) = 0 \quad (6.22)$$

$$\tilde{Q}_j = \frac{1}{Bi_q} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_j \text{ch} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_j R + \frac{1}{Bi_q} \cdot \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_j R}{R} - \left(1 + (1 - \nu_j^2) K_1 \right) \frac{\text{sh} \sqrt{\frac{s}{a_q}} \nu_j R}{R} \quad (6.23)$$

unde :

$$Bi_q\text{-criteriul Bio de transfer de căldură, } Bi_q = \frac{\alpha}{\lambda_q} R$$

$$K_1\text{-criteriul complex, } K_1 = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{c_q}{c_T} \cdot \frac{\beta}{\alpha}$$

$$B_1 \tilde{P}_1 + B_2 \tilde{P}_2 + \frac{Fe}{r'} \cdot \frac{\theta_0 - \theta_p}{s} + \left(\frac{\lambda_m Q}{s^3 c_q \beta R^2} - \frac{\lambda_m Q \varepsilon r' c_T}{s^3 c_q^2 \rho \beta R^2} - \frac{Q}{c_q s^3 R} \right) = 0 \quad (6.24)$$

$$\tilde{P}_j = \left(-\frac{1}{Bi_m} \sqrt{\frac{s}{a_q}} (1-v_j^2) - \frac{Fe}{Bi_m} \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_j \right) \frac{\sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_j R}{R} + \left(\frac{1}{Bi_m} \cdot \frac{1-v_j^2}{R} + \frac{Fe}{Bi_m R} - (1-v_j^2) \right) \frac{\sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_j \lambda R}{R}$$

(6.25)

unde:

$$\text{Fe-criteriul Fedorov, } Fe = \frac{\varepsilon r' \beta c_T}{c_q}$$

$$Bi_m\text{- criteriul Bio de transfer de masă, } Bi_m = \frac{\beta}{\lambda_m} R$$

Din ecuațiile (6.22) și (6.24) găsim B_1 și B_2 , efectuăm schimbarea $C = \frac{c_q}{c_T}$

În așa mod, soluția pentru imaginile modificate de transfer de potențial va fi următoarea:

$$\begin{aligned} v_L(R, s) - \frac{rt_0}{s} = (t_c - t_0) & \left(\frac{\tilde{P}_1 + \varepsilon K_0 (\tilde{Q}_1 - K_1 \tilde{P}_1)}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} \sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_2 r + \frac{T_2}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2) \sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_2 r - \right. \\ & \left. - \frac{\tilde{P}_2 + \varepsilon K_0 (\tilde{Q}_2 - K_1 \tilde{P}_2)}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} \sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_1 r + \frac{T_1}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2) \sqrt[sh]{\frac{s}{a_q}} v_1 r + \frac{Q}{s^3 c_q \rho (t_c - t_0)} s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2) \right) \\ = (t_c - t_0) & \frac{\Phi_1(s)}{\Psi_1(s)} \end{aligned}$$

(6.26)

$$\begin{aligned} \frac{r\theta_0}{s} - U_L(r,s) = (\theta_0 - \theta_p) & \left(\frac{\tilde{Q}_2 + \frac{\tilde{P}_2}{\varepsilon K_0} - K_1 \tilde{P}_2}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} (1 - v_j^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 r - \frac{T_2}{\theta_0 - \theta_p} \frac{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} (1 - v_j^2) \right. \\ & \cdot \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_1 r - \frac{\tilde{Q}_1 + \frac{\tilde{P}_1}{\varepsilon K_0} - K_1 \tilde{P}_1}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} (1 - v_j^2) \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 r - \frac{T_2}{\theta_0 - \theta_p} \frac{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} \times (1 - v_2^2) \frac{c_q}{\varepsilon' c_T} \sqrt{\frac{s}{a_q}} v_2 r + \\ & \left. \frac{Q}{s^3 r' c_T (\theta_0 - \theta_p)} \frac{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)}{s(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)} \right) = (\theta_0 - \theta_p) \frac{\Phi_2(s)}{\Psi_1(s)} \end{aligned} \quad (6.27)$$

unde:

$$Ko - \text{criteriul Kosovici, } Ko = \frac{r(\theta_0 - \theta_p)}{c_q(t_c - t_0)}$$

$$\begin{aligned} T_1 = & \left(\frac{\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - 1}{\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2} \right) \left(\frac{\lambda_q Q}{\tilde{Q}_1 \alpha s^3 c_q \rho R^2} + \frac{Q}{\tilde{Q}_1 \alpha s^3 c_q \rho R^2} + \frac{K_1 Q}{\tilde{Q}_1 \alpha s^3 c_q \rho R^2} \right) + \\ & + \frac{\tilde{Q}_2}{\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2} \left(\frac{\lambda_m Q}{\beta s^3 c_q R^2} + \frac{\lambda_m Q \varepsilon' c_T}{s^3 c_q \rho R^2 \beta} + \frac{Q}{s^3 c_q R^2} \right) \end{aligned} \quad (6.28)$$

$$T_2 = \frac{Q}{\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2} \left(-\frac{\lambda_q Q \tilde{P}_1}{\tilde{Q}_1 \alpha s^3 c_q \rho R^2} - \frac{Q \tilde{P}_1}{\tilde{Q}_1 s^3 c_q \rho R} - \frac{K_1 Q \tilde{P}_1}{\tilde{Q}_1 s^3 c_q R} - \frac{\lambda_m Q \varepsilon' c_T}{s^3 c_q \rho R^2 \beta} - \frac{Q}{s^3 c_q R} \right) \quad (6.29)$$

Folosim transformările inverse ale lui Laplace pentru a primi imaginea originală:

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_1(s)}{\Psi_1(s)} \right] = \frac{\Phi_{01}(0)}{\Psi'_0(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_1(s_n)}{\Psi'_1(s_n)} \exp(s_n \tau) \quad (6.30)$$

$$L^{-1} \left[\frac{\Phi_2(s)}{\Psi_1(s)} \right] = \frac{\Phi_{02}(0)}{\Psi'_0(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Phi_2(s_n)}{\Psi'_1(s_n)} \exp(s_n \tau) \quad (6.31)$$

Soluția sistemului (30) și (31) conform metodei expuse în bibliografie [63,66], ne oferă soluția definitivă a rezolvării noastre.

În așa mod, rezolvarea ecuațiilor diferențiale transferului intern de masă și căldură are forma:

$$T = \frac{t(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n1} \frac{\sin v_2 \mu_n \frac{R}{r}}{\frac{r}{R}} - C_{n2} \frac{\sin v_1 \mu_n \frac{R}{r}}{\frac{r}{R}} - \frac{C_{n3}}{r} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (6.32)$$

Trecem de la potențialul transfer de umiditate la conținutul de umiditate

$$U = \frac{U_0 - U(r, \tau)}{U_0 - U_p} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n2}^* (1 - v_1^2) \frac{\sin v_1 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - C_{n1}^* (1 - v_2^2) \frac{\sin v_2 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - \frac{C_{n3}^*}{r} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (6.33)$$

unde:

$$Fo - \text{criteriul Furie, } Fo = \frac{a_q \tau}{R^2}$$

$$C_{n1} = \frac{2}{\mu_n \psi_n} - \tilde{P}_1 - \varepsilon Ko (\tilde{Q}_1 - K_1 \tilde{P}_1) - \frac{Po \tilde{P}_1 R^4}{Bi_q^2 \alpha a_q \mu_n^6 c_q \rho} - \frac{Po \tilde{P}_1 R^4}{Bi_q^2 a_q \mu_n^6 c_q \rho} + \frac{Po K_1 R^4}{Bi_q a^2 a_q \mu_n^6 c_q} + \frac{\lambda_m Po Fe \tilde{Q}_1 R^3}{Bi_q a^2 a_q \mu_n^6 c_q \delta \rho} - \frac{Po \tilde{Q}_1 R^2}{Bi_q a_q \mu_n^4 c_q} \quad (6.34)$$

$$C_{n2} = \frac{2}{\mu_n \psi_n} - \tilde{P}_2 - \varepsilon Ko (\tilde{Q}_2 - K_1 \tilde{P}_1) - \frac{\tilde{Q}_2 Po \tilde{P}_1 R^4}{Bi_q^2 \tilde{Q}_1 \alpha a_q \mu_n^6 c_q \rho} - \frac{Po \tilde{P}_2 R^4}{Bi_q^2 a_q \mu_n^6 c_q \rho} - \frac{Po \tilde{P}_1 R^4}{Bi_q a^2 a_q \mu_n^6 c_q \rho} - \frac{Po K_1 \tilde{P}_2 R^4}{a^2 a_q \mu_n^6 c_q} - \frac{\lambda_m Po \tilde{Q}_2 R^3}{Bi_q a_q \mu_n^6 c_q \beta} - \frac{\lambda_m Po Fe \tilde{Q}_2 R^3}{Bi_q a_q \mu_n^6 c_q \rho} + \frac{Po \tilde{Q}_2 R^2}{Bi_q a_q \mu_n^4 c_q} \quad (6.35)$$

$$C_{n3} = \frac{Po R^5 (\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)}{Bi_q a_q^2 \rho c_q \mu_n^6} \quad (6.36)$$

unde:

$$Po - \text{criteriul Pomeranțev, } Po = \frac{QR^2}{\lambda_q (t_c - t_0)}$$

$$C^*_{n1} = \frac{2}{\mu_n \psi_n} - \tilde{Q}_1 - \frac{\tilde{P}_1}{\varepsilon Ko} + K_1 \tilde{P}_1 - \frac{KoPo\tilde{P}_1 R^4}{Bi^2_q \alpha \alpha_q \mu_n^6 c'_{\tau r'}} - \frac{KoPo\tilde{P}_1 R^4}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 c'_{\tau \rho r'}} - \frac{KoPo\tilde{P}_1 R^4}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 c'_{\tau r'}} - \frac{\lambda_m KoPoFe\tilde{Q}_1 R^3}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 r' c'_{\tau} \delta \beta \rho} + \frac{KoPo\tilde{Q}_1 R^2}{Bi_q a_q \mu_n^4 r' c'_{\tau}} \quad (6.37)$$

$$C^*_{n2} = \frac{2}{\mu_n \psi_n} - \tilde{Q}_2 - \frac{\tilde{P}_2}{\varepsilon Ko} + K_1 \tilde{P}_2 - \frac{KoPo\tilde{P}_2 R^4}{Bi^2_q a_q \mu_n^6 c'_{\tau r'} \rho} - \frac{KoPo\tilde{P}_2 R^4}{Bi^2_q a_q \mu_n^6 c'_{\tau \rho r'}} - \frac{KoK_1 Po\tilde{P}_2 R^2}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 c'_{\tau r'}} - \frac{KoPo\tilde{Q}_1 R^3}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 r' c'_{\tau} \beta} - \frac{\lambda_m KoPoFe\tilde{Q}_2 R^3}{Bi_q a^2_q \mu_n^6 r' c'_{\tau} \delta \beta \rho} + \frac{KoPo\tilde{Q}_2 R^2}{Bi_q a_q \mu_n^4 r' c'_{\tau}} \quad (6.38)$$

$$C^*_{n3} = \frac{KoPoR^3 \delta(\tilde{Q}_2 \tilde{P}_1 - \tilde{Q}_1 \tilde{P}_2)}{FeBi_q a^2_q r' c'_{\tau} \mu_n^4} \quad (6.39)$$

unde:

$$Ko - \text{criteriul Kosovici, } Ko = \frac{r'(\theta_0 - \theta_p)}{c_q(t_c - t_0)}$$

$$\psi_n = \nu_1 P_{n2} A_{n1} + \nu_2 Q_{n2} B_{n1} - \nu_2 P_{n1} A_{n2} - \nu_1 Q_{n2} B_{n1} \quad (6.40)$$

$$Q_{nj} = \frac{\nu_j \mu_n}{Bi_q} \cos \nu_j \mu_n + \left(1 + \frac{1}{Bi_q} + (1 - \nu_j^2) K_1\right) \sin \nu_j \mu_n \quad (6.41)$$

$$A_{nj} = -\frac{\nu_j \mu_n}{Bi_q} \sin \nu_j \mu_n + \left(1 + \frac{1}{Bi_q} + (1 - \nu_j^2) K_1\right) \cos \nu_j \mu_n \quad (6.42)$$

$$P_{nj} = \left(\mu_n (1 - \nu_1^2) - Fe \nu_j \mu_n\right) \frac{\cos \nu_j \mu_n}{Bi_m R^2} - \frac{\left((1 - \nu_1^2) + Fe + Bi_m R (1 - \nu_1^2)\right)}{Bi_m R} \sin \nu_j \mu_n \quad (6.43)$$

$$B_{nj} = \frac{\left(1 - \nu_j^2\right) \left(-\frac{1}{\nu_j} - 1 + Bi_m R\right) - 2Fe}{Bi_m R} \cos \nu_j \mu_n + \frac{\mu_n (1 - \nu_j^2) + Fe \nu_j \mu_m}{Bi_m R} \sin \nu_j \mu_m \quad (6.44)$$

$$\tilde{Q}_j = \frac{1}{Bi_q} \nu_j \mu_m \cos \nu_j \mu_m + \frac{1}{Bi_q} \sin \nu_j \mu_m + \left(1 + (1 - \nu_j^2) K_1\right) \sin \nu_j \mu_m \quad (6.45)$$

$$\tilde{P}_j = \left(-\frac{1}{Bi_m} \mu_n (1 - \nu_j^2) - \frac{Fe}{Bi_m} \nu_j \mu_n \right) \frac{\cos \nu_j \mu_n}{R} - \left(\frac{1}{Bi_m} (1 - \nu_j^2) - \frac{Fe}{Bi_m} (1 - \nu_j^2) \right) \frac{\sin \nu_j \mu_n}{R} \quad (6.46)$$

unde:

μ_n – rădăcina ecuației caracteristice care se poate determina după tabel din sursele bibliografice [64,66,67].

6. 3. Controlul modelului matematic la adecvare

Ecuațiile pentru temperatură (6.32) și umiditate (6.33) obținute în cazul nostru pentru măceș este necesar de a fi controlate la adecvarea curbelor de temperatură și a curbelor de uscare.

Controlul la compatibilitate a modelului s-a efectuat cu ajutorul criteriului lui Fisher. Înainte de a începe cecetarea ecuațiilor noastre, vom găsi temperatura și umiditatea medie a sferei (fructului de măceș) pe tot volumul, care se determină după formula [62].:

$$\bar{T}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r T(r, \tau) dr \quad (6.47)$$

$$\bar{U}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r U(r, \tau) dr \quad (6.48)$$

Folosindu-ne de expresia (6.47) și (6.48) formulele (6.32) și (6.33) se vor scrie în felul următor:

$$\bar{T}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R t_c dr - \frac{3}{R^3} \int_0^R \left[(t_c - t_0) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n1} \frac{\sin \nu_2 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - C_{n2} \frac{\sin \nu_1 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - \frac{C_{n3}}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo) \right] dr \quad (6.49)$$

$$\bar{U}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R U_p dr + \frac{3}{R^3} \int_0^R \left[(U_0 - U_p) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n2}^* (1 - \nu_1^2) \frac{\sin \nu_2 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - C_{n1}^* (1 - \nu_2^2) \frac{\sin \nu_2 \mu_n \frac{r}{R}}{\frac{r}{R}} - \frac{C_{n3}}{R} \right) \exp(-\mu_n^2 Fo) \right] dr \quad (6.50)$$

Din ecuațiile (49) și (50) se observă că primul component al expresiei din partea dreaptă va fi egal cu constanta, al doilea poate fi prezentat ca constante arbitrare.

