



Digitally signed by  
Library TUM  
Reason: I attest to the  
accuracy and integrity  
of this document

**Valeriu CERTAN**

# **MECANICA APLICATĂ**

**Chişinău  
Editura "Tehnica-UTM"  
2014**

**CZU 531.8(075.8)**

**C 36**

Prezenta lucrare cuprinde toate capitolele principale din cursul „Mecanica Aplicată”. În manual s-au grupat cunoștințele teoretice și practice atât din cele trei părți ale mecanicii teoretice (statica, cinematica și dinamica) cât și elemente de calcul la rezistență, rigiditate și stabilitate. În fiecare din aceste părți s-a pus accentul mai mult pe explicarea fenomenului fizic, pe stabilirea corectă a teoriei și pe aplicații simple.

Lucrarea se adresează cadrelor tehnice din întreprinderi, studenților și cadrelor didactice și a fost realizată în cadrul departamentului Bazele Proiectării Mașinilor, Universitatea Tehnică a Moldovei.

Autor: *Valeriu Certan*, dr. în șt. tehn., conf. univ., UTM

Recenzenți: *Vasile Rață*, dr. inginer, prof. univ. Universitatea

Ștefan cel Mare, Suceava, România.

*Delia Cerlincă*, dr. inginer, conf. univ., Universitatea

Ștefan cel Mare, Suceava, România.

Descrierea CIP a Camerei Naționale a Cărții

**Certan, Valeriu.**

Mecanica aplicată / Valeriu Certan. – Chișinău: Tehnica-UTM, 2014.- 568 p.

Bibliogr.: p. 561-562 ( 37 tit.). – 100 ex.

ISBN 978-9975-45-328-8.

531.8(075.8)

C 36

---

Bun de tipar 20.11.14.

Formatul hârtiei 60x84 1/16

Hârtie ofset.

Tipar RISO

Coli de tipar 35,5

Comanda nr. 100

---

UTM, 2004, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare și Sfânt, 168

Editura “Tehnica-UTM”

2068, Chișinău, str. Studenților, 9/9

**ISBN 978-9975-45-328-8.**

© UTM, 2014  
© Valeriu Certan

# CUPRINS

<b>Întroducere</b> .....	8
--------------------------	---

## **A. MECANICA SOLIDULUI NEDEFORMABIL**

<b>I. Elemente de statică</b> .....	10
-------------------------------------	----

1.1. Mărimi fundamentale și mărimi derivate .....	10
1.2. Noțiuni și definiții de bază.....	10
1.3. Principiile staticii.....	13
1.4. Sistemul de forțe concurente.....	20
1.5. Momentul forței în raport cu un punct și în raport cu o axă.....	28
1.6. Cuplul de forțe.....	34
1.7. Teorema de bază a staticii.....	46
1.8. Reducerea sistemelor de forțe coplanare.....	55
1.9. Reducerea sistemelor de cupluri.....	58
1.10. Reducerea forțelor paralele.....	59
1.11. Centrul de greutate.....	62
1.12. Statica punctului material, a corpului solid rigid și a sistemelor de corpuri solide rigide.....	67
1.13. Frecarea în tehnică. Echilibru cu frecare.....	72
1.14. Grinzi cu zăbrele.....	79
1.15. Statica firelor.....	87

<b>II. Elemente de cinematică</b> .....	96
-----------------------------------------	----

2.1. Noțiuni și definiții de bază.....	96
2.2. Cinematica punctului material.....	97
2.3. Mișcarea punctului material în diferite sisteme de referință fixe.....	99
2.4. Cinematica rigidului. Mișcări fundamentale.....	105
2.5. Mișcarea plană (plan-paralelă).....	112
2.6. Mișcarea relativă.....	125
2.7. Mișcarea unui solid rigid cu un punct fix.....	130
2.8. Mișcarea rigidului liber.....	138
2.9. Compuneri de mișcări instantanee simultane.....	140

