# Determinarea ratei maxime de transfer a informației dintre două noduri aleatorii ale reţelei de comunicaţii.

Ana Nistiriuc, Victor Ababii, Andrei Chihai, Dinu Ţurcanu, Nicolae Bejan, Anatol Alexei, Ion Nistiriuc, Natalia Sharma Popovici, Pavel V.Nistiriuc
Universitatea Tehnică a Moldovei
andrei.chihai@fimet.utm.md

**Abstract : This paper analyzes how to use the Ford-Fulkerson algorithm to determine the maximum data transmission (DT) flow between two nodes of the communication network over a certain period of time.**

**Termeni cheie— Reţea de comunicaţii, rată maximă de transfer a datelor, algoritmului lui Ford-Fulkerson, graf.**

## I. INTRODUCERE

Algoritmul lui Ford-Fulkerson poate fi utilizat pentru grafurile orientate, parţial orientate sau neorientate care conţin o intrare numită nodul sursă şi o ieşire numită nodul destinaţie (terminal), pentru a determina fluxul de TD de valoare maximă între două noduri aleatorii ale reţelei de comunicaţii într-o anumită perioadă de timp[1-3]. Valoarea fluxului de TD este limitată pe fiecare rută de capacitatea care specifică disponibilul maxim pe fiecare rută a reţelei de comunicaţii.

Fie $\mathbf{c}_{ij}$ este capacitatea rutei **(i,j)** în direcţia **i→j**, iar $\mathbf{c}_{ij}$- în direcţie opusă **j→i**. Dacă ruta în reţeaua de comunicaţii este orientată, atunci capacitatea de transmisiune de TD în direcţie opusă este egală cu zero.

Notăm prin $\mathbf{C}=(\mathbf{c}_{ij})$ matricea capacităţilor de TD a grafului reţelei de comuncaţii. Inexistenţa unei rute în graful reţelei de comunicaţii se notează în matricea **C** prin cratimă "-".

În continuare, se propune de a nota prin ***s*** nodul sursă, prin ***t*** nodul terminal şi prin ***n*** numărul nodurilor în graful reţelei de comunicaţii. Determinarea fluxului de TD de valoare maximă între două noduri aleatorii ale reţelei de comunicaţii se efectuează în trei etape.

În cadrul primei etape se determină o rută $\boldsymbol{\mu}$ care conectează nodurile reţelei de comunicaţii ***s*** şi ***t***, astfel ca fluxul de TD să fie mai mare decât zero. Dacă nu există o astfel de rută, se trece la etapa a doua.

În etapa a doua se marchează cu $c_{ij}^{-}$ capacităţile de TD selectate în ruta $\boldsymbol{\mu}$ în direcţia ***s→t*** cu $c_{ij}^{+}$ capacităţile de TD pentru aceiaşi rută în direcţie opusă ***t→s***. Se defineşte $\Theta=\min\{c_{ij}^{-}\}>0$.

Matricea C poate fi modificată în următoarele două variante.

Varianta 1. Se scade Θ din toate elementele matricei marcate prin $c_{ij}^{-}$ .

Varianta 2. Se adună Θ la toate elementele matricei marcate prin $c_{ij}^{+}$. Cu noua matrice **C** se trece la etapa 1. Conform variantei 1 cantitatea Θ ce se propagă de la nodul ***s*** la nodul ***t*** trebuie redusă din capacităţile componentelor rutei $\boldsymbol{\mu}$. Pe de altă parte, varianta 2 este introdusă pentru conservarea capacităţilor componentelor rutei $\boldsymbol{\mu}$. Descreşterea capacităţii unei componente a rutei într-o direcţie este echivalentă cu sporirea capacităţii aceleaş componente în direcţie opusă.

În etapa a treia se determină fluxul de TD de valoare maximă în reţeaua de comunicaţii.

Dacă $\mathbf{C}=\{\mathbf{c}_{ij}\}$ este matricea iniţială a capacităţilor de TD, atunci prin $\mathbf{C}^{*}=(\mathbf{c}_{ij}^{*})$ notăm matricea în rezultatul modificărilor. În matricea modificată nu se mai identifică nici un drum de la nodul ***s*** la nodul ***t***.

Fluxul de TD în rutele grafului reţelei de comunicaţii se calculează prin expresia:

$$\varphi_{ij}=\begin{cases} c_{ij}-c_{ij}^{*},\ dacă\ c_{ij}<c_{ij}^{*}, \\ \quad 0,\ dacă\ c_{ij}\leq c_{ij}^{*}. \end{cases} \tag{1}$$

Fuxul de TD de valoare maximă între nodul $\boldsymbol{s}$ şi nodul $\boldsymbol{t}$ se termină conform relaţiei :

$$\varphi_0=\sum_i \varphi_{si}=\sum_j \varphi_{tj} \tag{2}$$

Valoarea $\varphi_0$ este de asemenea egală cu suma mărimilor Θ determinate în iteraţiile etapei a doua a algoritmului.

