METODĂ ITERATIVĂ DE ACORDARE A REGULATOARELOR LA OBIECTE CU INERŢIE DE ORDINUL UNU ŞI ASTATISM

Bartolomeu IZVOREANU

Universitatea Tehnică a Moldovei
izvor@mail.utm.md

Abstract. *In this paper is proposed an iterative method of tuning the PID controllers to the models of objects with inertia one order and astatism. The proposed method uses the maximal stability degree method. In the result of this studding it was comparing the obtained results after tuning controllers and proposed the procedure for determining the requirements performance of control system in dependency of the maximal stability value. The proposed procedure is demonstrated by analyzing an example.*

Cuvinte-cheie: *metodă iterativă, regulator PID, model de obiect cu inerţie de ordinul unu şi astatism, metoda gradului maximal de stabilitate, metoda polinomială, sistem automat, performanţe.*

1. Introducere

La automatizarea diverselor instalaţii tehnice utilizate în diverse domenii de activităţi inginereşti modelele matematice ataşate procesului condus, ca regulă, sunt prezentate ca modele de obiecte cu inerţie de ordin respectiv şi cu astatism [1]. În această lucrare se analizează modelul obiectului cu inerţie de ordinul unu şi cu astatism care este utilizat pentru descrierea dinamicii mai multor instalaţii tehnice [1,2] şi prezentat prin funcţia de transfer (f.d.t.) în forma

$$H(s) = \frac{k}{s(Ts+1)} = \frac{k}{a_0 s^2 + a_1 s}, \qquad (1)$$

unde k este coeficientul de transfer, T este constanta de timp şi $a_0=T$, $a_1=1$.

Pentru acordarea regulatorului la modelul obiectului (1) în literatura de specialitate se utilizează mai multe metode [1]: metode frecvenţiale, metoda criteriilor integrale, metoda polinomială etc. Fiecare dintre aceste metode are avantaje şi dezavantaje. Metodele frecvenţiale sunt însoţite de calcule şi prezentări grafice în domeniul frecvenţă. Metoda criteriilor integrale este dificilă în calcule. În metoda polinomială problema este legată cu dificultatea construirii funcţiei de transfer a sistemului închis. Metoda Ziegler-Nichols în acest caz nu poate fi aplicată.

Pentru a depăşi dificultăţile metodelor analizate mai sus în lucrare se propune de utilizat metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) cu iteraţii de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului (1) [3,4,5].

Pentru modelul obiectului (1) vom acorda regulatorul standard PID descris cu funcţia de transfer în forma:

$$H_{PID}(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s = \frac{k_p s + k_i + k_d s^2}{s}, \qquad (2)$$

unde k_p, k_i, k_d sunt parametrii de acord ai algoritmului standard PID.

De analizat performanţele SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS cu iteraţii şi de comparat cu performanţele sistemului cu regulatorul acordat după metoda polinomială.

2. Algoritmul de acordare a regulatorului PID

Se prezintă structura SA alcătuită din modelul obiectului (1) şi regulatorul PID de tipul (2) în circuit închis (vezi fig. 1).

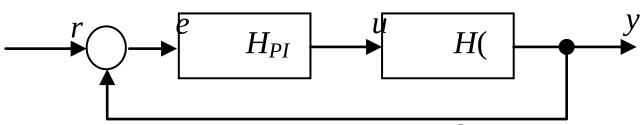

Fig. 1. Structura sistemului automat.

Prezentăm mai jos metodele utilizate în lucrare într-o formă restrânsă.