### **III. Elemente de dinamică.....152**

3.1. Dinamica punctului material.....	152
3.2. Mărimi dinamice de stare în dinamica punctului material.....	160
3.3. Teoria de variație a energiei cinetice.....	164
3.4. Teorema de variație a impulsului.....	165
3.5. Teoremele momentului cinetic.....	166
3.6. Metode generale pentru studiul dinamicii corpului solid rigid și a sistemelor de corpuri solide rigide. Momente statice, momente de inerție.....	168
3.7. Teorema de variație a energiei cinetice aplicată sistemelor de corpuri materiale.....	188
3.8. Teoremele impulsului.....	191
3.9. Metoda cinetostatică de rezolvare a problemelor de dinamică.....	204
3.10. Solidul cu axa fixă. Echilibrul rotorilor.....	207
3.11. Probleme speciale.....	211

### **B. MECANICA SOLIDULUI DEFORMABIL**

#### **IV. Noțiuni fundamentale ale mecanicii solidului deformabil.....239**

4.1. Obiectul, criteriile de calcul și problemele rezistenței materialelor.....	239
4.2. Clasificarea corpurilor în rezistența materialelor.....	241
4.3. Clasificarea forțelor în rezistența materialelor: sarcini, reacțiuni și eforturi. Solicitări.....	243
4.4. Tensiuni. Legătura lor cu eforturile în secțiune.....	247
4.5. Deplasări și deformații specifice.....	252
4.6. Comportarea materialelor la solicitări mecanice.....	255
4.7. Metodica de rezolvare a problemelor de rezistență.....	268
4.8. Ipoteze ale rezistenței materialelor.....	270

#### **V. Elemente de teoria elasticității.....273**

5.1. Generalități.....	273
5.2. Teoria tensiunilor.....	273
5.3. Teoria deformațiilor.....	297
5.4. Relații între tensiuni și deformații.....	313
5.5. Generalități privind rezolvarea problemelor de elasticitate.....	325

<b>VI. Intinderea și compresiunea barei drepte.....</b>	<b>331</b>
6.1. Diagrame de forțe axiale la bare drepte.....	331
6.2. Tensiuni și deformații la solicitarea de tracțiune-compresiune.....	333
6.3. Energia potențială înmagazinată în bară.....	337
6.4. Calcule de rezistență la tracțiune-compresiune.....	338
6.5. Tensiuni și deformații sub acțiunea greutatei proprii solidului de egală rezistență.....	340
6.6. Probleme static nedeterminate.....	343
<b>VII. Mărimi caracteristice ale secțiunilor plane.....</b>	<b>352</b>
7.1. Momente statice și de inerție.....	352
7.2. Variația momentelor de inerție la translația axelor.....	357
7.3. Variația momentelor de inerție la rotirea axelor.....	361
<b>VIII. Torsiunea barelor drepte de secțiune constantă.....</b>	<b>365</b>
8.1. Solicitarea de torsiune (răsucire).....	365
8.2. Componentele vectorului deplasare.....	366
8.3. Funcția de tensiuni.....	368
8.4. Proprietăți ale tensiunilor tangențiale.....	372
8.5. Răsucirea barelor de secțiune circulară.....	373
8.6. Răsucirea barelor tubulare.....	377
8.7. Studiul răsucirii prin analogie cu membrana.....	380
8.8. Studiul răsucirii prin analogie hidrodinamică.....	383
8.9. Probleme static nedeterminate la răsucire.....	384
<b>IX. Încovoierea barelor drepte .....</b>	<b>387</b>
9.1. Eforturi secționale la solicitarea de încovoiere.....	387
9.2. Starea de tensiuni la încovoierea pură.....	400
9.3. Încovoierea oblică.....	408
9.4. Încovoierea simplă.....	410
9.5. Solide de egală rezistență la încovoiere.....	420
9.6. Deformațiile de încovoiere ale barelor drepte.....	423
9.7. Probleme static nedeterminate la încovoiere.....	431