În așa mod, ecuațiile (49) și (50) se pot prezenta în forma generală:

$$T = C_1 + A_1 e^{B_1 \tau} \quad (6.51)$$

$$U = C_2 + A_2 e^{B_2 \tau} \quad (6.52)$$

Pentru determinarea constantelor ce fac parte din expresia (51) și (52) le aducem la forma liniară pe calea logaritmării:

$$\ln(T - C_1) = \ln A_1 + B_1 \tau \quad (6.53)$$

$$\ln(U - C_2) = \ln A_2 + B_2 \tau \quad (6.54)$$

Cercetăm expresia (6.53)

O mică problemă prezintă coeficientul C_1 pentru găsierea coeficienților ce fac parte din ecuație. Valoarea lui se va găsi după o altă metodă.

$$C_1 = \frac{T_1 T_2 - T_3^2}{T_1 + T_2 - 2T_3} \quad (6.55)$$

Valorile experimentale a temperaturilor T_1, T_2, T_3 ce fac parte din ecuația (6.55) luate într-un anumit moment de timp τ_1, τ_2 și τ_3 , unde:

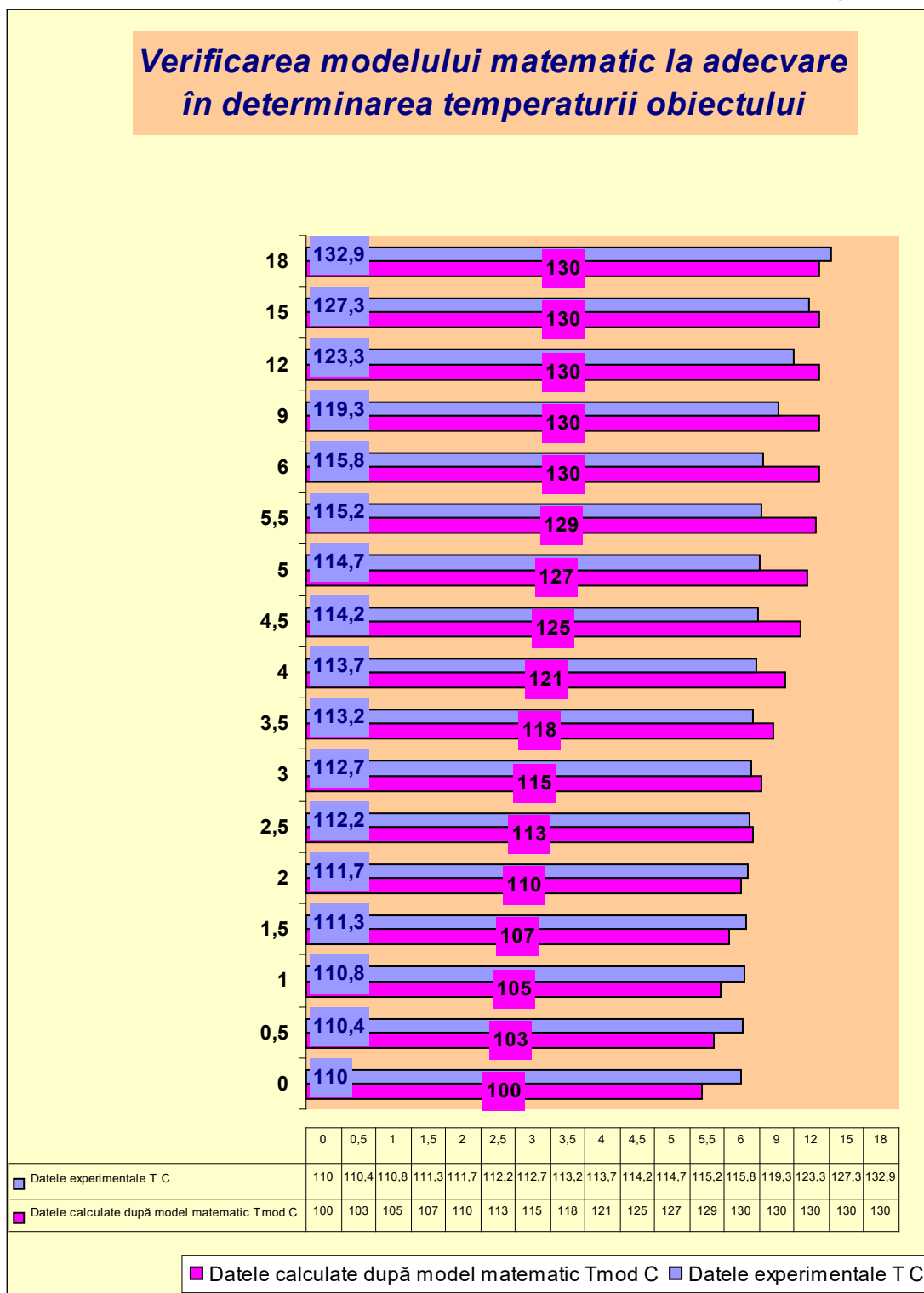
$$\tau_3 = \frac{1}{2}(\tau_1 + \tau_2)$$

Deci, pentru valorile temperaturii $T_1=100^{\circ}\text{C}$, $T_2=130^{\circ}\text{C}$ și $T_3=110^{\circ}\text{C}$, valoarea $C_1=90$.

Luând în considerare liniaritatea ecuației (6.53) valoarea $\ln A_1$ și B_1 , au fost găsite după metoda pătratelor mici [15,25]. Înlocuindu-le în ecuația (6.53) vom primi valorile coeficienților; transformându-i puțin, primim ecuația pentru temperatură în felul următor:

$$\hat{T}(\tau) = 90 + 20e^{0,0425\tau} \quad (6.56)$$

Pentru a verifica ecuația căpătată a datelor experimentale la adecvare, pe diagrama 1 sunt prezentate valorile experimentale ale temperaturilor, care corespund unui anumit moment de timp al procesului și valorii temperaturii, pentru aceleași momente de timp, căpătate în urma calculării după modelul propus.



Criteriul Fisher al ecuației date (6.56) este 2,49, datele tabelului pentru $q=5\%$ sunt $F_T=2,3$, de unde rezultă că $F > F_T$, ce demonstrează adecvarea modelului datelor experimentale.

Analogic au fost calculați și coeficienții din ecuația (6.54).

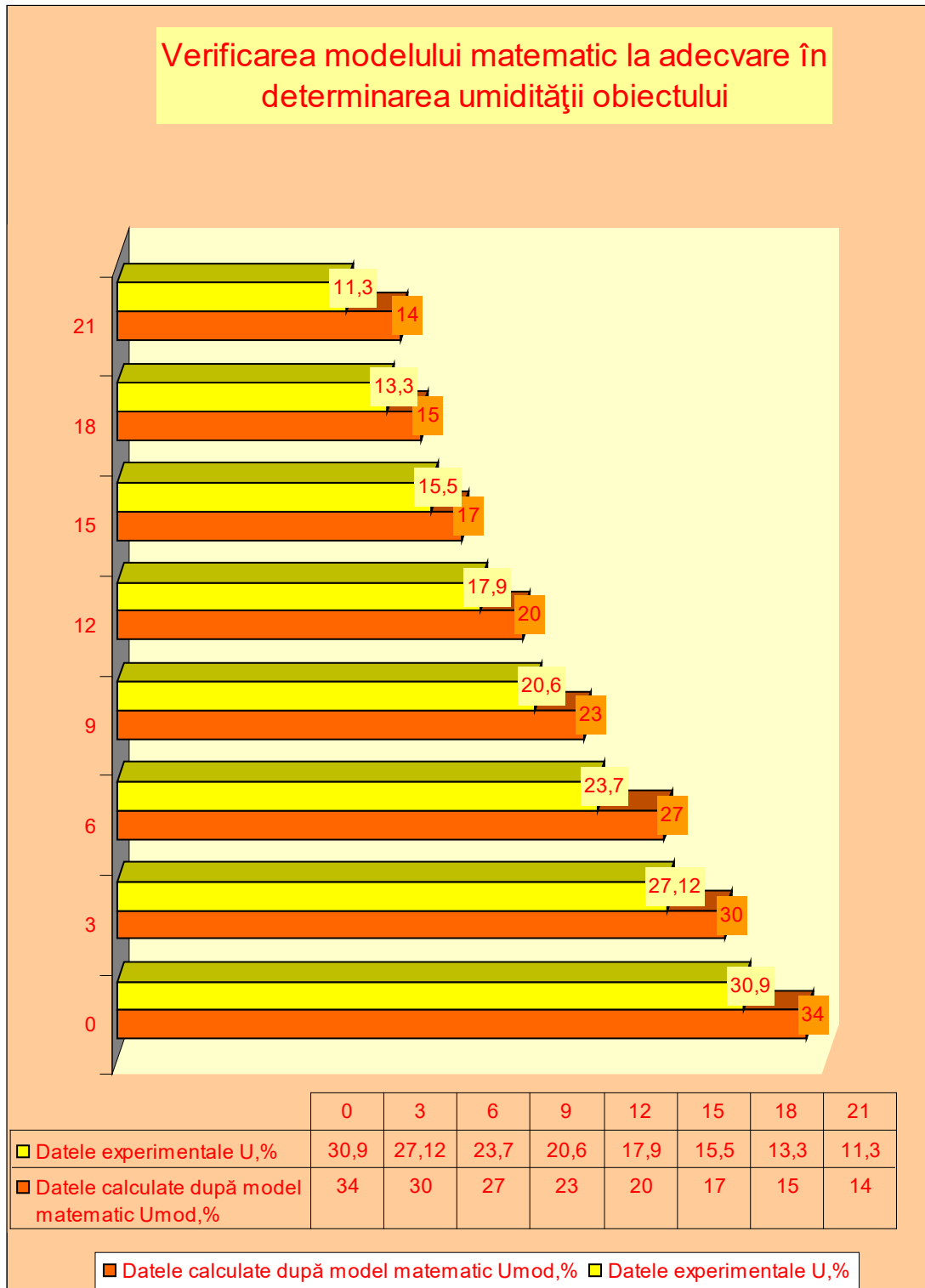
Pentru calcularea constantei C_2 , am luat umiditatea $U_1=34\%$, $U_2=15\%$, $U_3=23\%$.

Coeficienții obținuți permit să scriem ecuația pentru umiditate astfel:

$$\hat{U} = -6 + 39,6e^{-0,036t} \quad (6.57)$$

Analogic cazurilor precedente pentru controlul adecvării valorilor experimentale schimbarea umidității în timp și valoarea umidității, sunt calculate după modelul matematic, prezentat în Diagrama 2.

Diagrama 2.



Controlul la compatibilitate a arătat că ecuația dată este compatibilă cu datele inițiale, $F=6,1$; $F_T=4,25$.

$$F > F_T$$

În așa mod, se poate constata că modelul matematic construit pentru temperatură (6.32) și umiditate (6.33) va descrie procesul nostru de uscare, adică după ea se poate de determinat cu exactitate temperatura și umiditatea fructelor de măceș în orice moment de timp.

6. 4. Construcția principiului de lucru a instalației de uscare propusă

În baza cercetărilor efectuate, a fost propusă instalația de uscare a măceșului ce funcționează pe baza metodei convective cu aplicarea UHF. După cum a fost stabilit mai rațional uscarea măceșului la prima etapă convectivă se efectuează pînă la umiditatea de 34%, a doua etapă pînă la umiditatea finală 14% convectivă + UHF.

Instalația conține două elemente. Primul element – uscătorul cu folosirea convecției; al doilea – uscătorul de tip turn convectiv + UHF. În fig. 1 este prezentată imaginea generală a instalației [13].

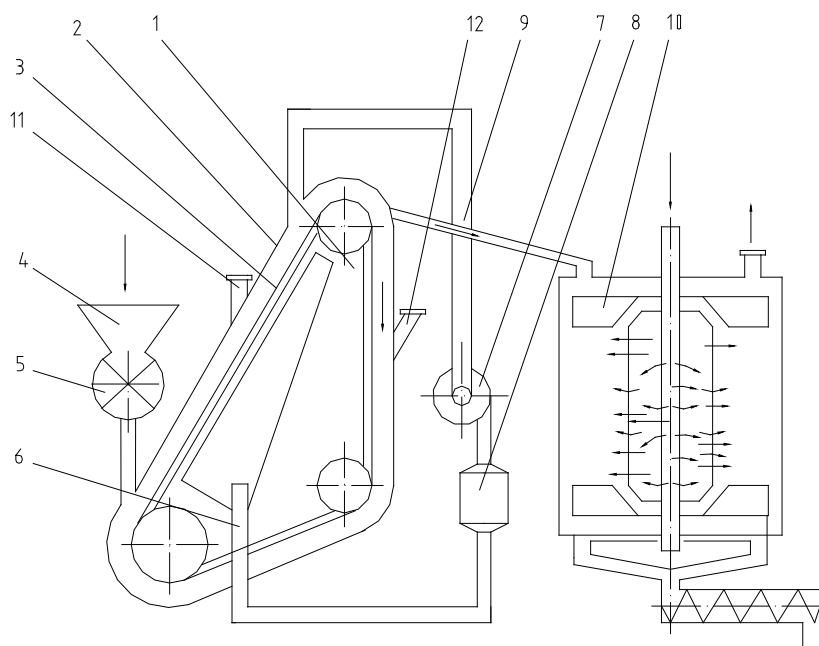


Fig. 1. Schema instalației de uscare a fructelor de măceș cu folosirea convecției + UHF

După cum se observă din fig. 1, uscătorul 1 cu folosirea convecției reprezintă un transportor cu bandă. În calitate de bandă a transportorului se folosește fișie din plasă perforată 2, transportatorul este instalat sub un unghi ce permite transmiterea măceșului parțial uscat în zona încărcării uscătorul de tip turn. Pentru a face posibilă transportarea produsului pulverulent, de plasa transportorului la un pas strict determinat, sunt instalate racletele 3. Înălțimea racletelor și lungimea ramurii de lucru a transportorului se determină pe cale experimentală. Dispozitivul de acționare se execută cu ajutorul unui motor-reductor și variator, permițându-i să schimbe viteza

liniară de transportare a transportorului. În așa mod, se reglează timpul de aflare a măceșului în zona de lucru a uscătorului convectiv.

Materia primă, măceșul, se plasează în buncărul 4, de unde prin intermediul dozatorului cu palete 5 nimereste pe ramura de lucru a transportorului. Sub ramura de lucru este instalată conducta de aer 6, prin intermediul căreia prin produs de la ventilatorul 7 se suflă aer fierbinte, încălzit de la caloriferul 8.

Traversând zona de lucru a transportorului, măceșul se usucă până la umiditatea de 34%. Pentru utilizarea mai rațională a benzii uscătorului, ea este dotată cu contur recircular 9. Alimentarea cu un volum nou de aer și evacuarea celui prelucrat se efectuează prin clapetele 11 și 12.

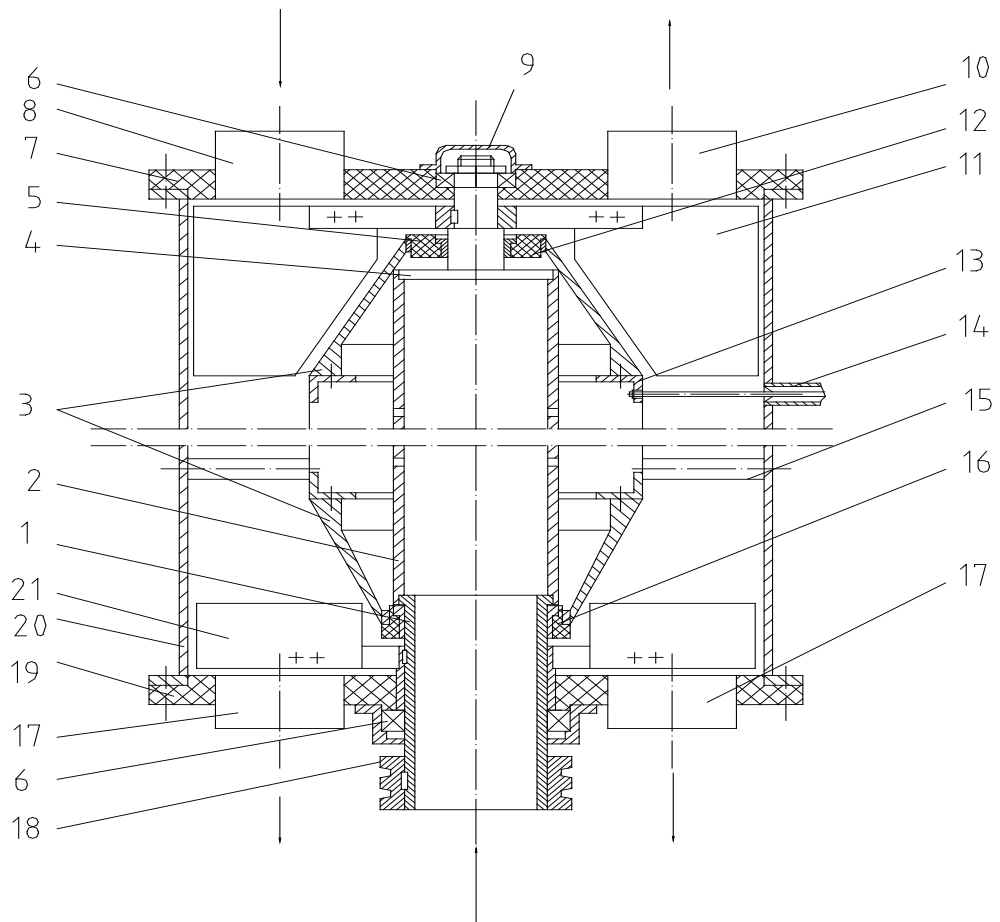


Fig. 2. Instalația de uscare a fructelor de măceș la uscarea combinată convecției + UHF.