Metoda GMS. Pentru acordarea parametrilor regulatorului PID după metoda GMS cu iteraţii la modelul obiectului (1) utilizăm sistemul din trei funcţii care exprimă legătura dintre parametrii necunoscuţi ai regulatorului PID k_p, k_i, k_d şi gradul maximal J necunoscut al sistemului automat proiectat şi parametrii cunoscuţi ai modelului obiectului k, a_0, a_1, care se prezintă în următoarea formă [4,5]:

$$k_p = \frac{1}{k}(3a_0 J^2) = f(J), \tag{3}$$

$$k_i = \frac{1}{k}(3a_0 J^3) = f(J), \tag{4}$$

$$k_d = \frac{1}{k}(3a_0 J - a_1) = f(J). \tag{5}$$

În acest caz expresiile (3) - (5) se prezintă ca funcţii $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ de parametrii cunoscuţi ai modelului obiectului (1) şi de variabila necunoscută J. Pentru determinarea parametrilor regulatorului PID se variază variabila necunoscută J de la zero până la o valoare oarecare J_x (această valoare se alege) şi se construiesc curbele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$. În continuare de pe aceste curbe se aleg seturi de valori optimale şi suboptimale ale lui J_i şi pe panta respectivă a curbelor se determină valorile optimale şi suboptimale ale parametrilor de acord $k_{pi}=f(J_i)$, $k_{ii}=f(J_i)$, $k_{di}=f(J_i)$ ai regulatorului PID.

Sistemul automat cu modelul obiectului (1) şi Pentru seturile de valori ai parametrilor regulatorului PID SA se simulează pe calculator în MATLAB şi se aleg performanţele ridicate posibile în sistemul proiectat.

Pentru seturile de valori ai parametrilor regulatorului PID SA se simulează pe calculator în MATLAB şi se aleg performanţele ridicate posibile în sistemul proiectat.

Metoda polinomială [2]: F.d.t. a modelului obiectului cunoscută se prezintă în forma

$$H(s) = \frac{P(s)}{R(s)} = \frac{P^-(s)P^+(s)}{R^-(s)\,R^+(s)}, \tag{6}$$

unde $P^-(s)$, $R^-(s)$ sunt polinoamele de la numărător şi numitor cu zerourile de stânga, iar $P^+(s)$, $R^+(s)$ - polinoamele de la numărător şi numitor cu zerourile de dreapta.

Se construieşte f.d.t. a regulatorului în baza polinoamelor de la numărător şi numitor cu zerourile de stânga şi raportul respectiv a două polinoame cu coeficienţii necunoscuţi

$$H_R(s) = \frac{R^-(s)M(s)}{P^-(s)N(s)s^r}, \tag{7}$$

unde r este gradul de astatism al regulatorului, iar polinoamele M(s) şi N(s) sunt polinoame necunoscute care se determină din ecuaţia polinomială în forma.

$$P^+(s)M(s) + R^+(s)N(s)s^r = G(s), \tag{8}$$

unde $G(s)$ este ecuaţia caracteristică a sistemului proiectat. Sistemul (8) se soluţionează la condiţia

$$n_G \le n_M + n_N + 1\ . \tag{9}$$

Condiţiile de realizabilitate fizică a regulatorului (7) sunt

$$n_R + n_M \le n_{P-} + n_N + r. \tag{10}$$

Gradele polinoamelor necunoscute se calculează din condiţiile de robusteţe

$$n_G \le n_M + n_N + r\ . \tag{11}$$

Sistemul (9)-(11) se soluţionează dacă gradul n_G a polinomului caracteristic $G(s)$ satisface condiţia

$$n_G - n_R \ge n_{R-} + r - n_{P-} - 1\ . \tag{12}$$

Problema principală în această metodă este construirea polinomului caracteristic al sistemului închis în baza cerinţelor de performanţă cu condiţia (12). Din condiţiile (9)-(11) se determină gradele polinoamelor necunoscute n_M şi n_N, acceptând valorile minimale ale acestora ca structura regulatorului să fie mai simplă. Se alcătuiesc polinoamele M(s) şi N(s) cu coeficienţii necunoscuţi şi aceştia se substituie în ecuaţia polinomială (8) şi se calculează coeficienţii necunoscuţi ai polinoamelor M(s) şi N(s) din sistemul de ecuaţii algebrice, obţinut prin egalarea coeficienţilor din partea stângă cu coeficienţii din partea dreaptă a ecuaţiei (8). Polinoamele M(s) şi N(s) se introduc în (7) şi, astfel, se obţine f.d.t. a regulatorului proiectat.