<b>X. Metode energetice de determinare a deplasărilor.....</b>	<b>433</b>
10.1. Generalități.....	433
10.2. Lucrul mecanic al forțelor exterioare.....	433
10.3. Energia potențială de deformație.....	435
10.4. Utilizarea principiului conservării energiei.....	437
10.5. Teoremele reciprocității lucrului mecanic și deplasărilor.....	439
10.6. Teorema lui Castigliano.....	444
<b>XI. Solicitări compuse.....</b>	<b>450</b>
11.1. Considerații generale.....	450
11.2. Încovoierea oblică.....	450
11.3. Solicitări axiale cu încovoiere.....	454
11.4. Întindere sau compresiune excentrică.....	457
11.5. Stâlpi solicitați excentric.....	458
11.6. Proprietățile axei neutre.....	461
11.7. Sâmbure central.....	465
11.8. Forfecare cu răsucire.....	467
11.9. Încovoiere cu răsucire.....	469
<b>XII. Vase de revoluție cu pereți subțiri.....</b>	<b>475</b>
12.1. Generalități.....	475
12.2. Calculul de rezistență al vaselor cu pereți subțiri.....	476
<b>XIII. Calculul de rezistență la oboseală.....</b>	<b>481</b>
13.1. Generalități.....	481
13.2. Clasificarea solicitărilor variabile.....	482
13.3. Rezistența la oboseală.....	485
13.4. Diagrame ale rezistențelor la oboseală.....	489
13.5. Factorii care influențează ruperea la oboseală.....	494
13.6. Calculul coeficientului de siguranță al solicitării variabile.....	500
<b>XIV. Stabilitatea elastică. Flambajul.....</b>	<b>509</b>
14.1. Considerații generale.....	509

14.2. Flambajul sub acțiunea sarcinilor axiale excentrice.....	511
14.3. Flambajul barei articulată la ambele capete.....	513
14.4. Flambajul barei încastrată la un capăt și liberă la celălalt.....	515
14.5. Flambajul barei încastrată la un capăt și articulată la celălalt.....	516
14.6. Flambajul barei încastrată la ambele capete.....	517
14.7. Lungimea de flambaj.....	519
14.8. Limitele de aplicare a formulei lui Euler. Formulele lui Iasinski-Tetmajer.....	519
14.9. Verificarea și dimensionarea la flambaj.....	521
14.10. Metoda coeficienților de flambaj.....	524
14.11. Prescripții la flamb.....	525
14.12. Metoda aproximațiilor succesive.....	529
14.13. Flambajul barelor cu secțiune compusă.....	533
<b>XV. Solicitări dinamice.....</b>	<b>535</b>
15.1. Piese solicitate prin forțe de inerție.....	535
15.2. Solicitări dinamice prin șoc.....	540
15.3. Vibrațiile corpurilor elastice.....	550
<b>Bibliografie.....</b>	<b>561</b>
<b>Anexe.....</b>	<b>563</b>

## INTRODUCERE

Actualmente, cerințele față de tehnica contemporană ridică o diversitate largă de noi probleme, a căror rezolvare se bazează într-o mare măsură pe unele principii bine argumentate teoretic, care înglobează mișcarea și echilibrul corpurilor materiale.

Cuvântul „mecanika” este de proveniență greacă (înseamnă „mecanism”, „construcție” sau „mașină”) și se întâlnește pentru prima dată în lucrările filozofului din antichitate Aristotel (384–322 î.Hr.). Pe parcurs mecanica clasică s-a divizat în două părți: mecanica solidului rigid (mecanica teoretică) și mecanica solidului deformabil (rezistența materialelor).

Mecanica teoretică studiază legile mișcării mecanice, aceasta fiind cea mai simplă formă de mișcare din natură și care reprezintă schimbarea poziției unui corp material în timp, față de alt corp considerat drept reper.

După modul de dezvoltare, mecanica teoretică se împarte în următoarele părți: Statica, Cinematica și Dinamica.

Din punct de vedere istoric, *Statica* s-a dezvoltat din necesitatea oamenilor de a construi sau a face dispozitive care să le ușureze munca, fapt care cerea să se studieze problemele legate de echilibrul unor corpuri. Astfel, în antichitate, Arhimede (278-212 î.Hr.) a fost primul care a formulat teoretic unele probleme de mecanică, bazându-se pe practică și pe calcule matematice. Mai târziu, Pappus (secolul al IV-lea) continuă cercetările lui Arhimede. Începând cu secolul al XVI-lea, statica a înregistrat progrese importante. Simon Stevin (1548-1620) a publicat în 1586 regula paralelogramului pentru compunerea forțelor concurente. Această lege a fost regăsită mai târziu de Galileo Galilei (1564-1642), care o generalizează și pentru cazul mișcării corpurilor. Isaac Newton (1643-1727) enunță principiile de bază ale mecanicii, care au condus la precizarea unor compartimente noi din statică. Pierre Varignon (1654-1722) a stabilit teorema momentelor și a studiat mașinile simple. Louis Poinot (1777-1859) introduce în statică teoria cuplurilor, iar în secolele XIX-XX statica a ajuns la forma actuală.