## II. PARTEA DE BAZĂ.

Graful unei reţele de comunicaţii este reprezentat în fig.1 cu indicarea capacităţilor de TD(în unităţi alevitezei de transmisiune a informaţiei în Mbps sau Gbps) pentru toate rutele reţelei de comunicaţii analizate. Conform grafului reţelei de comunicaţii din fig.1 se solicită determinarea fluxului de TD de valoarea maximă de la nodul 2 la nodul 6.

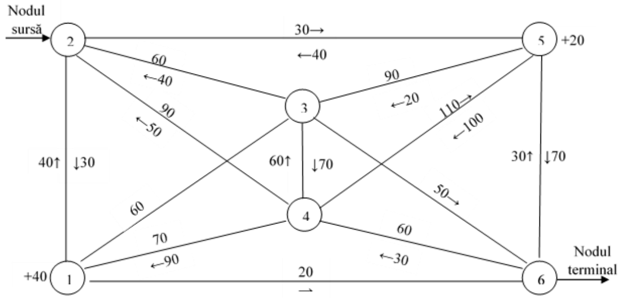


Fig.1. Graful unei rețele de comunicații

Conform grafului rețelei de comunicații din fig.1 elaborăm matricea **C** [1-3]:

$$\mathbf{C} = \left|\begin{matrix} - & 40^{+} & 60 & 70 & - & 20 \\ 30 & - & 60 & 90 & 30 & - \\ - & 40 & - & 20 & 90 & 50 \\ 90 & 50 & 60^{+} & - & 110 & 60 \\ - & 40 & 20 & 100^{+} & - & 70 \\ - & - & - & 30 & 30^{+} & - \end{matrix}\right|$$

Astfel obținem,
$\mu_1$: (2→1→3→4→5→6),
$\Theta_1$ = min (30, 60, 20, 110, 70)=20.

Prima selectare a unui lanț între nodurile 2 și 6 este dată pe $\mu_1$: (2→1→3→4→5→6). Prin urmare $c_{21}$, $c_{13}$, $c_{34}$, $c_{45}$, $c_{56}$ sunt capacitățile de TD marcate cu semnul minus, pe când, capacitățile de TD pe sens invers sunt marcate cu semul plus.

După cum se observă, lanțul **μ** poate fi identificat în matricea curentă **C** fără a face referire la gradul rețelei de comunicații. Inițial se pornește din nodul sursa 2 pe care-l conectăm cu primul nod, conform matricei, dacă elementul capacitate este strict pozitiv. În continuare, noul nod este conectat cu un alt nod, conform matrice, dacă elementul capacitate este strict pozitiv. Procedeul se repetă până când este atins nodul terminal 6. Dacă într-un nod procedura se blochează, se revine la nodul anterior selectat.

Se marchează cu „-" și „+" elementele capacitate corespunzătoare lanțului și se calculează Θ. Noua matrice se obține prin scăderea valorii Θ din elementele marcate cu „-" și prin adunarea valorii Θ la cele marcate cu „+" și ca urmare obținem următoarele matrice și rezultate.

$$C^{(1)} = \left|\begin{matrix} - & 60^{+} & 40 & 70 & - & 20 \\ 10 & - & 60 & 90 & 30 & - \\ - & 40^{+} & - & 00 & 90 & 50 \\ 90 & 50^{+} & 80 & - & 90 & 60 \\ - & 40^{+} & 20^{+} & 120 & - & 50^{-} \\ - & - & - & 30 & 50^{+} & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_2$: (2→1→3→5→6),
$\Theta_2$ = min (10, 40, 90, 50)=10.

$$C^{(2)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 30 & 70 & - & 20 \\ 00 & - & 60 & 90 & 30 & - \\ - & 40^{+} & - & 00 & 80 & 50 \\ 90 & 50 & 80 & - & 90 & 60 \\ - & 40 & 30^{+} & 120 & - & 40 \\ - & - & - & 30 & 60^{+} & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_3$: (2→3→5→6),
$\Theta_3$ = min (60, 80, 40)=40.

$$C^{(3)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 30 & 70^{+} & - & 20 \\ 00 & - & 20 & 90 & 30 & - \\ - & 80^{+} & - & 00 & 40 & 50 \\ 90 & 50 & 80 & - & 90^{+} & 60 \\ - & 40 & 70^{+} & 120 & - & 00 \\ - & - & - & 30 & 100 & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_4$: (2→3→5→4→1→6),
$\Theta_4$ = min (20, 40, 120, 90, 20)=20.

