

ANALIZA CIRCUITELOR ELECTRICE COMPUSE CU INDUCTANȚĂ MUTUALĂ ÎN REGIM TRANZITORIU PRIN METODA SUPERPOZIȚIEI

Arhip POTÂNG, Felicia BARBU, Aliona POPA

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *ideea de bază a lucrării constă în descrierea procedurii la determinarea legii mărimilor circuitului electric compus cu inductanță mutuală în regim tranzitoriu prin metoda suprapunerii.*

Cuvinte cheie: *regim tranzitoriu, metoda clasică, metoda operațională, rădăcina ecuației caracteristice, valoarea inițială, decuplarea legăturii inductive.*

1. Introducere

Studiul circuitelor electrice în regim tranzitoriu permite de a lua în evidență apariția eventualelor supratensiuni pe porțiuni sau apariția supracurenților. În unele ramure ale circuitului supratensiunile pot provoca deteriorarea izolației instalației, iar supracurenții duc la supraîncălzirea părților conductoare ale instalației.

Studiul fenomenelor legate de procesele tranzitorii permit, deasemenea, de a rezolva problema legată de deformarea amplitudinii semnalelor ce trec prin amplificatoare, prin filtru sau alte dispozitive radiotehnice.

Calculul marimilor circuitului electric în regim tranzitoriu poate fi efectuat prin aplicarea metodei clasice sau metodei operaționale. Metoda clasică constă în rezolvarea direct a ecuației diferențiale față de mărimea în căutare. În lucrarea de față se propune aplicarea metodei operaționale cu determinarea componentelor mărimii prin metoda superpoziției. Procedura propusă este descrisă prin algoritmul de mai jos.

2. Exemplu de calcul

Datele inițiale:

$$e = 141 \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ V,}$$

$$J(t) = 7,05 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A,}$$

$$r_2 = 10 \text{ } \Omega,$$

$$r_3 = 10 \text{ } \Omega,$$

$$L_2 = 45 \text{ mH,}$$

$$L_3 = 55 \text{ mH,}$$

$$M = 5 \text{ mH,}$$

$$f = 50 \text{ Hz.}$$

Se cere determinarea legii tensiunii $u_C(t)$, în regim tranzitoriu (figura 1).

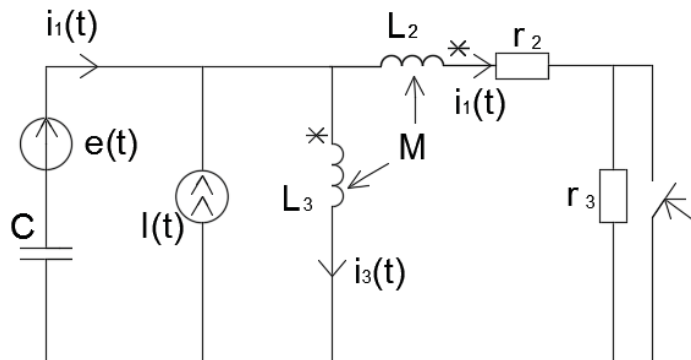


Figura 1. Schema echivalentă a circuitului în regim tranzitoriu

În figura 2 este prezentată schema echivalentă de substituie fără legătură inductivă mutuală.

Schema echivalentă este obținută prin aplicarea metodei de cuplării legăturii inductive pentru circuitul considerat pînă la comutație cu aplicarea teoremelor lui Kirchhoff.

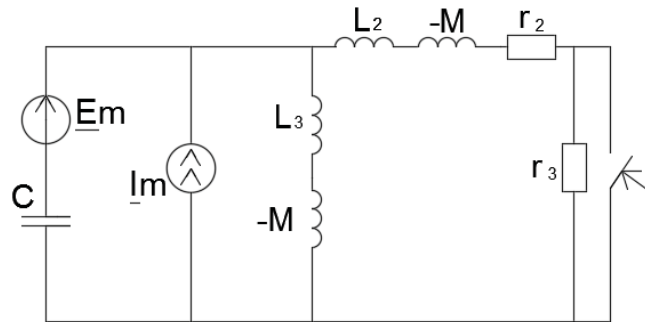


Figura 2. Schema echivalentă a circuitului fără legătură inductivă mutual

Având schema echivalentă (figura 2) se efectuează determinarea mărimilor $u_C(t)$, $i_2(t)$, $i_3(t)$ prin aplicarea metodei superpoziției.