*Cinematica* studiază formele de mișcare mecanică a materiei, a sistemelor materiale și transformările lor reciproce, fără a ține seama de masele acestor sisteme și de forțele care acționează asupra lor.

Problemele legate de interacțiunea corpurilor care duc la schimbarea stării lor de mișcare fac parte din domeniul *Dinamicii*. Principiile



dinamicii au fost formulate de Newton în lucrarea „Principiile matematice ale filozofiei naturale” (1687), sub forma celor trei legi ale mișcării.

Rezistența materialelor ca știință apare odată cu lucrările lui Galileo Galilei (1564 - 1642), care își pune problema legăturii între dimensiunile unei grinzi și forțele aplicate asupra ei, rezolvând-o fără a lua în considerare deformabilitatea barei. Legătura între forțe și deformații la întinderea ei a fost stabilită de către Robert Hooke (1635 - 1703).

Iacob Bernoulli (1654 - 1705) emite ipoteza secțiunilor plane care rămân plane și după deformare și stabilește ecuația fibrei medii deformată la grinzi încovoiate. Cercetările experimentale privind proprietățile mecanice ale materialelor efectuate de Lomonosov (1711 - 1765) au dat un impuls părții experimentale în Rezistența materialelor. Leonard Euler (1707 - 1783) s-a ocupat cu studiul barei comprimate centric, Thomas Young (1773 - 1829) a definit experimental modulul de elasticitate longitudinal, E. Luis Maurice Henri Navier (1785 - 1836) a rezolvat problema încovoierii grinzilor drepte și a dedus relația care îi poartă numele, Gabriel Lamé (1759 - 1870) matematician și inginer francez, contribuie la rezolvarea unor probleme de teoria elasticității, Jean Barre de Saint Venant (1797 - 1886) elev al lui H. Navier s-a ocupat de studiul răsucirii barelor necirculare, August Wöler (1819 - 1914) a studiat domeniul fenomenului de oboseală, D.I. Juravski (1821 - 1891) a stabilit relația de calcul a tensiunilor tangențiale, Cristian Otto Mohr (1835 - 1918) a studiat momentele de inerție, elaborând metode noi de calcul grafic, C.A. Castigliano (1847 - 1918) este fondatorul metodelor energetice de calcul a structurilor static nedeterminate, L. Tetmayer (1850 - 1905) și F.S. Iasinski (1856 - 1899) au stabilit relația de calcul la flambaj pentru domeniul plastic, bazându-se pe cercetări experimentale, S.P. Timošenko (1878 - 1968) un nume cunoscut la nivel mondial pentru lucrările sale din domeniul rezistenței materialelor și teoriei elasticității.

De o deosebită importanță pentru dezvoltarea și constituirea Rezistenței materialelor ca știință sunt și lucrările lui A. Föppl, F. Engesser, L. Prandtl, A.M. Kirilov, E.G. Galerkin V.Z. Vlasov, A.A. Iliușin, I.F. Backer, W. Prager, A. Nadai, F.R. Shanley și alții, iar ale celor români sunt lucrările lui Aurel Beles, Mihail Hangan, Șt. Nădărașan, Gh. Buzdugan, Radu P. Voinea, M. V. Soare, N. Posea, P. P. Teodorescu și alții.

Mecanica Aplicată este o disciplină în continuă dezvoltare și perfecționare, pentru a răspunde problemelor pe care i le pune practica.