La atingerea umidității necesare, produsul nimereste în elementul conic principal al instalației – uscătorul de tip turn convectiv + UHF. Aspectul general al instalației este prezentat în fig. 2.

Alimentarea instalației cu UHF se efectuează prin intermediul conductei coaxiale 14. Corpul 20 este unit la legătura cu pământul, iar UHF se conectează la

cilindrul perforat 13. Pentru a preveni fenomenul de scurt circuit, cilindrul perforat 13 este izolat de arborele 2 prin intermediul bușelor 5 și 16, executate din fluorplast -4.

Prin intermediul instalației de alimentare 8 (fig. 1) produsul pulverulent nimereste în instalația de uscare 14. Arborele 13 se pune în mișcare prin intermediul transmisiei prin curele. Instalată pe arborele 4 prin intermediul conexiunii de tip pană, agitatorul 16 distribuie uniform produsul în vrac pe tot volumul condensatorului inelar. Produsul pulverulent pe baza forței gravitaționale se deplasează de sus în jos pe tot volumul condensatorului inelar. Deplasându-se în zona jocului inelar format de spațiul dintre corpul instalației și cilindrul perforat 17, produsul pulverulent sub acțiunea câmpului electromagnetic se încălzește intensiv. Prin arborele tubular 15 în instalație se administrează agentul de uscare (de tip gazos). Trecând prin cilindrul perforat 17, agentul de uscare nimereste în zona jocului inelar format de spațiul dintre corpul instalației și cilindrul perforat 17, de unde transportă vaporii de apă formați în urma procesului de încălzire. Agentul de uscare se evacuează din instalație prin intermediul racordului 18, instalat pe capacul superior 7. În procesul de deplasare produsul pulverulent nimereste în zona îngustării condensatorului inelar, formată de spațiul dintre corp și trunchiul de con. În această zonă, produsul se răcește din contul încetării acțiunii câmpului electromagnetic asupra produsului. Rotindu-se, agitatorul 19 instalat pe arborele tubular prin intermediul unirii de tip pană, transportă produsul uscat către instalația de desărcare 20. Descărcarea produsului se execută prin intermediul transportorului elicoidal.

Instalația propusă permite de a usca nu numai fructele de măceș, dar și alte produse pulverulente.

7. Elaborarea modelului matematic al transferului de masă și căldură pentru produse alimentare de formă geometrică sferă în sferă în cazul utilizării tratamentului termic prin convecție și câmp electromagnetic

7.1 Descrierea matematică a procesului de uscare a cătinii albe cu utilizarea convecție și U.H.F.

Structura complexă a cătinii albe și forma geometrică nestandardă fac dificilă descrierea matematică a procedurii combinat pentru astfel de obiecte. În lucrare, cu unele ipoteze simplificatoare, s-a încercat elaborarea unui model matematic a procesului de uscare pentru sisteme eterogene complexe, cum ar fi cătina albă.

Reieșind din forma celulei de lucru, care se aseamănă cu două sfere amplasate coaxial, cum ar fi cătina albă, și în urma studiului bibliografic, s-a constatat, că transferul de căldură și masă pentru procedeu de uscare prin convecție a fost studiat și elaborat de A.V.Lăcov ș.a. [63,66], dar influența asupra acestui procedeu a sursei interne de căldură nu s-a studiat.

În lucrare s-a încercat de a crea un model matematic al procesului de uscare a cătinii albe, anume pentru aplicarea combinată a energiei [5,8,14,73].

Transferul de căldură în produs se efectuează datorită forței motrice termice, transferului substanței și, de asemenea, acțiunii sursei interne de căldură. Transferul substanței se datorează forțelor motrice termice și de masă. Reieșind din acestea, pentru sfera coaxială nemărginită vom avea următoarele ecuații :

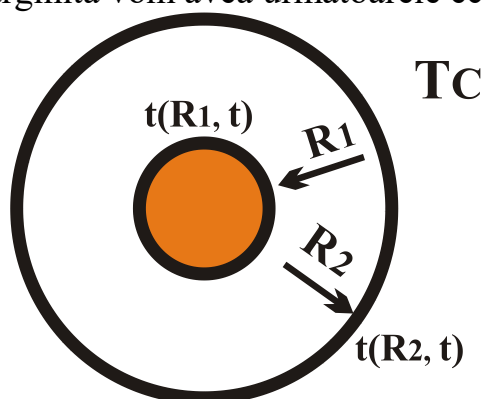


Fig. 1 Prezentarea geometrică a cătinii albe.

Sarcina modelului matematic pentru corpul sferic (sferă în sferă):

$$\frac{\partial(rt_1(r,\tau))}{\partial\tau} = a_{q_1} \frac{\partial^2(rt_1(r,\tau))}{\partial r^2} + \frac{\varepsilon r_1' c_{T_1}}{c_{q_1}} \cdot \frac{\partial[r\theta_1(r,\tau)]}{\partial\tau} + \frac{Qr}{c_{q_1} \rho_1} \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial r(\theta_1(r,\tau))}{\partial\tau} = a_{m_1} \frac{\partial^2(r\theta_1(r,\tau))}{\partial r^2} + a_{m_1} \delta_1 \cdot \frac{\partial^2[rt_1(r,\tau)]}{\partial\tau^2} \quad (7.2)$$

Condiția necesară pentru ecuațiile (1) și (2)- $0 \leq r \leq R_1$:

$$\frac{\partial(rt_2(r,\tau))}{\partial\tau} = a_{q_1} \frac{\partial^2(rt_2(r,\tau))}{\partial r^2} + \frac{\varepsilon r'_2 c'_{T_2}}{c_{q_2}} \cdot \frac{\partial[r\theta_2(r,\tau)]}{\partial\tau} + \frac{Qr}{c_{q_2} \rho_2} \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial r(\theta_2(r,\tau))}{\partial\tau} = a_{m_2} \frac{\partial^2(r\theta_2(r,\tau))}{\partial r^2} + a_{m_2} \delta_2 \cdot \frac{\partial^2[rt_2(r,\tau)]}{\partial\tau^2} \quad (7.4)$$

Condiția necesară pentru ecuațiile (7.3) și (4)- $R_1 \leq r \leq R_2$
unde:

- a_q, a_m – respectiv, coeficienții de difuziune de temperatură și potențial, m^2/s ;
- ε - criteriul transformării de fază;
- r' - căldura latentă de vaporizare, kJ/kg ;
- c'_{T_2}, c_q - capacitatea specifică masică, $kg/(K \cdot M)$ și termică specifică, $kJ/(kg \cdot K)$;
- Q - sursa internă de căldură, Wt/m^3 ;
- ρ - densitatea părții uscate a corpului umed, kg/m^3 ;
- δ - coeficientul Sore pentru corpul umed, K^{-1} ;
- θ - potențialul transferului de umiditate, $^{\circ}M$.

Condițiile inițiale:

$$\begin{aligned} t_1(r,0) &= t_2(r,0) = T_{in} \\ \theta_1(r,0) &= \theta_{1in}; \quad \theta_2(r,0) = \theta_{2in} \end{aligned} \quad (7.5)$$

Condițiile de simetrie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_1(0,\tau)}{\partial r} &= \frac{\partial t_2(R_1,\tau)}{\partial r} = 0 \\ \frac{\partial \theta_1(0,\tau)}{\partial r} &= \frac{\partial \theta_2(R_1,\tau)}{\partial r} = 0 \end{aligned} \quad (7.6)$$

La încălzirea corpurilor capilaro-poroase, când schimbul de căldură a suprafeței corpului cu mediul înconjurător se efectuează după legea convectivă, condițiile de frontieră ale transferului de căldură și de masă vor fi:

$$t_1(R_1,\tau) = t_2(R_1,\tau); \Delta\theta_1(R_1,\tau) = \theta_2(R_1,\tau) \quad (7.7)$$

$$\lambda_{q1} \frac{\partial t_1(R_1, \tau)}{\partial r} + (I - \varepsilon_1) r'_1 j_{m1} = \lambda_{q2} \frac{\partial t_2(R_1, \tau)}{\partial r} \quad (7.8)$$

$$\Delta j_{m1} = j_{m2}$$

$$j_{m1} = \beta_1 (\theta_1(R_1, \tau) - \theta_{1p})$$

$$j_{m2} = \beta_2 (\theta_2(R_1, \tau) - \theta_{2p})$$

Pe suprafața exterioară:

$$-\lambda_{q2} \frac{\partial t_2(R_2, \tau)}{\partial r} + \alpha_2 [T_s - t_2(R_2, \tau)] - (I - \varepsilon_2) r'_2 \beta_2 (\theta_2(R_2, \tau) - \theta_{2p}) = 0 \quad (7.9)$$

$$\lambda_{m2} \left[\frac{\partial \theta_2(R_2, \tau)}{\partial r} + \delta_2 \frac{\partial t_2(R_2, \tau)}{\partial r} \right] + \beta_2 (\theta_2(R_2, \tau) - \theta_{2p}) = 0 \quad (7.10)$$

unde: λ_q – respectiv, conductivitatea termică, W/(m·K)

λ_m - conductivitatea masică, kg/(m³·M);

α , β – corespunzător, coeficienții transferului de căldură, W/(m²·K) și de masă, kg/(m²·s·M).

Ele reprezintă ecuațiile bilanțului termic și a bilanțului masic aplicat suprafețelor corpului.

Condițiile inițiale sunt determinate de legea distribuirii temperaturii și potențialului transferului de masă în momentul inițial.

Rezolvarea sarcinii:

Introducem afirmațiile:

$$L[rt(r, \tau)] = \int_0^{\infty} rt(r, \tau) e^{-pt} dt = V_L(r, p) \quad (7.11)$$

$$L[r\theta(r, \tau)] = \int_0^{\infty} r\theta(r, \tau) e^{-pt} dt = U_L(r, p) \quad (7.12)$$

Pentru rezolvarea acestei probleme folosim transformarea lui Laplace, pentru aceasta introducem următoarele notații distinctive.

Ecuția (7.1) se transcrie după Laplace în felul următor:

$$pV_{1L}(r, p) - rt_1(0) = a_{q1} V''_{1L}(r, p) + \frac{\varepsilon_1 r'_1 c'_T}{c_{q1}} pU_{1L}(r, p) - \frac{\varepsilon_1 r'_1 c'_T}{c_{q1}} \theta_1(0) + \frac{Qr}{pc_{q1} \rho_1} = 0$$

Împărțim ecuația dată la a_{q1} :

$$V''_{1L}(r, p) - \frac{p}{a_{q1}} V_{1L}(r, p) + \frac{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}}{c_{q1} a_{q1}} p U_{1L}(r, p) + \frac{Qr}{pc_{q1} \rho_1 a_{q1}} + \frac{rt_1(0)}{a_{q1}} - \frac{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}}{c_{q1} a_{q1}} r \theta_1(0) = 0 \quad (7.13)$$

Ecuația (7.2) după Laplace va fi:

$$p U_{1L}(r, p) - r \theta_1(0) = a_{m1} U''_{1L}(r, p) + a_{m1} \delta_1 V''_1(r, p)$$

Împărțim ecuația dată la a_{m1} :

$$U''_{1L}(r, p) - \frac{p}{a_{m1}} U_{1L}(r, p) + \delta_1 V''_{1L}(r, p) + \frac{r}{a_{m1}} \theta_1(0) = 0 \quad (7.14)$$

Pentru stratul exterior ecuațiile (7.3) și (7.4) după transferări pe Laplace vor fi următoarele:

$$V''_{2L}(r, p) - \frac{p}{a_{q2}} V_{2L}(r, p) + \frac{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}}{c_{q2} a_{q2}} p U_{2L}(r, p) + \frac{Qr}{pc_{q2} \rho_2 a_{q2}} + \frac{rt_2(0)}{a_{q2}} - \frac{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}}{c_{q2} a_{q2}} r \theta_2(0) = 0 \quad (7.15)$$

$$U''_{2L}(r, p) - \frac{p}{a_{m2}} U_{2L}(r, p) + \delta_2 V''_{2L}(r, p) + \frac{r}{a_{m2}} \theta_2(0) = 0 \quad (7.16)$$

Din ecuația (7.13) determinăm $U_{1L}(r, p)$ și derivata a doua $U''_{1L}(r, p)$:

$$U_{1L}(r, p) = \left(-V''_{1L}(r, p) + \frac{p}{a_{q1}} V_{1L}(r, p) - \frac{Qr}{pc_{q1} \rho_1 a_{q1}} - \frac{rt_1(0)}{a_{q1}} + \frac{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}}{c_{q1} a_{q1}} \theta_1(0) \right) \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1} p} \quad (7.17)$$

$$U''_{1L}(r, p) = \left(-V_{1L}{}''''(r, p) + \frac{p}{a_{q1}} V''_{1L}(r, p) \right) \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1} p} \quad (7.18)$$

Înlocuim (7.17) și (7.18) în (7.14):

$$\begin{aligned} & \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon_1 r_1' c_{T1} p} (-V_{1L}^{IV}(r, p) + \frac{p}{a_{q1}} V_{1L}''(r, p) - \\ & - \frac{c_{q1} p a_{q1}}{a_{m1} \varepsilon_1 r_1' c_{T1} p} \left(-V_{1L}''(r, p) + \frac{p}{a_{q1}} V_{1L}(r, p) - \frac{Qr}{pc_q \rho_1 a_{q1}} - \frac{rt_1(0)}{a_{q1}} + \frac{\varepsilon_1 r_1' c_{T1}}{c_{q1} a_{q1}} r \theta_1(0) \right) + \\ & + \delta_1 V_{1L}''(r, p) + \frac{r}{a_{m1}} \theta_1(0) = 0 \end{aligned} \quad (7.19)$$

$$V_{1L}^{IV}(r, p) - V_{1L}''(r, p) \left(\frac{p}{a_{q1}} + \frac{p}{a_{m1}} + \frac{\delta_1 \varepsilon_1 r_1' c_{T1}}{c_{q1} a_{q1}} p \right) + \frac{p^2}{a_{q1} a_{m1}} V_{1L}(r, p) - \frac{rQ}{a_{m1} \rho_1 c_{q1} a_{q1}} - \frac{prt(0)}{a_{m1} a_{q1}} = 0$$

Din ecuația (7.15) găsim $U_{2L}(p)$ și derivata a doua $U''_{2L}(p)$:

$$U_2(r, p) = \left[-V_{2L}''(r, p) + \frac{p}{a_{q2}} V_{2L}(r, p) - \frac{Qr}{pc_{q2} \rho_2 a_{q2}} - \frac{rt_2(0)}{a_{q2}} + \frac{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}}{c_{q2} a_{q2}} \theta_2(0) \right] \cdot \frac{c_{q2} a_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2} p} \quad (7.20)$$

$$U''_{2L}(r, p) = \left(-V_{2L}^{IV}(r, p) + \frac{p}{a_{q2}} V_{2L}''(r, p) \right) \cdot \frac{c_{q2} a_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2} p} \quad (7.21)$$

Introducem ecuațiile (7.20) și (1) în (7.16):

$$V_{2L}^{IV}(r, p) - V_{2L}''(r, p) \left(\frac{p}{a_{q2}} + \frac{p}{a_{m2}} + \frac{\delta_2 \varepsilon_2 r_2' c_{T2}}{c_{q2} a_{q2}} p \right) + \frac{p^2}{a_{q2} a_{m2}} V_{2L}(r, p) - \frac{rQ}{a_{m2} \rho_2 c_{q2} a_{q2}} - \frac{prt(0)}{a_{m2} a_{q2}} = 0 \quad (7.22)$$

Am obținut o ecuație diferențială de gradul patru care conține coeficienți variabili. Pentru soluționarea ei, o vom transcrie în felul următor:

$$Y^{IV}(r) - AY''(r) + BY(r) - Cr = 0$$

Integrala totală a ecuației diferențiale (19) se determină, dacă utilizăm încă o dată transmiterea după Laplace pe coordonata r .