3. Aplicaţii şi simulare pe calculator

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a regulatorului PID la modelul obiectului (1) vom admite valori arbitrare ale parametrilor modelului obiectului k =1, T =1, iar parametrii generalizaţi ai modelului (1) sunt: a_0 =1, a_1 =1.

Vom efectua calculele respective pentru funcţiile $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$ folosind expresiile prezentate mai sus (5)-(7) şi rezultatele calculelor sunt prezentate în tabelul 1.

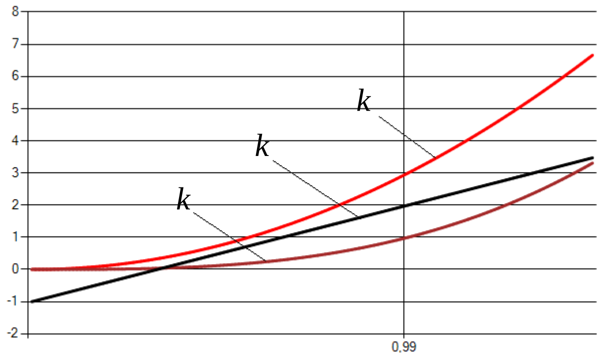

Fig. 2. Dependenţele $k_p=f(J)$, $k_i=f(J)$, $k_d=f(J)$.

Tabelul 1. Parametrii algoritmului PID acordaţi după metoda GMS cu iteraţii.

Nr. iter.	J	k_p	k_i	k_d
1	0.8	1.92	0.512	1.4
2	0.9	2.43	0.729	1.7
3	1	3	1	2
4	1.1	3.63	1.331	2.3
5	1.2	4.32	1.728	2.6
6	1.3	5.07	2.197	2.9

Pentru a analiza performanţele SA cu regulatorul PID cu seturi de valori J – k_p, k_i, k_d din tabelul 1 şi s-au efectuat simulările pe calculator a SA cu regulatorul PID, utilizând pachetul de programe MATLAB (fig. 3).

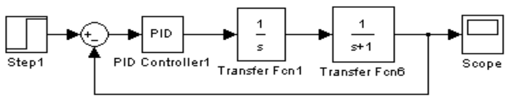

Fig. 3. Schema de simulare pe calculator a SA.

Procesele tranzitorii ale SA proiectat sunt prezentate în fig. 4. Numerotarea curbelor corespunde numărului iteraţiilor din tabelul 1.

Pentru compararea rezultatelor obţinute la acordarea regulatorului PID la modelul obiectului (1) după metoda GMS cu iteraţii s-a utilizat metoda polinomială. Polinomul caracteristic din considerente de precizie s-a construit cu f.d.t. de forma $G(s)=(s+1)^3$.

şi efectuând calculele respective s-a obţinut funcţia de transfer a regulatorului prezentată în forma

$$H_R(s) = \frac{s+1}{s^2+3s+3}.$$

Rezultatul simulării pe calculator a SA cu acest regulator este prezentat în fig. 4, curba 7.

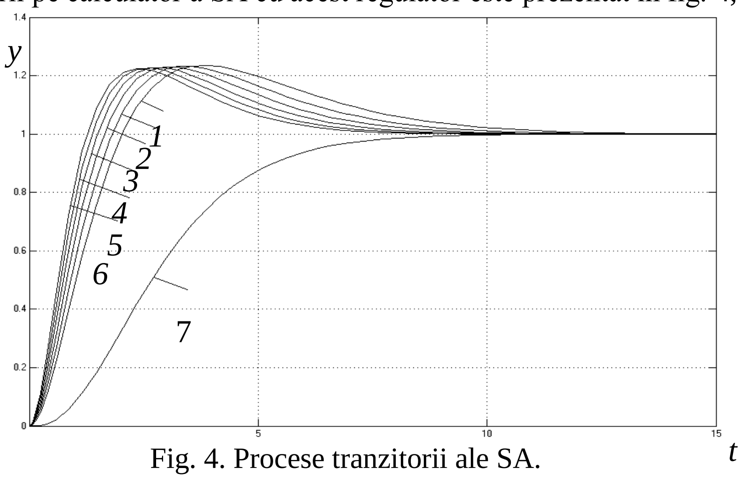

Fig. 4. Procese tranzitorii ale SA.