## Bibliografie

1. Butenin N., Merchin D. *Curs de mecanică teoretică*. Vol. 1, 2, Chișinău, Lumina, 1993.
2. Buzdugan Gh., *Rezistența materialelor*, Ed. tehnică, București, 1980.
3. Caraganciu V., Colpagiu M., Țopa M. *Mecanica teoretică*. Chișinău, Știința, 1994.
4. Jacot C., *Mecanica Tehnică*. București, Ed. Didactică și pedagogică, 1980.
5. *Cinematica. Indicații metodice la cursul de mecanică teoretică*. UASM, Chișinău, 1992.
6. Deutsch I. *Rezistența materialelor*, B.D.P., București, 1979.
7. Diaconescu E.N., *Rezistența materialelor*, Suceava, 1981.
8. Pisarenko Gh. și alții. *Rezistența Materialelor*. (Traducere din limba rusă). Chișinău, 1993.
9. Mocanu D. R. *Rezistența materialelor*, Ed. tehnică, București, 1980.
10. Radoi M., *Mecanica Tehnică*. București, Ed. Didactică și pedagogică, 1979.
11. Ponomariov S. D. ș.a. *Calculul de rezistență în construcția de mașini*, vol. II, Ed. Tehnica, București, 1963.
12. Steluța Ciocănelea, Nicolae Enescu, Iosif Tempea. *Elemente de inginerie mecanică*. București, 1975.
13. Teodoreseu P. P., Ilie V., - *Teoria elasticității și introducerea în mecanica solidelor deformabile*, vol. - II, Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
14. Valeriu Certan, Iurie Nica. *Mecanica teoretică*. Chișinău, Evrica, 2007.
15. Valeriu Certan. *Rezistența materialelor*. Îndrumar pentru laborator. Chișinău. Editura "Tehnica-UTM", 2014.
16. Vergil Olaru, Petre Sima, Valeriu Achiriloaie. *Mecanica tehnică*. București, Editura Tehnică, 1982.
17. V. Valcovici. *Mecanica Tehnică*. București, Ed. Tehnică, 1970.
18. Агуленко В.Н. *Сопротивление материалов: Учеб. пособие*. Ч. I. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2002. 104 с.
19. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. *Сопротивление материалов: Учебник*. М.: Высш. шк., 2007. 560 с.

20. *Алюминиевые сплавы. Структура и свойства полуфабрикатов из алюминиевых сплавов*: Справ. М.:Металлургия, 1974. 432 с.
21. Ахметзянов М.Х., Грес П.В., Лазарев И.Б. *Сопротивление материалов*: Учебник. М.: Высш. шк., 2007. 334 с.
22. Ахметзянов М.Х., Лазарев И.Б. *Сопротивление материалов*. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 1997. 300 с.
23. Варданян Г.С. Андреев В.И. Атаров Н.М. Горшков А.А. *Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности*, Москва, 1995.
24. Грес П.В. *Руководство к решению задач по сопротивлению материалов*. М.: Высш. шк., 2004. 135 с.
25. Дарков А.В., Шпиро Г.С. *Сопротивление материалов*. М.: Высш. шк., 1975. 734 с.
26. Журавлев В.Н., Николаева О.И. *Машиностроительные стали*: Справ. М.: Машиностроение, 1981. 391 с.
27. Краснов Л.А. *Справочник для решения задач по сопротивлению материалов*. Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2004. 117 с.
28. Пилин А. И. *Прикладная механика твёрдого деформируемого тела* - И Наука, Москва, 1978.
29. Работнов И.И. *Механика деформируемого твёрдого тела* - Наука, Москва, 1979.
30. Смирнов А.Ф. и др. *Сопротивление материалов*. М.: Высш. шк., 1975. 480 с.
31. Тарг С.Н. *Краткий курс теоретической механики*. Москва: Наука, 1974.
- 32.
33. *СНиП 2.05.03–84\**. Мосты и трубы. М.: Минстрой России, 2006. 214 с.
34. *СНиП II–23–81*. Стальные конструкции. М.: Стройиздат, 1991. 94 с.
35. *СНиП 2.03.01–84*. Бетонные и железобетонные конструкции. М.: Госстрой СССР, 1985. 79 с.
36. *СНиП 2.03.06–85*. Алюминиевые конструкции. М.: Госстрой.
37. Терегулов И.Г. *Сопротивление материалов и основы теории упругости*, М, Высшая Школа, 1984.
38. Феодосьев В.И. *Сопротивление материалов*: Учебник. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2005. 592 с.