Ecuția (7.19) se rezolvă în felul următor:

$$V_{L2}(r, p) = \frac{rt_2(0)}{p} + \frac{rQ_2}{\rho_2 c_{q_2} p^2} + C_{21} e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{22} e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + C_{23} e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{24} e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} \quad (7.23)$$

unde: C_1, C_2, C_3, C_4 - constante a ecuației (7.23)

$$V_j^2 = \frac{1}{2} \left[\left(I + F_e + \frac{I}{Lu} \right) + (-1)^j \sqrt{\left(I + F_e + \frac{I}{Lu} \right)^2 - \frac{4}{Lu}} \right] \quad (7.24)$$

unde: $j=1,2$ Fe, Lu- corespunzător, criteriile Feodorov și de inerție.

Pentru determinarea $U_{L1}(r, p)$ găsim $V''_{L1}(r, p)$, $V'_{L1}(r, p)$:

$$\begin{aligned} V'_{L1}(r, p) &= \frac{t(0)}{p} + \frac{Q}{\rho_1 c_{q1} p^2} + C_{11} \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{12} \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} - \\ &\quad - C_{13} \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} - C_{14} \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} \\ V''_{L1}(r, p) &= C_{11} \frac{p}{a_{q1}} V_1^2 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{12} \frac{p}{a_{q1}} V_2^2 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + C_{13} \frac{p}{a_{q1}} V_1^2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{14} \frac{p}{a_{q1}} V_2^2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} \end{aligned}$$

Din ecuația (7.13) găsim $U_L(r, p)$:

$$U_{L1}(r, p) = \left(-V''_{L1}(r, p) + \frac{p}{a_{q1}} V_{L1}(r, p) - \frac{Qr}{pc_{q1} \rho_1 a_{q1}} - \frac{rt_1(0)}{a_{q1}} + \frac{\varepsilon r'_1 c'_T r \theta_1(0)}{c_{q1} a_{q1}} \right) \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon r'_1 c'_T p}$$

În ecuația dată înlocuim $V''_{L1}(r, p)$, $V'_{L1}(r, p)$:

$$\begin{aligned} U_{L1}(r, p) &= \left(-C_{11} \frac{p}{a_{q1}} V_1^2 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} - C_{12} \frac{p}{a_{q1}} V_2^2 e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} - C_{13} \frac{p}{a_{q1}} V_1^2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} - C_{14} \frac{p}{a_{q1}} V_2^2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{rt(0)}{a_{q1}} + \frac{rQ}{\rho_1 c_{q1} p a_{q1}} + C_{11} \frac{p}{a_{q1}} e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{12} \frac{p}{a_{q1}} e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + C_{13} \frac{p}{a_{q1}} e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{14} \frac{p}{a_{q1}} e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} \right) \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon r'_1 c'_T p} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left. \frac{Qr}{pc_{q1}\rho_1 a_{q1}} - \frac{rt_1(0)}{a_{q1}} + \frac{\varepsilon r'_1 c'_T r \theta_1(0)}{c_{q1} a_{q1}} \right) \frac{c_{q1} a_{q1}}{\varepsilon r'_1 c'_T p_1} \\
U_{L1}(r, p) &= \frac{r\theta_1(0)}{p} + C_{11} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_1^2) e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{12} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_2^2) e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + \\
& + C_{13} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_1^2) e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{14} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_2^2) e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} \quad (7.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_{L2}(r, p) &= \frac{r\theta_2(0)}{p} + C_{21} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_1^2) e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_2^2) e^{\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r} + \\
& C_{23} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_1^2) e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r} + C_{24} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_2^2) e^{-\sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r} \quad (7.26)
\end{aligned}$$

Constanțele c_{k_i} le determinăm din condițiile de frontieră și cele simetrice:

$$t'_{L1}(0, p) = t'_{L2}(R_1, p) \quad \theta_{1L}(0, p) = \theta_{2L}(R_1, p)$$

$$V_{1L}(0, p) = 0 \quad (7.27)$$

$$V_{2L}(R_1, p) = 0 \quad (7.28)$$

Analogic scriem condițiile pentru potențialul de mase modificate:

$$U_{1L}(0, p) = 0 \quad (7.29)$$

$$U_{2L}(R_1, p) = 0 \quad (7.30)$$

$$V_{L1}(r, p) - \frac{rt_1(0)}{p} - \frac{rQ}{\rho_1 c_{q1} p^2} = B_{11} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r + B_{21} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r \quad (7.31)$$

$$U_{L1}(r, p) - \frac{r\theta_1(0)}{p} = B_{11} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_1^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r + B_{21} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_2^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r \quad (7.32)$$

$$V_{L2}(r, p) - \frac{rt_2(0)}{p} - \frac{rQ}{\rho_2 c_{q2} p^2} = B_{12} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_1 r + B_{22} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r \quad (7.33)$$

$$U_{L2}(r, p) - \frac{r\theta_2(0)}{p} = B_{12} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}'} (1 - V_1^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_1 r + B_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}'} (1 - V_2^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r \quad (7.34)$$

Cu evidența (7.33) și (7.34):

$$t_{L1}(r, p) - \frac{t_1(0)}{p} - \frac{Q}{\rho_1 c_{q1} p^2} = B_{11} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r}{r} + B_{21} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r}{r} \quad (7.35)$$

$$\theta_{L1}(r, p) - \frac{\theta_1(0)}{p} = B_{11} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r_1' c_{T1}'} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r}{r} + B_{21} \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r_1' c_{T1}'} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r}{r} \quad (7.36)$$

$$t_{L2}(r, p) - \frac{t_2(0)}{p} - \frac{Q}{\rho_2 c_{q2} p^2} = B_{12} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_1 r}{r} + B_{22} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} \quad (7.37)$$

$$\theta_{L2}(r, p) - \frac{\theta_2(0)}{p} = B_{12} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}'} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_1 r}{r} + B_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}'} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} \quad (7.38)$$

Coeficienții B_{11}, B_{21} se determină din condițiile (7.8), (7.9):

$$\lambda_{q1} t'_{1L}(r, p) + (1 - \varepsilon_1) r_1 \beta_1 \left(\theta_{1L}(R_1, p) - \frac{Q_{1p}}{p} \right) = \lambda_{q2} t'_{2L}(r, p) \quad (7.39)$$

$$\beta_1 \left(\theta_{L1}(R_1, p) - \frac{Q_{1p}}{p} \right) = \beta_2 \left(\theta_{L2}(R_1, p) - \frac{Q_{2p}}{p} \right) \quad (7.40)$$

$$\begin{aligned} t_{1L}(R_1, p) &= t_{2L}(R_1, p) \\ \theta_{1L}(R_1, p) &= \theta_{2L}(R_1, p) \end{aligned} \quad (7.41)$$

$$\lambda_{q_1} t'_{1L}(R_1, p) + (1 - \varepsilon_1) r_1 \beta_1 \left(\theta_{1L}(R_1, p) - \frac{\theta_{1p}}{p} \right) = \lambda_{q_2} t'_{1L}(R_1, p)$$

$$t'_{1L}(R_1, p) (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) + (1 - \varepsilon_1) r_1 \beta_1 \left(\theta_{1L}(R_1, p) - \frac{\theta_{1p}}{p} \right) = 0 \quad (7.42)$$

$$\left[\beta_1 \left(\theta_{1L}(R_1, p) - \frac{\theta_{1p}}{p} \right) \right] = \beta_2 \left(\theta_{1L}(R_1, p) - \frac{\theta_{2p}}{p} \right) \quad (7.43)$$

Din ecuația (7.35) determinăm $t'_{L1}(r, p)$:

$$t'_{L1}(r, p) = -B_{11} \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} R_1}{R_1} + \frac{B_{11} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} R_1}{R_1^2} -$$

$$- B_{21} \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} R_1}{R_1} + \frac{B_{21} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} R_1}{R_1^2} \quad (7.44)$$

Înlocuind ecuația (7.44) și (7.36) în (7.42):

$$B_{11} \left[- \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} R_1}{R_1} + (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} R_1}{R_1^2} + \right.$$

$$\left. + (1 - \varepsilon_1) r_1 \beta_1 \frac{c_{q_1}}{\varepsilon_1 r_1' c_T'} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{11} R_1}{R_1} \right] + B_{21} \left[- \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} R_1}{R_1} + \right.$$

$$+ (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \left[\frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_{21} R_1}{R_1^2} + (1 - \varepsilon_1) r'_1 \beta_1 \frac{c_{q_1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_2 R_1}{R_1} \right] + (1 - \varepsilon_1) r'_1 \beta_1 \left(\frac{\theta_1(0)}{p} - \frac{\theta_{1ec}}{p} \right) = 0 \quad (7.45)$$

Transformăm ecuația (7.43) și înlocuim în ecuația (7.36):

$$\begin{aligned} \theta_{1L} (\beta_1 - \beta_2) + \left(\beta_2 \frac{\theta_{2ec}}{p} - \beta_1 \frac{\theta_{1ec}}{p} \right) = 0 \\ B_{11} (\beta_1 - \beta_2) \frac{c_{q_1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_1 R_1}{R_1} + B_{21} (\beta_1 - \beta_2) \frac{c_{q_1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_1}}} V_2 R_1}{R_1} + \\ + (\beta_1 - \beta_2) \frac{\theta_1(0)}{p} + \beta_2 \frac{\theta_{2ec}}{p} - \beta_1 \frac{\theta_{1ec}}{p} = 0 \end{aligned} \quad (7.46)$$

După simplificare, sistemul de ecuații (7.45), (7.46) obține forma:

$$B_{11} \cdot \tilde{\theta}_{11} + B_{21} \cdot \tilde{\theta}_{21} + (1 - \varepsilon_1) r'_1 \beta_1 \left(\frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} \right) = 0 \quad (7.47)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}_{j1} = - \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_{j1} (\lambda_{q1} - \lambda_{q2}) \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_{j1} R_1}{R_1} + (\lambda_{q1} - \lambda_{q2}) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_{j1} R_1}{R_1^2} + \\ + (1 - \varepsilon_1) \beta_1 \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 c'_{T1}} (1 - V_{j1}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_{j1} R_1}{R_1} \end{aligned} \quad (7.48)$$

$$B_{11} \cdot \tilde{P}_{11} + B_{12} \cdot \tilde{P}_{12} + \beta_1 \left(\frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} \right) + \beta_2 \left(\frac{\theta_1(0) - \theta_{2ec}}{p} \right) = 0 \quad (7.49)$$

$$\tilde{P}_{j1} = (\beta_1 - \beta_2) \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c'_{T1}} (1 - V_j^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_j R_1}{R_1} \quad (7.50)$$

Din sistemul de ecuații (7.47), (7.49) determinăm coeficienții B_{11}, B_{21} :

$$B_{21} = \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} (1 - \varepsilon_1) r_1' \beta_1 \frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} - \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} \beta_1 \left(\frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} \right) + \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} \beta_2 \left(\frac{\theta_1(0) - \theta_{2ec}}{p} \right) \quad (7.51)$$

$$B_{11} = \frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} \beta_1 \frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} \left[1 - (1 - \varepsilon_1') r_1' \frac{\tilde{P}_{11}}{\theta_{11}} \right] - \frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} \beta_2 \left(\frac{\theta_2(0) - \theta_{2ec}}{p} \right) - \frac{1}{\tilde{\theta}_{11}} (1 - \varepsilon_1) r_1' \beta_1 \frac{\theta_1(0) - \theta_{1ec}}{p} = 0 \quad (7.52)$$

Coeficienții B_{12}, B_{22} se determină din condițiile de frontieră (7.9), (7.10)

$$-\lambda_{q2} t_L'(R_2, p) + \lambda_2 \left[\frac{T_c}{p} - t_{2L}(R_2, p) \right] - (1 - \varepsilon) r_2' \beta_2 \left(\theta_{2L}(R_2, p) - \frac{\theta_{2ec}}{p} \right) = 0 \quad (7.53)$$

$$\lambda_{m2} [\theta_{2L}'(R_2, p) + \delta_2 t_{2L}'(R_2, p)] + \beta_2 \left(\theta_{2L}(R_2, p) - \frac{\theta_{2ec}}{p} \right) = 0 \quad (7.54)$$

Din ecuațiile (7.37), (7.38) determinăm $t_{2L}(R_2, p), t_{2L}'(R_2, p), \theta_{2L}(R_2, p), \theta_{2L}'(R_2, p)$ și le introducem în (7.53), (7.54):

$$t_{2L}(R_2, p) = \frac{t_2(0)}{p} + \frac{Q}{\rho_2 c_{q2} p^2} + B_{12} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_1 R_2}{R_2} + B_{22} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 R_2}{R_2} \quad (7.55)$$

$$t_{L2}'(R_2, p) = -B_{12} \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} + B_{12} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} - B_{22} \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} + B_{22} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2^2} \quad (7.56)$$

$$\theta_{L2}(R_2, p) = \frac{\theta_2(0)}{p} + B_{12} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{12}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} + B_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{22}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} \quad (7.57)$$

$$\begin{aligned}
\theta'_{L2}(R_2, p) = & -B_{12} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} + B_{12} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} - \\
& - B_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{22}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} + B_{22} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{22}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2^2} \quad (7.58)
\end{aligned}$$

Înlocuim ecuațiile (7.55)-(7.58) în (7.54):

$$\begin{aligned}
& B_{12} \left\{ \lambda_{q2} \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} - \lambda_{q2} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} - \alpha_2 \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} - \right. \\
& \left. - (1 - \varepsilon_2) r'_2 \beta_2 \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} \right\} + B_{22} \left\{ \lambda_{q2} \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} - \lambda_{q2} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2^2} - \right. \\
& \left. - \alpha_2 \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} - (1 - \varepsilon) r'_2 \beta_2 \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{22}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} \right\} + \\
& + \alpha_2 \left(\frac{t_{2c}}{p} - \frac{t_2(\theta)}{p} \right) - \frac{\alpha_2 Q}{\rho_2 c_{q2} p^2} - (1 - \varepsilon_2) r'_2 \beta_2 \frac{\theta_2(0) - \theta_{2ec}}{p} = 0 \quad (7.59)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& B_{12} \left\{ -\lambda_{m2} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} + \lambda_{m2} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} - \right. \\
& \left. - \lambda_{m2} \delta_2 \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} + \lambda_{m2} \delta_2 \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2^2} + \beta_2 \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r'_2 c'_{T2}} (1 - V_{12}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{12} R_2}{R_2} \right\} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + B_{22} \left\{ -\lambda_{m2} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{22}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} + \lambda_{m2} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{22}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2^2} - \right. \\
& \left. - \lambda_{m2} \delta_2 \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} + \lambda_{m2} \delta_2 \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2^2} + \beta_2 \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{22}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22} R_2}{R_2} \right\} + \\
& + \beta_2 \left[\frac{\theta_2(0)}{p} - \frac{\theta_{2ec}}{p} \right] = 0 \tag{7.60}
\end{aligned}$$

După simplificare ecuația (7.59) obține forma:

$$\left[B_{12} \tilde{\theta}_{12} + B_{22} \tilde{\theta}_{22} + \left(\frac{t_c}{p} - \frac{t_2}{p} \right) \frac{Q}{\rho_2 c_{T2} p^2} - (1 - \varepsilon) r_2' \frac{\beta_2 (\theta_2(0) - \theta_{2ec})}{\alpha_2 p} \right] = 0 \tag{7.61}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta}_{j2} = & \frac{\lambda_{q2}}{\alpha_2} \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} - \frac{\lambda_{q2}}{\alpha_2} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2^2} - \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} - \\
& - (1 - \varepsilon) r_2' \frac{\beta_2}{\alpha_2} \frac{c_{q2}}{\varepsilon_2 r_2' c_{T2}} (1 - V_{j2}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} \tag{7.62} \\
& B_{iq} = \frac{\alpha_q}{\lambda_q} R ; \quad \frac{c_q}{c_T} = C ; K_2 = \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \left(\frac{c_q \beta}{c_T \alpha} \right)
\end{aligned}$$

$$\tilde{\theta}_{j2} = \frac{1}{B_{iq}} V_{j2} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} - \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} - (1 + K_2 (1 - V_{j2}^2)^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{j2} R_2}{R_2} \tag{7.63}$$