$$C^{(4)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 30 & 90^{+} & - & 00 \\ 00 & - & 00 & 90 & 30 & - \\ - & 100 & - & 00 & 20 & 50 \\ 70 & 50^{+} & 80 & - & 110 & 60 \\ - & 40 & 90 & 100 & - & 00 \\ - & - & - & 30 & 100 & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_5$: (2→4→1→3→6),
$\Theta_5$ = min (90, 70, 30, 50)=30.

$$C^{(5)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 00 & 120 & - & 00 \\ 00 & - & 00 & 60 & 30 & - \\ - & 100 & - & 00^{+} & 20 & 20 \\ 40 & 80^{+} & 80 & - & 110 & 60 \\ - & 40 & 90 & 100 & - & 00 \\ - & - & - & 30 & 100 & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_6$: (2→4→3→6),
$\Theta_6$ = min (60, 80, 20)=20.

$$C^{(6)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 00 & 120 & - & 00 \\ 00 & - & 00 & 40 & 30 & - \\ - & 100 & - & 20 & 20 & 00 \\ 40 & 100^{+} & 60 & - & 110 & 60 \\ - & 40 & 90 & 100 & - & 00 \\ - & - & - & 30^{+} & 100 & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_7$: (2→4→6),
$\Theta_7$ = min (40, 60)=40.

$$C^{(7)} = \left|\begin{matrix} - & 70 & 00 & 120 & - & 00 \\ 00 & - & 00 & 00 & 30 & - \\ - & 100 & - & 20 & 20 & 00 \\ 40 & 140 & 60 & - & 110^{+} & 20 \\ - & 40^{+} & 90 & 100 & - & 00 \\ - & - & - & 70^{+} & 100 & - \end{matrix}\right|$$

$\mu_8$: (2→5→4→6),
$\Theta_8$ = min (30, 100, 20)=20.

$$C^{(8)} = \begin{vmatrix} - & 70 & 00 & 120 & - & 00 \\ 00 & - & 00 & 00 & 10 & - \\ - & 100 & - & 20 & 20 & 00 \\ 40 & 140 & 60 & - & 130 & 00 \\ - & 60 & 90 & 80 & - & 00 \\ - & - & - & 90 & 100 & - \end{vmatrix}$$

## III. CONCLUZII

Se observă, că în matricea $C^{(8)}$ nu mai există nici un lanț de la nodul 2 la nodul 6 al rețelei de comunicații. Fluxul pe rutele rețelei de comunicații este dat de matricea $\varphi = \mathbf{C} - \mathbf{C}^{(8)}$, $\varphi_0 > 0$, adică:

$$\varphi = \begin{vmatrix} - & . & 60 & . & - & 20 \\ 30 & - & 60 & 90 & 20 & - \\ - & . & - & . & 70 & 50 \\ 50 & . & . & - & . & 60 \\ - & . & . & . & . & 70 \\ - & - & - & . & . & - \end{vmatrix}$$

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^{8} \theta_i = \sum_j \varphi_{2j} = \sum_i \varphi_{6i} = 200 \text{ (Mbps sau Gbps)}$$

Matricea $\boldsymbol{\varphi}$ poate fi interpretată pe o rețea de comunicații ca cea din fig. 2.

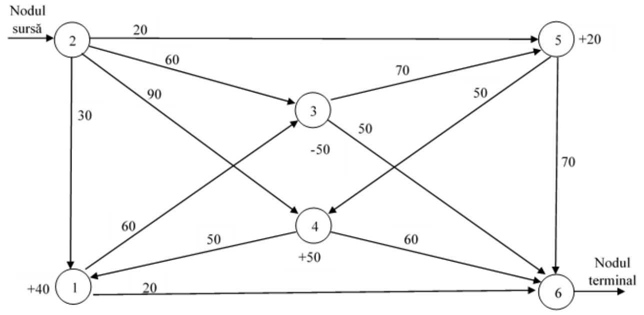


Fig. 2. Graful rețelei de comunicații obținut în baza matricei $\varphi$

În prezentul graf, rutele sunt orientate, conform matricei $\boldsymbol{\varphi}$ cu notarea valorilor fluxurilor, iar rutele cu puncte în matricea $\boldsymbol{\varphi}$ sunt saturate.

Deci, prin rețeaua de comunicații se poate propaga de la nodul 2 la nodul 6 un flux cu valoarea maximă egală cu 200 (Mbps sau Gbps).

## BIBLIOGRAFIE

[1]http://voyager8.blogspot.md/2018/01/book-algorithms-notes-for-proffisionals.html

[2]http://lomgfiles.com/iu0a2ppufl8r/Advanced_Analaysis_Techniques_ebook3000.pdf.html

[3] Bhatnagar S. K. Network Analysis Technique. John Wiley & Sons, New York, 2016. -912 pages.