În tabelul 2 sunt prezentate performanţele sistemului automat cu regulatorul PID (nr. it. 1-6 corespunde numărului curbei) şi a sistemului automat cu regulatorul acordat după metoda polinomială (nr. it. şi curba 7).

Analizând datele din tabelul 2 se constată că SA cu regulatorul PID acordat la modelul obiectului după metoda GMS cu iteraţii are performanţe mai ridicate decât performanţele SA cu regulatorul acordat după metoda polinomială. Analizând performanţele SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS s-a constatat că la creşterea lui *J* timpul de creştere t_c şi timpul de reglare t_r se reduc, iar suprareglajul σ se măreşte. Procesul tranzitoriu al sistemului automat cu regulatorul acordat după metoda polinomială are procesul aperiodic cu timp de reglare relativ mare.

Tabelul 2. Performanţele SA.

Nr. it.	Metoda acordare	ε, %	t_c, s	σ, %	t_r, s	λ
1	GMS	5	1.06	12.9	5.75	1
2	GMS	5	0.84	13.3	4.75	1
3	GMS	5	0.7	16.8	3.96	1
4	GMS	5	0.61	22.1	3.36	1
5	GMS	5	0.55	28.0	2.99	1
6	GMS	5	0.51	34.0	2.89	2
7	Met.polin.	5	6.27		6.27	

4. Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică cu iteraţii de acordare a regulatorului PID la obiecte cu inerţie de ordinul unu şi astatism care permite de a obţine performanţe dorite pentru sistemul automat.

- Pentru sistemul automat cu regulatorul PID cu parametrii acordaţi după metoda GMS procesul tranzitoriu al sistemului poate fi ales de la aperiodic până la oscilant amortizat şi, astfel, având posibilitatea de a asigura performanţe satisfăcătoare pentru SA proiectat după metoda GMS cu iteraţii.

- Pentru sistemul automat cu regulatorul acordat după metoda polinomială procesul tranzitoriu al sistemului automat este aperiodic şi nu poate fi modificat pentru a ridica performanţele sistemului.

Analizând procesele tranzitorii ale sistemului automat cu modelul obiectului (1) şi cu regulatorul PID din fig.4 se constată că sistemul automat are performanţe mai ridicate în comparaţie cu sistemul automat cu regulatorul cu parametrii acordaţi după metoda polinomială .

Bibliografie

1. DORF, R.K.; BISHOP, R.X. Sovremennâe sistemî upravlenia (Modern Control Systems). Moskva: Laboratoria Bazovâh Znanii, 2004. 832 s.

2. KIM, D.P. Teoria avtomaticheskogo upravlenia. T.1. Lineinâe sistemî. M.: Fizmatlit, 2003. 288 s.

3. ZAGARII, G.I.; SHUBLADZE, A.M. Sintez system upravlenia na osnove kriteria maximalnoi stepeni ustoichivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree). Moskva: Energoatomizdat, 1988. 198 s.

4. IZVOREANU, B.; FIODOROV, I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control. Bucureşti: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.

5. IZVOREANU, B. Metodă iterativă de acordare a regulatoarelor la modele de obiecte cu inerţie şi astatism. În: *Materialele Conferinţei Tehnico-Ştiinţifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor şi Studenţilor UTM*, 15-17 noiembrie 2010, UTM. – Ch.: UTM, 2010. Vol. 1. (420 p.). p. 135 – 138. ISBN 978-9975-45-114-7.