După simplificare ecuația (7.54) obține forma:

$$\left[B_{12} \tilde{P}_{12} + B_{22} \tilde{P}_{22} + \left(\frac{\theta_2(0) - \theta_{2ec}}{p} \right) \right] = 0 \tag{7.64}$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{j_2} = & \frac{-\lambda_{m_2}}{\beta_2} \frac{c_{q_2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T_2}} (1 - V_{j_2}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2} + \frac{\lambda_{m_2}}{\beta_2} \frac{c_{q_2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T_2}} (1 - V_{j_2}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2^2} - \\ & - \frac{\lambda_{m_2}}{\beta_2} \delta_2 \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} \frac{ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2} + \frac{\lambda_{m_2}}{\beta_2} \delta_2 \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2^2} + \frac{c_{q_2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T_2}} (1 - V_{j_2}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2} \end{aligned}$$

$$\frac{\varepsilon r' c_T \delta}{c_q} = F_c \quad \text{- criteriul lui Fiodorov}$$

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{j_2} = & -\frac{1}{B_{im}} \frac{\delta_2}{F_e} (1 - V_{j_2}^2) \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2 + \frac{1}{B_{im}} \frac{\delta_2}{F_e} (1 - V_{j_2}^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} R_2}{R_2} - \\ & - \frac{\delta_2}{B_{im}} \frac{\sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2} + \frac{\lambda_{m_2} \delta_2 sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2}{R_2^2} + \frac{\delta}{F_e} (1 - V_{j_2}^2) ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2 \\ \tilde{P}_{j_2} = & -\left(\frac{1}{B_{im}} \frac{\delta_2}{F_e} (1 - V_{j_2}^2) + \frac{1}{B_{im}} \frac{\delta_2}{F_e} \right) \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} ch \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2 + \\ & + \left(\frac{\delta_2 (1 - V_{j_2}^2)}{B_{im} F_e R_2} + \frac{\lambda_{m_2} \delta_2}{R_2^2} + \frac{\delta (1 - V_{j_2}^2)}{F_e} \right) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q_2}}} V_{j_2} R_2 \end{aligned} \quad (7.65)$$

Din sistemul de ecuații (7.61) - (7.62) găsim B_{12}, B_{22} :

$$B_{12} = \frac{-(t_c - t_0)(\tilde{P}_{12} + 1) \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} + (1 - \varepsilon) r'_2 \beta_2 \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{p(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} + \frac{Q}{\rho_2 c_{q_2}} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{p^2 (\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} \quad (7.66)$$

$$B_{22} = \frac{(t_c - t_0) \tilde{P}_{12} - \frac{(1 - \varepsilon) r'_2 \beta_2 p_2}{\alpha_2} (\theta_2 - \theta_{2ec}) - (\theta_2 - \theta_{2ec}) Q_{12}}{P(\tilde{\theta}_{12} \tilde{P}_{22} - \tilde{\theta}_{22} \tilde{P}_{12})} - \frac{Q \tilde{P}_{12} \tilde{Q}_{12}}{P^2 (\tilde{\theta}_{12} \tilde{P}_{22} - \tilde{\theta}_{22} \tilde{P}_{12})} \quad (7.67)$$

În așa mod, rezolvarea ecuațiilor (7.36) și (7.37) va fi prezentată astfel:

$$\begin{aligned}
t_{L1}(r, p) - \frac{t_0}{p} - \frac{Q}{\rho_1 c_{q1} p^2} = & \left[\frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_1 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{p} \left[1 - (1 - \varepsilon) r'_1 \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}} \right] - \right. \\
& \left. - \frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{2ec}}{p} - \frac{1}{\tilde{\theta}_{11}} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} \right] \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r}{r} + \\
& + \left[\frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} - \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_1 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} + \right. \\
& \left. + \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} \right] \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} \quad (7.68)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_L(r, p) - \frac{rt_0}{p} = (t_c - t_0) & \left[\frac{\tilde{\theta}_{12} \beta_1 \left(1 - (1 - \varepsilon) r'_1 \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}} \right) - \tilde{\theta}_{21} \beta_2 - \frac{1}{\tilde{\theta}_{11}} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_1 (\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})}{P(\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r + \right. \\
& \left. + \frac{\tilde{P}_{11} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_1 - \tilde{\theta}_{11} \beta_1 + \tilde{\theta}_{11} \beta_2}{P(\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r \right] + \frac{Q(\tilde{P}_{21}\tilde{Q}_{11} - \tilde{Q}_{21}\tilde{P}_{11})}{\rho_1 c_{q1} p^2 (\tilde{P}_{21}\tilde{Q}_{11} - \tilde{Q}_{21}\tilde{P}_{11})} = \frac{T_1(p)}{\psi_1(p)} \quad (7.69)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\theta_{L1}(r, p) - \frac{\theta_{10}}{p} = & \left[\frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} \beta_1 \frac{\theta_{10} - \theta_{1ec}}{p} \left[1 - (1 - \varepsilon) r'_1 \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}} \right] - \frac{\tilde{\theta}_{21}}{\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}} * \right. \\
& * \beta_2 \frac{\theta_{10} - \theta_{1ec}}{p} - \frac{1}{\tilde{\theta}_{11}} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} \left. \right] \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r}{r} + \\
& + \left[\frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_1 \frac{\theta_{10} - \theta_{1ec}}{P} - \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_1 \frac{\theta_{10} - \theta_{1ec}}{P} + \right. \\
& \left. + \frac{\tilde{\theta}_{11}}{\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}} \beta_2 \frac{\theta_1 - \theta_{1ec}}{P} \right] \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r}{r} \quad (7.70)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{r\theta_1(0)}{p} - U_{L1}(r, p) = (\theta_1 - \theta_{1ec}) & \left[\frac{\tilde{\theta}_{21}}{(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})P} \beta_2 + \frac{(1 - \varepsilon) r'_1 \beta_1}{\tilde{\theta}_{11}P} - \right. \\
& - \frac{\tilde{\theta}_{21}}{(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})P} \beta_1 \left(1 - (1 - \varepsilon) r'_1 \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}} \right) \left. \right] sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r + \left[\frac{\tilde{\theta}_{11} \beta_1}{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})} - \right. \\
& \left. - \frac{\tilde{P}_{11} (1 - \varepsilon) r'_1 \beta_1}{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})} - \frac{\tilde{\theta}_{11} \beta_2}{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})} \right] * \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_2^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r \quad (7.71)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{r\theta_{10}}{P} - U_{L1}(r, p) = (\theta_1(0) - \theta_p) * \\
& * \left[\frac{\tilde{\theta}_{21}\beta_2 + (1-\varepsilon_1)r'_1\beta_1(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}) - \tilde{\theta}_{21}\beta_1(1-\varepsilon)r'_1\frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}}}{\tilde{\theta}_{11}} \right. \\
& \left. - \frac{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})}{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})} (1-v_1^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r + \right. \\
& \left. + \frac{\tilde{\theta}_{11}\beta_1 - \tilde{P}_{11}(1-\varepsilon)r'_1\beta - \tilde{\theta}_{11}\beta_2}{P(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})} \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} (1-V_2^2) sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_1 r \right] = (\theta_{10} - \theta_{ec}) \frac{W_1(p)}{\varphi_1(p)} \quad (7.72)
\end{aligned}$$

Rezolvarea ecuațiilor (7.37) și (7.38) va fi prezentată astfel:

$$\begin{aligned}
t_{L2}(r, p) - \frac{t_2(0)}{p} - \frac{Q}{\rho_2 c_{q2} p^2} &= \left\{ \frac{-(t_c - t_0) \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2\beta_2}{\alpha_2} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})} + \right. \\
& \left. + \frac{\frac{Q}{\rho_2 c_q} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12} P} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})} \right\} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} + \\
& \left\{ \frac{(t_c - t_0) \tilde{P}_{12} - \frac{(1-\varepsilon)r'_2\beta_2 \tilde{P}_{22}}{\alpha_2} (\theta_{20} - \theta_{2ec}) - (\theta_{20} - \theta_{2ec}) \tilde{\theta}_{12} - \frac{Q \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{12}}{\rho_2 c_{q2} p}}{p(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})} \right\} \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_{22}}{r}
\end{aligned}$$

$$K_{02} = \frac{\rho}{c_q} \frac{\theta_0 - \theta_p}{t_c - t_0}$$

$$V_{L2}(r, p) - \frac{rt_2(0)}{p} = (t_c - t_0) \left\{ \frac{\frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2\beta_2}{\alpha_2} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\frac{Q}{\rho_2 c_{q2}} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{(t_c - t_0)} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} \left. \begin{aligned} & sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r + \frac{P_{12} - \frac{(1-\varepsilon)\beta_2 \tilde{P}_{22} c_{q2}}{\alpha_2} K_{02} - \frac{c_{q2}}{\rho_2} \tilde{\theta}_{12} K_{02}}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r - \\ & - \frac{Qr(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})}{\rho_2 c_{q2} P^2(t_c - t_0)} sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r \end{aligned} \right\} + \frac{Q(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} = (t_c - t_0) \frac{T_2(p)}{\varphi_2(p)} \quad (7.73)
\end{aligned}$$

Introducem în ecuația (7.38), (7.57) și (7.66):

$$\begin{aligned}
Q_{L2}(r, p) - \frac{\theta_2(0)}{p} &= \frac{-(t_c - t_0) \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2 \beta_2}{\alpha_2} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} (1 - V_1^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q1}}} V_2 r}{r} + \\
& + \left\{ \frac{(t_c - t_0) P_{12} - \frac{(1-\varepsilon)r_2 \beta_2 P_2}{\alpha_2} (\theta_{20} - \theta_{2p}) - (\theta_{20} - \theta_{2p}) \tilde{\theta}_{12}}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} - \frac{\frac{\theta_{12} P_{12} \tilde{\theta}_{12}}{\rho_2 c_{q2} P}}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} \right\} \frac{c_{q2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} \quad (7.74)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{r\theta_2(0)}{p} - U_{L2}(r, p) &= (\theta_{20} - \theta_{2ec}) * \left\{ \frac{\frac{c_{q2}}{\rho K_{02}} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2 \beta_2}{\alpha_2} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} * \right. \\
& * \frac{c_{q2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} + \frac{-\frac{c_{q2}}{\rho K_{02}} P_{12} + \frac{(1-\varepsilon)r_2 \beta_2 P_2}{\alpha_2} + \tilde{\theta}_{12} + \frac{Q\tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{12}}{\rho_2 c_{q2} P(\theta_{02} - \theta_{2ec})}}{P(\tilde{P}_{22} \tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12} \tilde{\theta}_{22})} * \\
& \left. * \frac{c_{q2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T2}} (1 - V_2^2) \frac{sh \sqrt{\frac{p}{a_{q2}}} V_2 r}{r} \right\} = (\theta_{20} - \theta_{2ec}) \left(\frac{W_2(p)}{\varphi_2(p)} \right)
\end{aligned}$$

Numărătorul și numitorul ecuațiilor (7.73), (7.74), (7.69), (7.72) prezintă polinoame generalizate referitor la p . Trecerea de la descriere la original, cu excepția rădăcinii nule, poate fi efectuată după teoria simplă de descompunere.

Găsim rădăcinile $\psi_1(p)$:

$$\psi_1(p) = p(\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11})$$

avem $p = p_0 = 0$ rădăcina nulă:

$$(\tilde{\theta}_{11}\tilde{P}_{21} - \tilde{\theta}_{21}\tilde{P}_{11}) = 0 \quad (7.75)$$

Scriem în ecuația (75) funcția trigonometrică hiperbolică și notăm $i\sqrt{\frac{p}{a_q}}R$ prin μ .

$$P_n = -\frac{a_q\mu_n^2}{R^2}$$

μ_n îl determinăm din ecuația:

$$\theta_{j1}P_{j1} - \theta_{jn2}P_{j2} = 0 \quad (7.76)$$

$$\theta_{j1} = -v_{j1}(\lambda_{q1} - \lambda_{q2})\mu_{n1} \cos v_{j1}\mu_{n1} + (\lambda_{q1} - \lambda_{q2})\mu_{n1} \sin v_{j1}\mu_{n1} + \frac{(1-\varepsilon)\beta_1 c_{q1}}{\varepsilon_1 c'_t} (1-v_{j1}^2) \sin v_{j1}\mu_{n1} \quad (7.77)$$

$$P_{j1} = (\beta_1 - \beta_2) \frac{c_{q1}}{\varepsilon_1 r'_1 c'_{t1}} (1-v_{j1}^2) \sin v_{j1}\mu_{n1} \quad (7.78)$$

Transformarea finală o efectuăm pentru al doilea strat:

$$\theta_{j2} = \frac{l}{Bi} v_{j2} \cos v_{j2}\mu_{n2} - \sin v_{j2}\mu_{n2} - (1 + K_2(1-v_{j1}^2)) \sin v_{j2}\mu_{n2} \quad (7.79)$$

$$P_{j2} = -\left(\frac{\delta_2}{Bim_2 Fe} (1-v_{j2}^2) + \frac{\delta_2}{Bim_2 R_2} \right) \mu_{n2} v_{j2} \cos v_{j2}\mu_{n2} + \left(\frac{\delta_2}{Bim_2 Fe R_2} + \frac{\lambda_{m2}\delta_2}{R_2^2} + \frac{\delta(1-v_{j2})}{Fe} \right) \sin v_{j2}\mu_{n2} \quad (7.80)$$

Adică descrierea originală o scriem în forma:

$$L^{-1}\left[\frac{T_1(p)}{\psi_1(p)}\right] = \frac{T_{01}(0)}{\psi'_{01}(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_1(p_n)}{\psi'_1(p_n)} \exp(p_{n_1} \tau) \quad (7.81)$$

$$L^{-1}\left[\frac{W_1(p)}{\psi_1(p)}\right] = \frac{W_{01}(0)}{\psi'_{01}(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{W_1(p_n)}{\psi'_1(p_n)} \exp(p_{n_1} \tau) \quad (7.82)$$

$$L^{-1}\left[\frac{T_2(p)}{\psi_2(p)}\right] = \frac{T_{02}(0)}{\psi'_{02}(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{T_2(p_n)}{\psi'_2(p_n)} \exp(p_{n_2} \tau) \quad (7.83)$$

$$L^{-1}\left[\frac{W_2(p)}{\psi_2(p)}\right] = \frac{W_{02}(0)}{\psi'_{02}(0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{W_2(p_n)}{\psi'_2(p_n)} \exp(p_{n_2} \tau) \quad (7.84)$$

Termenul nul al ecuației îl scriem astfel: $\lim \frac{T_0(0)}{\psi'_0(0)} = r$

Pentru celelalte rădăcini:

$$\psi'_1(p_{n_1}) = \frac{\mu_{n_1}}{2R_1^2} \psi_{n_1} \quad (7.85)$$

$$\psi'_2(p_{n_2}) = \frac{\mu_{n_2}}{2R_2^2} \psi_{n_2} \quad (7.86)$$

unde: $\psi_{n_{1,2}} = v_1 P_{in_2} A_{in_1} + v_2 \theta_{in_1} B_{in_2} - v_2 P_{in_1} A_{in_2} - v_1 \theta_{in_2} B_{in_1} \quad (7.87)$

$$A_{1nj} = v_{j1} (\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \mu_{n_1} \sin v_{j_1} \mu_{n_1} + ((\lambda_{q_1} - \lambda_{q_2}) \mu_{n_1} + \frac{(1-\varepsilon) \beta_1 c_{q_1}}{\varepsilon_1 c'_i} (1 - v_{j1}^2)) \cos v_{j_1} \mu_{n_1} \quad (7.88)$$

$$B_{1nj} = (\beta_1 - \beta_2) \frac{c_{q_1}}{\varepsilon_1 r'_i c'_{i1}} (1 - v_{j1}^2) \cos v_{j1} \mu_{n_1} \quad (7.89)$$

$$A_{2nj} = -\frac{1}{Bi} v_{j2} \sin v_{j_2} \mu_{n_2} + (1 + (1 + K_2 (1 - v_{j1}^2))) \cos v_{j_2} \mu_{n_2} \quad (7.90)$$

$$B_{2nj} = \left(\frac{\delta_2}{Bim_2 Fe} (1 - v_{j2}^2) + \frac{\delta_2}{Bim_2 R_2} \right) \mu_{n_2} v_{j2} \sin v_{j2} \mu_{n_2} + \left(\frac{\delta_2}{Bim_2 Fe R_2} + \frac{\lambda_{m_2} \delta_2}{R_2^2} + \frac{\delta(1 - v_{j2})}{Fe} \right) \cos v_{j2} \mu_{n_2} \quad (7.91)$$

Rezolvarea sistemului de ecuații (7.81) - (7.82), (7.83) - (7.84) conform metodei descrise în literatură [63,66] permite soluționarea finală a sarcinii.