$$u_C(t) = u_{cf} + u_{cl};$$

$$i_2(t) = i_{2f} + i_{2l};$$

$$i_3(t) = i_{3f} + i_{3l}.$$

Componentele forțate ale mărimilor se determină prin aplicarea metodei simbolice pentru circuitul considerat după comutație. (figura 3)

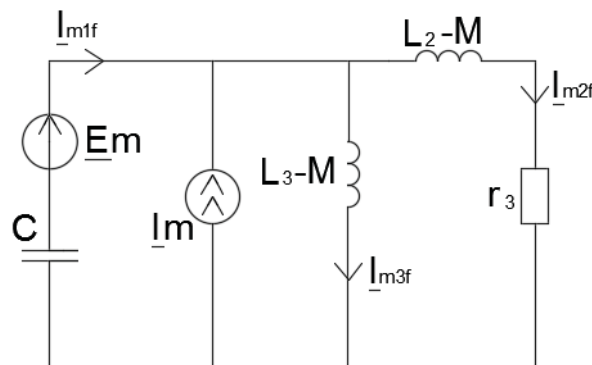


Figura 3. Schema echivalentă a circuitului considerat după comutație

În rezultatul calculelor s-a obținut:

$$u_{cf}(t) = 114,65 \sin(314t + 66^\circ 24'), V$$

$$i_{2f}(t) = 1,858 \sin(314t + 17^\circ), A$$

$$i_{3f}(t) = 1,9 \sin(314t - 55^\circ 23'), A$$

La determinarea componentelor libere se propune aplicarea metodei operaționale cu aplicarea schemei din figura 4 la care

$$u_{cl}(0) = u_C(0-) + u_{cf}(0)$$

$$i_{2l}(0) = i_2(0-) + i_{2f}(0)$$

$$i_{3l}(0) = i_3(0-) + i_{3f}(0)$$

La determinarea $u_C(0-)$, $i_2(0-)$, $i_3(0-)$ s-au aplicat schema fin figura 3 (circuitul pînă la comutație) cu aplicarea metodei simbolice. În rezultatul calculelor s-a obținut:

$$u_C(0-) = 103,765 V$$

$$i_2(0-) = -0,15 A$$

$$i_3(0-) = -2,313 A$$

La determinarea $u_{cf}(0+)$, $i_{2f}(0+)$, $i_{3f}(0+)$ se aplică schema din figura 3 la regim permanent prin metoda simbolică.

În rezultatul calculelor avem:

$$u_{cf}(0+) = 105,06 V$$

$$i_{2f}(0+) = -0,543 \text{ A}$$

$$i_{3f}(0+) = -1,564 \text{ A}$$

Deci, avem:

$$u_{cl}(0) = u_c(0-) - u_{cf}(0+) = -1,295 \text{ V}$$

$$i_{2l}(0) = i_2(0-) - i_{2f}(0+) = -0,693 \text{ A}$$

$$i_{3l}(0) = i_3(0-) - i_{3f}(0+) = -0,749 \text{ A}$$

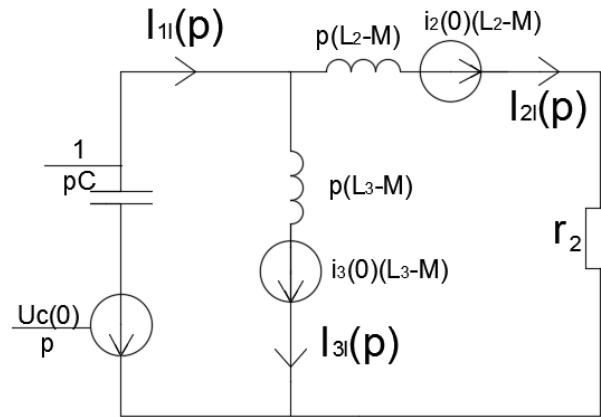


Figura 4. Schema echivalentă operațională

Avînd $u_{cl}(0)$, $i_{2l}(0)$, $i_{3l}(0)$ se alcătuește schema echivalentă operațională (figura 4) pentru determinarea $u_{cl}(t)$ prin aplicarea metodei operaționale. Reieșind din metoda cu două noduri pentru figura 4, avem:

$$u_{cl}(p) = \frac{31,79 \cdot 10^{-2} + 103}{20 \cdot 10^{-8} p^3 + 0,5 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,09p + 10} = \frac{N(p)}{M(p)}$$