Adică, rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale pentru schimbul de masă și căldură are următoarea formă:

- pentru stratul interior:

$$\frac{t_1(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n11} \frac{\sin v_{12} \mu_{n1} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - C_{n12} \frac{\sin v_{11} \mu_{n1} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - \frac{C_{n13}}{r} \right) \exp(-\mu_{n1}^2 Fo_1) \quad (7.92)$$

$$\frac{U_{01} - U(r, \tau)}{U_{01} - U_{1p}} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n12}^* (1 - v_{11}^2) \frac{\sin \mu_{n1} v_{11} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - C_{n11}^* (1 - v_{12}^2) \frac{\sin \mu_{n1} v_{12} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} \right) \exp(-\mu_{n1}^2 Fo_1) \quad (7.93)$$

- pentru stratul exterior:

$$\frac{t_2(r, \tau) - t_0}{t_c - t_0} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n21} \frac{\sin v_{22} \mu_{n2} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - C_{n22} \frac{\sin v_{21} \mu_{n2} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - \frac{C_{n23}}{r} \right) \exp(-\mu_{n2}^2 Fo_2) \quad (7.94)$$

$$\frac{U_{02} - U(r, \tau)}{U_{02} - U_{2p}} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n22}^* (1 - v_{21}^2) \frac{\sin \mu_{n2} v_{21} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - C_{n21}^* (1 - v_{22}^2) \frac{\sin \mu_{n2} v_{22} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} \right) \exp(-\mu_{n2}^2 Fo_2) \quad (7.95)$$

$$C_{n11} = \frac{\tilde{\theta}_{12} \beta_1 \left(1 - (1 - \varepsilon) r_1' \frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}} \right) - \tilde{\theta}_{21} \beta_2 - \frac{1}{\tilde{\theta}_{11}} (1 - \varepsilon_1) r_1 \beta_1 (\tilde{P}_{21} \tilde{\theta}_{11} - \tilde{\theta}_{21} \tilde{P}_{11})}{\mu_{n1} \psi_{1n}} \quad (7.96)$$

$$C_{n_{12}} = \frac{\tilde{P}_{11}(1-\varepsilon)r'_1\beta_1 - \tilde{\theta}_1\beta_1 + \tilde{\theta}_{11}\beta_2}{\mu_n\psi_{1n}} \quad (7.97)$$

$$C_{n_{13}} = \frac{Q(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21})}{\rho c_{q_1}\mu_n\psi_{1n}} \quad (7.98)$$

$$C_{n_{12}}^* = \frac{\tilde{\theta}_{21}\beta_2 + (1-\varepsilon_1)r'_1\beta_1(\tilde{P}_{21}\tilde{\theta}_{11} - \tilde{P}_{11}\tilde{\theta}_{21}) - \tilde{\theta}_{21}\beta_1(1-\varepsilon)r'_1\frac{\tilde{P}_{11}}{\tilde{\theta}_{11}}}{\tilde{\theta}_{11}\mu_n\psi_{1n}} \quad (7.99)$$

$$C_{n_{11}}^* = \frac{-\tilde{\theta}_{11}\beta_1 + \tilde{P}_{11}(1-\varepsilon)r'_1\beta + \tilde{\theta}_{11}\beta_2}{\mu_n\psi_{1n}} \frac{c_{q1}}{\varepsilon'_1 r'_1 c_{T1}} \quad (7.100)$$

$$C_{n_{21}} = \frac{\frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}}(\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2\beta_2}{\alpha_2(t_c - t_0)}\frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}}(1 - \tilde{P}_{12})}{\mu_n\psi_{n2}} + \frac{\frac{Q}{\rho_2 c_{q2}(t_c - t_0)}\frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}}P(1 - \tilde{P}_{12})}{\mu_n\psi_{n2}} \quad (7.101)$$

$$C_{n_{22}} = \frac{-P_{12} + \frac{(1-\varepsilon)\beta_2\tilde{P}_{22}}{\alpha_2} \frac{c_{q2}}{\rho_2} K_{02} + \frac{c_{q2}}{\rho_2} \tilde{\theta}_{12} K_{02}}{\mu_n\psi_{n2}} + \frac{Qr(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})}{\rho_2 c_{q2} p^2 (t_c - t_0)\mu_n\psi_{n2}} \quad (7.102)$$

$$C_{n_{23}} = -\frac{Q(\tilde{P}_{22}\tilde{\theta}_{12} - \tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{22})}{\rho_2 c_{q2} p^2 (t_c - t_0)\mu_n\psi_{n2}} \quad (7.103)$$

$$C_{n_{22}}^* = \frac{\frac{c_{q2}}{\rho K_{02}} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (\tilde{P}_{12} + 1) + \frac{(1-\varepsilon)r_2\beta_2}{\alpha_2(\theta_{20} - \theta_{2p})} \frac{\tilde{\theta}_{22}}{\tilde{\theta}_{12}} (1 - \tilde{P}_{12})}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T2}\mu_n\psi_{n2}} \quad (7.104)$$

$$C_{n21}^* = \frac{\frac{c_{q2}}{\rho K_{02}} P_{12} - \frac{(1-\varepsilon)r_2\beta_2 P_2}{\alpha_2} - \tilde{\theta}_{12} - \frac{Q\tilde{P}_{12}\tilde{\theta}_{12}}{\rho_2 c_{q2} p(\theta_{02} - \theta_{2ec})}}{\mu_n \mathcal{V}_{n2}} \frac{c_{q2}}{\varepsilon'_2 r'_2 c_{T2}} \quad (7.105)$$

$$Fo - \text{criteriul Furie, } Fo = \frac{a_q \tau}{R^2}$$

μ_n - rădăcina ecuației caracteristice, care poate fi determinată după metodele descrise în literatura [66].

7.2 Verificarea modelului matematic la compatibilitate

Modelul matematic de schimb de temperatură și umiditate în timp și după coordonate necesită verificarea la adecvare, ceea ce corespunde curbelor experimentale de temperatură și curbelor umidității de uscare a fructelor de cătină.

Verificarea la procesul de corelație se efectuează cu ajutorul criteriului statistic Fisher. Pentru aceasta, găsim temperatura și umiditatea medie a sferei coaxiale în întreg volum ca funcție integrând ecuația după rază.

$$\bar{t}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r t(r, \tau) dr \quad (7.106)$$

$$\bar{U}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r U(r, \tau) dr \quad (7.107)$$

Folosind datele transformate din ecuațiile (7.92) - (7.95) obținem pentru:

- stratul interior:

$$\bar{t}_1(\tau) = \frac{3}{R_1^3} \int_0^{R_1} t_c dr - \frac{3}{R_1^3} \int_0^{R_1} (t_c - t_{01}) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n11} \frac{\sin \nu_{12} \mu_{n1} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - C_{n12} \frac{\sin \nu_{11} \mu_{n1} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - \frac{C_{n13}}{r} \right) \exp(-\mu_{n1}^2 Fo_1) dr \quad (7.108)$$

$$\bar{U}_1(\tau) = \frac{3}{R_1^3} \int_0^{R_1} U_{1ec} dr + \frac{3}{R_1^3} \int_0^{R_1} \left[(U_{01} - U_{1ec}) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n12}^* (1 - \nu_{11}^2) \frac{\sin \mu_{n1} \nu_{11} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} - C_{n11}^* (1 - \nu_{12}^2) \frac{\sin \mu_{n1} \nu_{12} \frac{r}{R_1}}{\frac{r}{R_1}} \right) \exp(-\mu_{n1}^2 Fo_1) \right] dr \quad (7.109)$$

- stratul exterior:

$$\bar{t}_2(\tau) = \frac{3}{R_2^3} \int_0^{R_2} t_c dr - \frac{3}{R_2^3} \int_0^{R_2} \left[(t_c - t_{02}) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n21} \frac{\sin \nu_{22} \mu_{n2} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - C_{n22} \frac{\sin \nu_{21} \mu_{n2} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - \frac{C_{n23}}{r} \right) \exp(-\mu_{n2}^2 Fo_2) \right] dr \quad (7.110)$$

$$\bar{U}_2(\tau) = \frac{3}{R_2^3} \int_0^{R_2} U_{2ec} dr + \frac{3}{R_2^3} \int_0^{R_2} \left[(U_{02} - U_{2ec}) \sum_{n=1}^{\infty} \left(C_{n22}^* (1 - \nu_{21}^2) \frac{\sin \mu_{n2} \nu_{21} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} - C_{n21}^* (1 - \nu_{22}^2) \frac{\sin \mu_{n2} \nu_{22} \frac{r}{R_2}}{\frac{r}{R_2}} \right) \exp(-\mu_{n2}^2 Fo_2) \right] dr \quad (7.111)$$

Pentru rezolvarea ecuațiilor (7.98) – (7.111) se folosește formula [44]:

$$\int x \sin x dx = \sin x - x \cos x \quad (7.112)$$

care în final permite a obține forma generală a soluției sistemului de ecuații dat.

$$T_1 = C_{11} + A_{11} e^{B_{11}\tau} \quad (7.113)$$

$$U_1 = C_{12} + A_{12} e^{B_{12}\tau} \quad (7.114)$$

$$T_2 = C_{21} + A_{21} e^{B_{21}\tau} \quad (7.115)$$

$$U_2 = C_{22} + A_{22} e^{B_{22}\tau} \quad (7.116)$$

unde:

$$A_{11} = (t_c - t_{01}) [C_{n11} (\sin \nu_{12} \mu_{n1} - \nu_{12} \mu_{n1} \cos \nu_{12} \mu_{n1}) - C_{n12} (\sin \nu_{11} \mu_{n1} - \nu_{11} \mu_{n1} \cos \nu_{11} \mu_{n1}) - C_{n13} \ln R_1] \quad (7.117)$$

$$A_{12} = (U_{01} - U_{ec1}) \left[C_{n11}^* (1 - v_{11}^2) (\sin v_{11} \mu_{n1} - v_{11} \mu_{n1} \cos v_{11} \mu_{n1}) - C_{12}^* (1 - v_{12}^2) (\sin v_{12} \mu_{n1} - v_{12} \mu_{n1} \cos v_{12} \mu_{n1}) \right] \quad (7.118)$$

$$A_{21} = (t_c - t_{02}) \left[C_{n21} (\sin v_{22} \mu_{n2} - v_{22} \mu_{n2} \cos v_{22} \mu_{n2}) - C_{n22} (\sin v_{21} \mu_{n2} - v_{21} \mu_{n2} \cos v_{21} \mu_{n2}) - C_{n23} \ln R_2 \right] \quad (7.119)$$

$$A_{22} = (U_{02} - U_{ec2}) \left[C_{n21}^* (1 - v_{22}^2) (\sin v_{22} \mu_{n2} - v_{22} \mu_{n2} \cos v_{22} \mu_{n2}) - C_{22}^* (1 - v_{21}^2) (\sin v_{21} \mu_{n2} - v_{21} \mu_{n2} \cos v_{21} \mu_{n2}) \right] \quad (7.120)$$

Prin prelucrarea statistică a datelor experimentale au fost obținuți coeficienții numerici ce intră în componența ecuațiilor (7.113)-(7.116).

Pentru semințele cătinii, ecuația temperaturii va fi următoarea:

$$T_1 = 12 + 19.1_{11} e^{0.0069\tau} \quad (7.121)$$

În figura 1 este prezentat graficul temperaturilor, construit după datele experimentale și graficul temperaturilor, obținut prin calcule conform modelului propus. Verificarea modelului la procesul de adevcare se efectuează cu ajutorul criteriului statistic Fisher [15,24], pentru cazul nostru constituind 2,313, care este mai mare decât valoarea tabelară, care pentru nivelul ales $q=5\%$ este egală cu 2,24. Reieșind din aceasta, se poate conchide că ecuația prezentată descrie adecvat procesul dat.

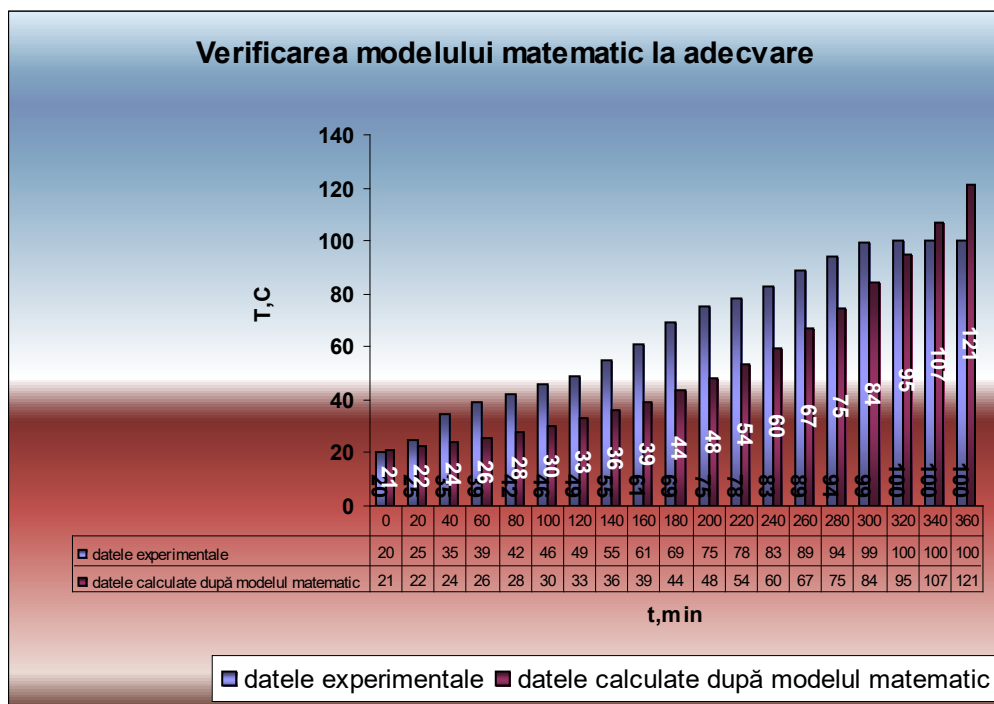


Fig. 1. Curbele de temperatură a semințelor cătinii albe la uscare cu aplicarea convecției +UHF

Schimbarea umidității în timp în partea interioară a fructelor de cătină se descrie de ecuația:

$$U_1 = -12.2 + 64.2e^{-0.0043\tau} \quad (7.122)$$

În figura 2 sunt prezentate datele experimentale și cele calculate după modelul matematic.

Verificarea la adecvare a demonstrat, că ecuația dată are sens ($F=2,12$).

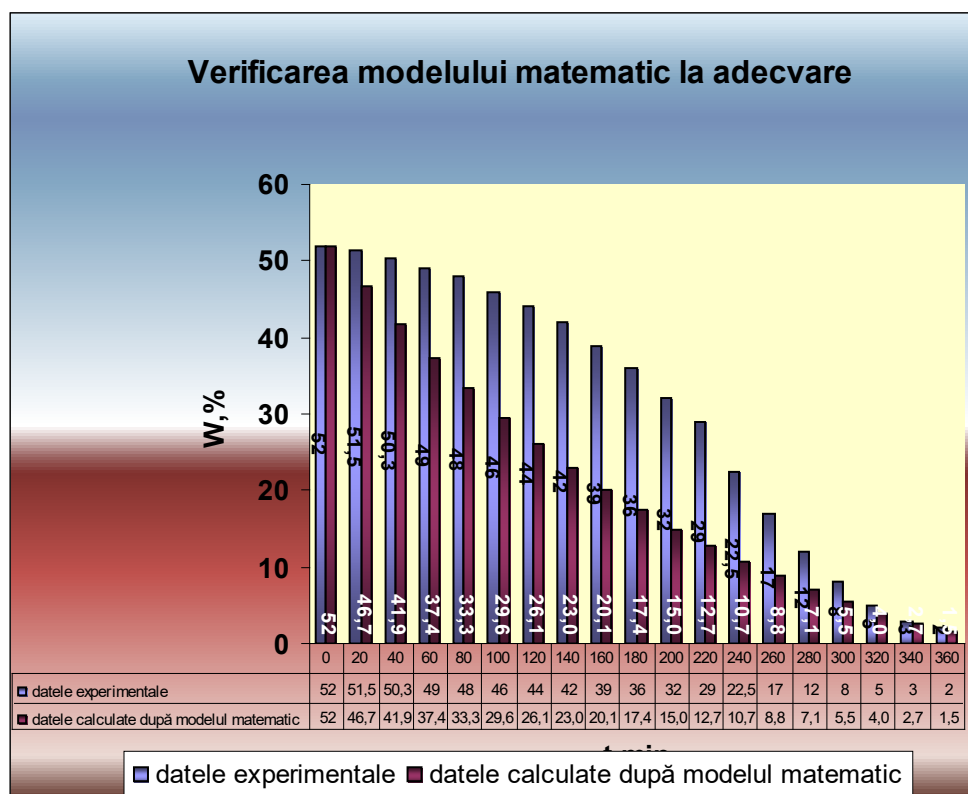


Fig. 2. Curbele de uscare a semințelor de cătină albă la uscare cu aplicarea convecției + UHF

Analogic, prezentăm ecuația pentru partea exterioară (pulpa) a cătinii. Temperatura se determină prin ecuația:

$$T_2 = 20 + 15_{11}e^{0.0058\tau} \quad (7.123)$$

În figura 3 este prezentată aproximarea punctelor experimentale (1) și cele obținute de ecuația regresiei (2). Criteriul Fisher în acest caz, este 2,25, care este mai mare decât în table.

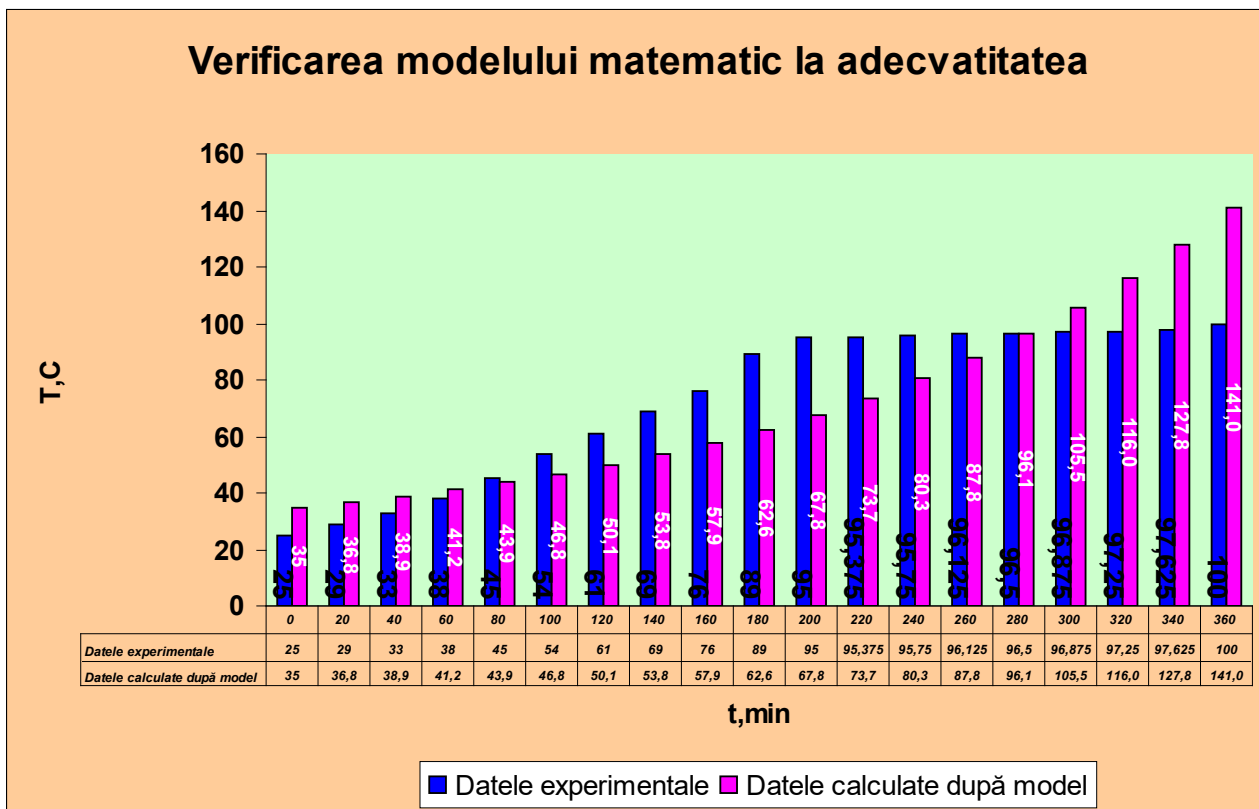


Fig. 3. Curbele de temperatură a pulpei de cătină albă la uscare cu aplicarea convecției + UHF

În procesul de deshidratare, umiditatea în miez poate fi determinată în timp după ecuația:

$$U_2 = -7 + 95e^{0,0044t} \quad (7.124)$$

Figura 4 prezintă adecvarea modelului obținut, evidențiind că criteriul Fisher în cazul dat este egal cu 11,039.

Astfel se poate conchide că modelul matematic pentru temperatură și umiditate obținut, pentru produse cu straturi multiple, va descrie adecvat procesul de uscare, adică după model se poate determina temperatura și umiditatea fructelor de cătină în orice moment de timp, care va permite optimizarea procesului de deshidratare.

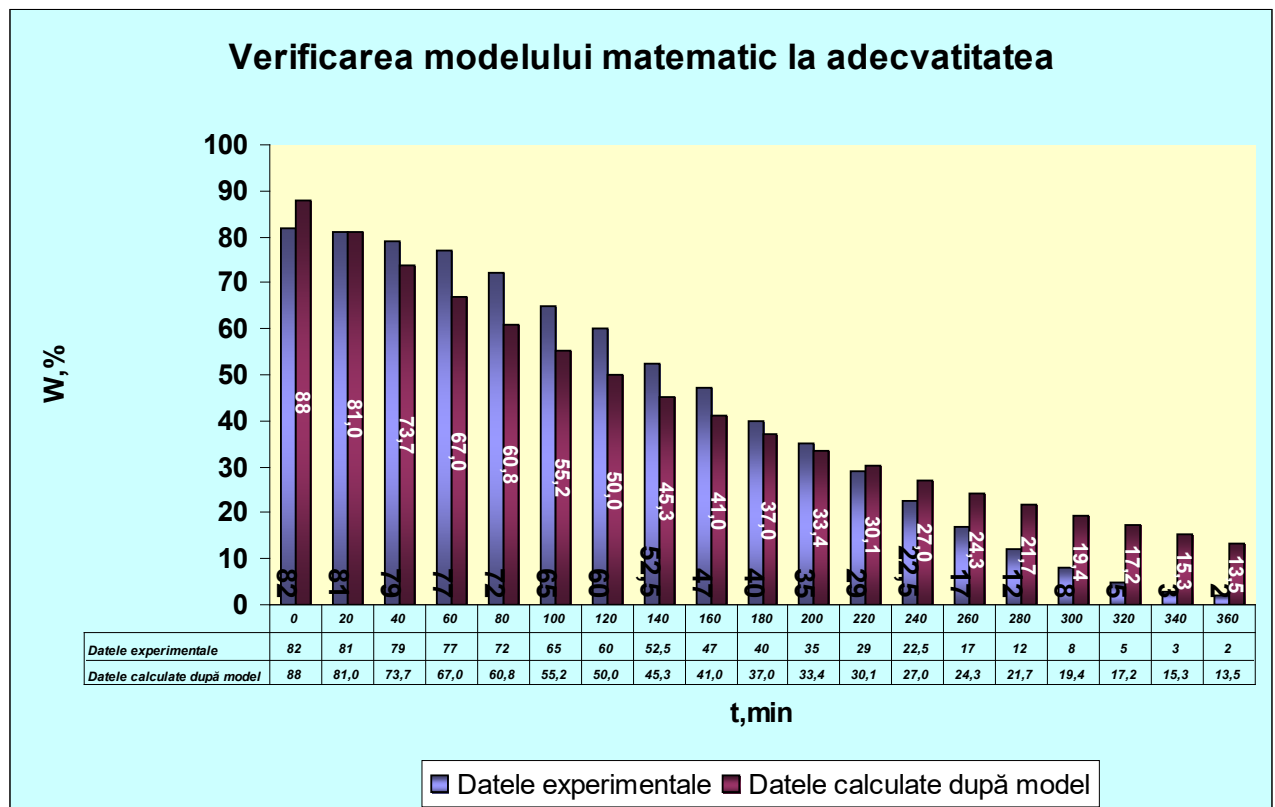


Fig. 4. Curbele de uscare a pulpei de cătină albă la uscare cu aplicarea convecției + UHF

7.3 Realizarea tehnică a procesului de uscare a cătinii albe cu aplicarea UHF

Pe baza cercetărilor efectuate, a fost propusă construcția instalației pentru uscarea cătinii cu aplicarea aportului de căldură combinat - convecție +UHF.

Proiectul schiță a acestei instalații este prezentat în figura 5.

Instalația constă din trei părți constructive de bază – încărcător, transmițător și uscătorie de tip tobă. Încărcătorul prezintă un buncăr - alimentator confecționat din foaie din oțel inoxidabil cu grosimea de 2 mm, marca X18H10T. Buncărul este executat în formă de o piramidă secționată, însă unghiul de înclinare a pereților laterali este ales reieșind din condițiile creării puterii de frecare între pereți și cătina amestecată gravitațional. În partea superioară a buncărului de alimentare este amplasat un amestecător. Amestecătorul prezintă un arbore amplasat între două fusuri rigizi întăriți de corpul buncărului. În fiecare fus sunt montați rulmenți mobili elaborați în formă de două bucușe de bronz. În acest fel, arborele amestecătorului se rotește în doi rulmenți – suport. În scopul creării efectului de amestecare a cătinii la rotirea arborelui, pe suprafața lui sunt fixate la un anumit pas rigolete executate din plăci de foi inoxidabile. Alături stau fixate una de alta pe arbore, diametral opus, suprafețe plane.

În partea inferioară a buncărului – alimentator este amplasat transportorul elicoidal. Transportorul elicoidal (melc) este executat mixt, în formă de un complex din două elemente. Unul din elemente este suprafața elicoidală, formată din două capete strânse unul cu altul, fiecare dintre ele având câte un segment alăturat. Al doilea

element este arborele, pe care, prin metoda întinderii strânse se prinde suprafața elicoidală.

Calculul melcului se efectuează reieșind din productivitatea lui (kg/h) care se determină din expresia :

$$P = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} \cdot \frac{S \cdot n}{60} \cdot \rho \cdot \varphi, \quad (7.125)$$

unde: D,d – diametrele, corespunzător, al melcului și al arborelui, m;

S – pasul melcului, m;

n – frecvența de rotire a melcului, min⁻¹;

ρ – masa volumetrică a cătinii, kg/m³;

φ – coeficientul de umplere a spațiului melcului (se aplică =0,8).

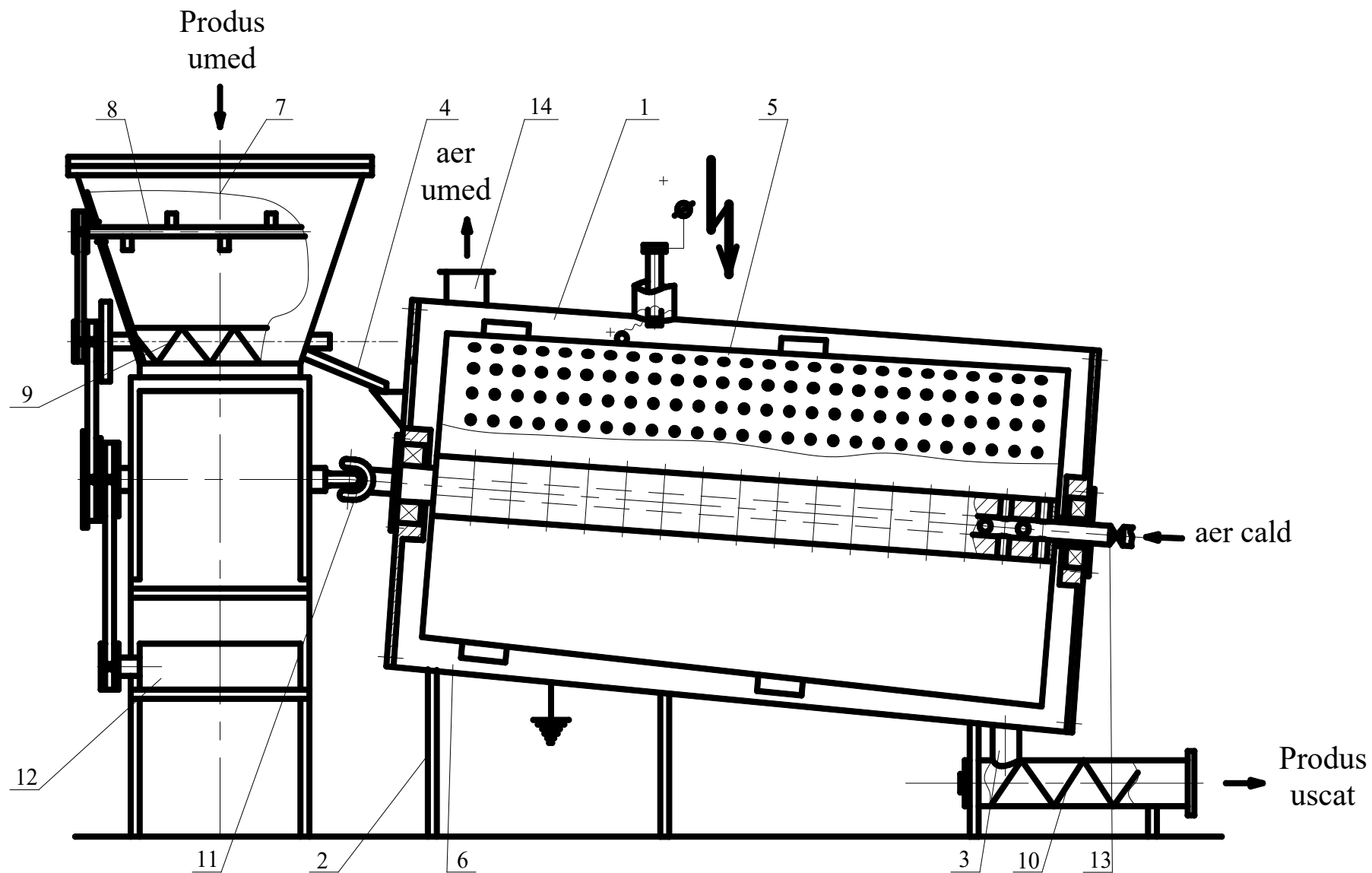


Fig. 5. Instalația pentru uscarea cătinii albe cu aplicarea căldurii combinate convecție +UHF

Rotirea arborelui melcului se realizează de asemenea în doi rulmenți mobili. Baza buncărului alimentator este executată în formă de jgheab, dimensiunile cărui corespund proporțiilor melcului de alimentare. Suportul de rulmenți mobili, în scopul protejării lor de nimerirea materialelor străine și sucului de cătină, sunt protejați cu o garnitură de etanșare din părțile de contact cu cătina.

Din buncărul alimentator, cătina urmând cursul stabilit, trece în uscătoria tip tobă.