Rădăcinile ecuației caracteristice din $M(p) = 0$, $20 \cdot 10^{-8} p^3 + 0,5 \cdot 10^{-4} p^2 + 0,09p + 10 = 0$, sunt:

$$p_1 = -83,34 \text{ s}^{-1};$$

$$p_2 = -j333,34 \text{ s}^{-1};$$

$$p_3 = -j333,34 \text{ s}^{-1}$$

În rezultatul trecerii de la imagine, la origine, prin aplicarea formulei descompunerii s-a obținut:

$$u_{cl}(t) = 121,3e^{-83,34t} + 123\sin(333,34t + 80^\circ), \text{ V}$$

Aplicînd metoda superpoziției componentei forțate și componentei libere, avem:

$$u_c(t) = 114,65\sin(314t + 66^\circ 24') - 121,3e^{-83,34t} + 123\sin(333,34t + 80^\circ)$$

Graficul funcției $u_c(t)$ este prezentat în figura 5.

$$t = 0 \div 3\tau; \quad \tau = \frac{1}{|-83,34|}, \text{ s}$$

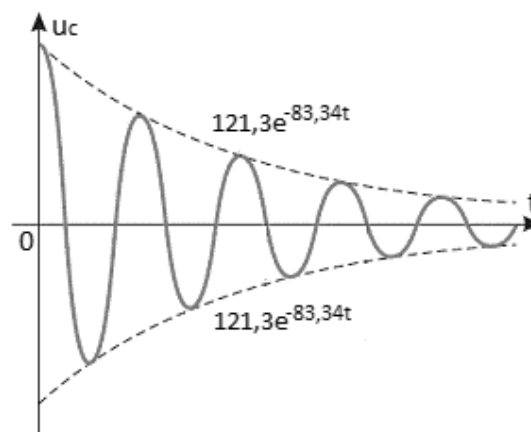


Figura 5. Graficul dependenței tensiunii de timp

3. Concluzii:

1. Calculul mărimilor circuitului în regim tranzitoriu poate fi realizat prin aplicarea metodei clasice sau metodei operaționale.
2. La calculul circuitelor electrice în regim tranzitoriu cu un număr mai mare de “trei” se recomandă de aplicat metoda operațională care, de asemenea, reprezintă dificultăți la determinarea rădăcinilor ecuației caracteristice.
3. În lucrarea de față s-a analizat aplicarea metodei operaționale față de un circuit electric compus cu inductanță mutuală prin suprapunerea calculelor componentei forțate și componentei libere efectuate aparte.
4. Calculul componentei forțate, de obicei, nu prezintă dificultăți. În cazul circuitului electric de curent continuu se aplică metoda respectivă pentru circuitul electric de curent continuu, iar în cazul circuitului electric de curent alternativ se aplică metoda simbolică.
5. Prezintă dificultăți determinarea componentei libere. În lucrarea de față s-a propus o procedură nouă la determinarea componentei libere. Conform procedurii noi, este necesar de alcătuit schema echivalentă operatorică față de mărimile inițiale independente ale componentelor libere la $t = 0$, adică

$$u_{cl}(0) = u_c(0_-) - u_{cf}(0);$$

$$i_{Ll}(0) = i_L(0_-) - i_{Lf}(0);$$

6. Avînd schema echivalentă operațională și aplicînd una dintre metodele de calcul ale circuitelor electrice compuse de curent continuu. Se obține expresia funcției imagine în căutare sub forma raportului a două polinoame. Se determină rădăcinile ecuației caracteristice din expresia $(p) = 0$. Aplicînd formula descompunerii se efectuează trecerea de la funcția imagine la funcția origine:

$$i(t) = \sum_{k=1}^n \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} e^{p_k t}$$

7. Determinarea componentei libere prin metoda operațională este cu mult mai efectivă cu cît numărul elementelor reavtive este mai mare.

Bibliografie

13. К. А. Круг – *Основы электротехники*. М-Л, 1952.
14. Г. В. Зевеке – *Основы теории цепей*. М-Л, 1983.
15. С. Л. А. Бессонов – *Теоретические основы электротехники*. М, 1993.
16. С. Șora – *Bazele electrotehnicii*. București, 1982.