Uscătoria tip tobă prezintă un cilindru amplasat orizontal cu un unghi mic de înclinare față de orizont. Toba este executată din oțel inoxidabil de marca X18H10T. Ea este fixată în cadru executat din colțar laminat în profil. Toba, în punctele diametrice de fixare este dotată cu două capete de țevă. Țeava cu diametrul mai mic este amplasată în partea de jos a instalației, fiind destinată pentru evacuarea din instalație a produsului uscat. Țeava cu diametrul mai mare este amplasată în partea sa superioară și se folosește pentru evacuarea aburului format (aerului umed).

Pe axa tobei este amplasat un cilindru rotativ perforat. Rotirea cilindrului se realizează pe baza arborelui gol prins rigid de tobă. Între tobă și cilindrul perforat este joc inelar.

Fixarea rigidă a arborelui cu trunchiul de con perforat se efectuează prin flanșa frontală.

Transmisia de rotire a arborelui se realizează pe baza articulației mobile care este legată cu transmisia de bază a instalației.

Cilindrul perforat este executat în formă de trunchi de con. Astfel, jocul coaxial apărut între două cilindre (cel exterior toba și cilindrul perforat) are după lungimea tobelor o intersecție variabilă. În plus valoarea maximală a intersecției jocului coaxial corespunde zonei de încărcare, iar cea minimală zonei de descărcare.

Suprafața laterală a cilindrului interior este obținută în urma încovoierii foi metalice executată din alamă. Dimensiunile și forma orificiilor tobei perforate se stabilește în corelație cu dimensiunile geometrice ale cătinii, astfel încât:

1. să excludă posibilitatea trecerii libere a cătinii prin orificii.;
2. să aibă pierderi minime de substanțe folositoare;
3. să treacă liber prin orificii agentul de uscare.

Pe suprafața laterală a tobei perforate, sunt fixate, plăci la un anumit pas, care formează o suprafață elicoidală. Astfel, plăcile amplasate sub unghi față de axa de rotire a tobei, crează nu doar efectul de amestecare, dar și deplasarea produsului către mecanismul de descărcare a camerei de uscare.

Câmpul electromagnetic de frecvență înaltă se formează între învelișurile, așa numitului condensator coaxial. În calitate de înveliș interior, adică „+”, servește suprafața exterioară a cilindrului perforat, iar pentru cel exterior, adică „-”, servește suprafața interioară a cilindrului exterior. Alimentarea instalației cu curent de frecvență înaltă se realizează de la generatorul UHF, prin ghidul de unde coaxial.

Intensitatea câmpului electric (E), ce apare în jocul inelar se determină după formulă :

$$E = \frac{U}{r \cdot \ln \frac{D}{d}}, \quad (7.126)$$

unde: U – tensiunea pe căptușeala condensatorului coaxial, V;
 D, d – corespunzător, diametrul interior al tobei exterioare și diametrul exterior al cilindrului perforat, m;
 r - distanța dintre tobă și cilindrul perforat, m.

Din formula (7.126) se vede că r are valoare schimbătoare, deci și E , de asemenea, va fi o mărime schimbătoare. Modificarea intensității câmpului electric are loc de la punctul de intrare a produsului în toba de uscare până la ieșirea lui. Astfel, dacă luăm în considerație că valoarea r se micșorează după lungimea tobei în direcția ieșirii produsului uscat, atunci și intensitatea câmpului electric sporește, de asemenea, în direcția ieșirii.

În așa fel, valoarea căldurii emanate la prelucrarea cu curenți de frecvență înaltă sporește pe măsura ieșirii cătinii uscate.

Rotirea cilindrului perforat se realizează cu ajutorul transmisiei 12.

Transmisia constă din motor electric, reductor și trei perechi de curele trapezoidale.

Arborele motorului electric, prin intermediul transmisiei prin curea trapezoidală, transmite mișcări de rotație reductorului melcat. Mișcarea de rotație a arborelui roții melcate se transmite, prin intermediul curelei trapezoidale, asupra arborelui de rotire a cilindrului perforat. De la acelaș arbore prin intermediul a două trepte de perechi de transmisii trapezoidale, amplasate mai jos, se pune în mișcare arborele melcului transportator 9 și arborele amestecătorului 8.

Descărcarea cătinii uscate se realizează prin intermediul capătului de țeava 3 amplasat în partea inferioară a tobei metalice 1. Din țeava 3 produsul cu melcul 10 se transportă și se descarcă, cătina uscată se îndreaptă la următoarele operațiuni tehnologice.

Toba de uscare 1 amplasată în rama metalică 2 este executată din colțar în profil.

Bibliografie

1. Bernic M. Contribuții în studiul procesului de uscare a ardeiului iute / Monografia – Ch. : UTM, 2005 – 159 p.
2. Bernic M., Lupașco A. Tarlev V. Mosanu A. Rotari O. The research kinetics of tomatoes drying process using microwave energy. Papers of the International Symposium „Euro-Aliment 2007” 20-21 September 2007, Galati, Romania. p. 105-107
3. Bernic M., Ivanov L. Mașco M. Constanta de amortizare în ghidul de unde rectangular cu material subțire. Materialele conferinței Jubiliare Tehnico-Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților consacrate celei de a 40-a Aniversări a Doctoranturii U.T.M., Vol. II – Chișinău, 17-18 noiembrie 2006, p.
4. Lupașco A., Bernic M., Țislinscaia N., Răducan M. Uscarea cătinii albe în câmp U.H.F. Monografia. Chișinău, Editura Adriga-vis, 2007-202 p.
5. Lupașco A., Bernic M., Țislinscaia N., Răducanu M. Utilizarea câmpurilor electromagnetice în procedeul de uscare a cătinii albe. În catalogul oficial al Expoziției internaționale Specializare „Infoinvent-2004”, Editura AGEPI, Chișinău, 2004, p.40;
6. Lupașco A., Tarlev V., Osoianu Gh. Procedeul de uscare a semințelor de floarea-soarelui prin metode electrofizice. În catalogul oficial al Expoziției internaționale Specializare „Infoinvent-2004”, Editura AGEPI, Chișinău, 2004, p.41;
7. Lupașco A., Răducanu M., Balmuș I. Influence of frequency of electromagnetic field upon the electrophysical capability of the sea-buckthorn. Proceedings of International Conference “Agricultural and Food Sciences, Processes and Technologies”, 12-13 May 2005, “Lucian Blaga” Universiti of sibiu, 2005, p.295-299.
8. Lupașco A., Bernic M., Țislinscaia N., Răducanu M. Utilizarea câmpurilor electromagnetice în procedeul de uscare a cătinii albe. În catalogul oficial al Expoziției internaționale Specializare „Infoinvent-2004”, Editura AGEPI, Chișinău, 2004, p.40;
9. Lupașco A., Tarlev V., Osoianu Gh. Procedeul de uscare a semințelor de floarea-soarelui prin metode electrofizice. În catalogul oficial al Expoziției internaționale Specializare „Infoinvent-2004”, Editura AGEPI, Chișinău, 2004, p.41;
10. Lupașco A., Bernic M., Țislinscaia N., Răducan M. Uscarea cătinii albe în câmp S.H.F. Monografie „Adriga-vis.” Chișinău, 2007, 201 p.
11. Lupașco A. Tarlev V. Dicusar G. Bernic M., Moșanu A. Oxana R. Procedeul de uscare a tomatelor cu aplicarea microundelor. Materialele conferinței Jubiliare Tehnico-Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților consacrate celei de a 40-a Aniversări a Doctoranturii U.T.M., Vol. II – Chișinău, 17-18 noiembrie 2006, p. 25-26.
12. Tarlev V. Lupașco A. Bernic M., Mosanu A. Rotari O. Zanosiev O. Cazacu O. The process of eggplant drying using microwave energy. Papers of the International Symposium „Euro-Aliment 2007” 20-21 September 2007, Galati, Romania. p. 109-111

13. Țislinscaia N. Metodele de uscare a măceșului. Monografia. Chișinău: ITA, 2007- 92 p
14. Țislinscaia N., Răducan M. Descrierea matematică a procesului de uscare a cătinii albe prin convecție și UȘF Intelectus, Nr. 1- Chișinău, 2006
15. Țislinscaia N., Bernic M. Modelarea și optimizarea proceselor tehnologice/ Curs de prelegeri : Chișinău: UTM, 2007- 73 p.
16. Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N. Transport Phenomena. New York: Wiley, 1960. XXI,780 p
17. Crank J. The Mathematics of Diffusion. Oxford: Clarendon, 1975. IX, 414 p.
18. Handbook of Heat and Mass Transfer Operations / Ed.: N.P. Cheremisinoff. Houston: Gulf. Publ.,1986. XIV, 1456 p.
19. Konovalov V.I., Gatapova N.Z., Kudra T. Drying of liquid dispersions – a unified approach to kinetics and modeling // Drying Technology – An Intern. Journal (New York). 2003. Vol. 21, No. 6. Pp. 1029 – 1047.
20. Perry's Chemical Engineering Handbook. 7th Edition / Eds. R.H. Perry, D.W. Green, J.O. Maloney. New York: Mc Graw Hill, 1997. 2624 p.
21. Reid R.C., Prausnitz J.M., Poling B.E. The Properties of Gases and Liquids: 4th Ed. New York: McGraw Hill, 1987. 741 p.
22. Аксельруд Г.А., Альтшулер М.А. Введение в капиллярно-химическую технологию. М.: Химия,1983. 264 с.
23. Аксельруд Г.А., Лысянский В.М. Экстрагирование. Система твердое тело – жидкость. Л.: Химия,1974. 256 с.
24. Андреев А.А., Дудаков В.П., Арзамасцев А.А. Математическое моделирование в среде MathCAD. Тамбов: ТГУ им. Г.Р. Державина, 1999. 44 с.
25. Батунер Л.М., Позин М.Е. Математические методы в химической технике. 6-е изд. Л.: Химия,1971. 824 с.
26. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности: в 2-х частях. М.: Высшая школа,1982. 327 с.
27. Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. Л.: Химия, 1974. 688 с. (Перевод с 5-го изд.1965 г. 1-е америк. изд. 1960 г.)
28. Берник М., Лупашко А., Цислинская Н. Конвективно-высокочастотная сушка семян тыквы. III-я Международной научно-технической конференции «Низкотемпературные и пищевые технологии в XX веке» ноябрь 2007. Санкт-Петербург
29. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. 2-е изд.М.: Наука, 1972. 688 с.
30. Бэррер Р. Диффузия в твердых телах. М.: Издательство, 1948. 504 с.
31. Гинзбург А.С., Громов М.А., Красовская Г.И. Теплофизические характеристики пищевых продуктов: Справочник. 3-е изд. М.: Агропромиздат, 1990. 287 с.
32. Гинзбург А.С., Савина И.М. Массовлагообменные характеристики пищевых продуктов: Справочник. М.: Легпищепром, 1982. 280 с.
33. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене / Под ред. А.А. Гухмана. М., 1958, 598 с.

34. Дворецкий С.И., Егоров А.Ф., Дворецкий Д.С. Компьютерное моделирование и оптимизация технологических процессов и оборудования. Тамбов: ТГТУ, 2003. 224 с.
35. Дильман В.В., Полянин А.Д. Методы модельных уравнений и аналогий в химической технологии. М.: Химия, 1988. 304 с.
36. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Физматгиз, 1961. 320 с.
37. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. Л.: Энергоиздат, 1991. 248 с.
38. Егоров А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами. М.: Наука, 1978. 464 с.
39. Зарубин В.С. Инженерные методы решения задач теплопроводности. М.: Энергоатомиздат, 1983. 328 с.
40. Иванов В.В., Видин Ю.В., Колесник В.А. Процессы прогрева многослойных тел лучисто-конвективным теплом. Ростов н/Д: Изд-во Ростов. ун-та, 1990. 160 с.
41. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. 3-е изд. М.: Энергия, 1975, 486
42. Калинин Э.К., Дрейцер А.Г., Костюк В.В., Берлин И.И. Методы расчета сопряженных задач теплообмена. М.: Машиностроение, 1983. 232 с.
43. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
44. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. 4е изд. М.: Наука, 1971. 576 с.
45. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
46. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии: учебник для вузов. 11-е изд., стереотип. и дораб. М.: Альянс, 2005. 753 с.
47. Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. М.: Высшая школа, 1985. 480 с.
48. Каст В., Кришер О., Райнике Г., Винтермантель К. Конвективный тепло- и массоперенос: Единое описание для течения в каналах и внешнего обтекания тел любой формы и расположения. М.: Энергия, 1980. (Пер. с нем. изд. 1974 г.). 49 с.
49. Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Гурьева Л.Б. Оптимизация теплообменных процессов и систем. М.: Энергоатомиздат, 1988. 192 с.
50. Кирпичев М.В., Михеев М.А. Моделирование тепловых устройств. М.: Изд.-во АН СССР, 1936. 211 с.
51. Кожевников И.Г., Новицкий Л.А. Теплофизические свойства материалов при низких температурах: Справочник. М.: Машиностроение, 1982. 328 с.
52. Коздоба Л.А. Вычислительная теплофизика. Киев: Наукова думка, 1992, 224 с.
53. Козлов В.П. Двумерные осесимметричные нестационарные задачи теплопроводности. Минск: Наука и техника, 1986. 392 с.

54. Кольцова Э.М., Третьяков Ю.Д., Гордеев И.С., Вертегел А.А. Нелинейная динамика и термодинамика необратимых процессов в химии и химической технологии. М.: Химия, 2001. 408 с.
55. Коновалов В.И. Базовые кинетические характеристики массообменных процессов // Журнал прикладной химии. 1986. Т. 56, № 9. С. 2096 – 2107.
56. Коновалов В.И. Расчет кинетики процессов сушки на базе соотношений теплопереноса. Тамбов: ТИХМ, 1978. 32 с.
57. Коновалов В.И., Гатапова Н.Ц. Макрокинетика промышленных процессов // Теор. основы хим. технол. 2004. Т. 38, № 2. С. 123 – 132.
58. Коновалов В.И., Коваль А.М. Пропиточно-сушильное и клеепромазочное оборудование. М.: Химия, 1989. 224 с.
59. Коновалов В.И., Прудник Л.В., Постернак А.Г., Шашков В.Н. Оборудование для охлаждения и усадки профилированных резиновых заготовок. М.: ЦИНТИхимнефтемаш, 1988. 42 с.
60. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М.: Высшая школа, 1970. 712 с.
61. Лупашко А., Цислинская Н., Берник М. Математическое моделирование комбинированной сушки многослойного продукта Международная научно – практическая конференция «Технологические и микробиологические проблемы консервирования и хранения плодов и овощей», посвященная 100-летию со дня рождения В.И.Рогачева.- М., ВНИИКОП, 2007. 321-326 с.
62. Лыков А.В. Теория теплопроводности М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
63. 40. Лыков А.В. Теплообмен: Справочник. 2-е изд. М.: Энергия, 1978. 480с.
64. Лыков А.В. Теория сушки. 2-е изд. М.: Энергия, 1968. 472 с.
65. Лыков А.В., Алексашенко А.А., Алексашенко В.Л. Сопряженные задачи конвективного теплообмена. Минск: Изд. БГУ, 1971. 347 с.
66. Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепло- и массопереноса. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963.
67. Лыков А.В. Явления переноса в капиллярно-пористых телах. М.: Гостехиздат, 1954. 296 с
68. Рудобашта С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой. М.: Химия, 1980. 248 с.
69. Рудобашта С.П., Карташов Э.М. Диффузия в химико-технологических процессах. М.: Химия, 1993. 208 с.
70. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд. М.: Физматлит, 2001.
71. Слэттери Дж. С. Теория переноса импульса, энергии и массы в сплошных средах. М.: Энергия, 1978. 448 с. (Перевод с издания «Slattery J. C. Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua. New York: McGraw-Hill, 1971. 679 p.» См. также америк. переиздания 1978 и 1981 г., а также книги по межфазному переносу «Interfacial Transport Phenomena» 1990 г. и курс явлений переноса «Advanced Transport Phenomena» 1999 г.).
72. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. 3-е изд. М.: Наука, 1987. 492 с.

73. Цислинская Н. Комбинированная сушка многослойного продукта. Международная научно – практическая конференция 11-12 октября 2007г. «Перспективные нано- и биотехнологии в производстве продуктов функционального назначения».- Краснодар, 2007. 254 с.