UTILIZAREA METODEI SOLUŢIILOR DISCONTINUE LA CALCULUL BARELOR

Anatolie TARANENCO, Viorica ŢIBICHI

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: *Aspectul clasic al teoriei de calcul al construcţiilor la stări limită nu presupune considerarea deformaţiilor elastice. În multiple cazuri de proiectare curentă s-a observat că influenţa acestor deformaţii devine considerabilă la determinarea capacităţii portante. Aplicarea metodei soluţiilor discontinue permite să se ţină seama de deformaţiile elastice. Totodată, având în vedere caracterul variaţional al metodei soluţiilor discontinue, este posibil de utilizat eficient metodele numerice moderne, cum ar fi metoda elementului finit sau metoda elementelor de frontieră.*

Cuvinte cheie: *stări limită, element finit, matrice de rigiditate, articulaţie plastică.*

1. Introducere

Definirea capacităţii portante a structurilor de rezistenţă din bare se realizează fiind admise diferite ipoteze simplificatorii, de exemplu, ipoteza micilor deformaţii elastice, care în consecinţă sunt complet neglijate, iar deformaţiile plastice pot avea valori arbitrare, necesare realizării mecanismului de redistribuire a tensiunilor. Astfel, în momentul atingerii stării limită structura reprezintă un mecanism cinematic alcătuit din elemente rigide, conectate între ele cu articulaţii plastice. Dacă se presupun cunoscute poziţiile tuturor articulaţiilor plastice care transformă structura în mecanism şi se aplică principiul lucrului mecanic virtual, se poate determina încărcarea limită sau starea limită de exploatare.

Pentru stabilirea stării limită, în teoria de calcul a construcţiilor, se folosesc diferite metode. De regulă, metodele clasice consideră un oarecare mecanism de cedare, încărcarea limită determinându-se din ecuaţiile de echilibru în stadiul de formare al mecanismului cinematic. La stabilirea schemei de cedare pot apărea dificultăţi legate cu necunoaşterea mecanismului real. De aceea se admit mai multe mecanisme, fiecăruia îi corespunde o valoare a încărcării limită, reţinându-se mecanismul cu valoarea încărcării minime. Dezavantajul major îl constituie neglijarea deformaţiilor elastice şi în rezultat, imposibilitatea aplicării principiilor variaţionale ale mecanicii structurilor.

2. Aspecte moderne privind determinarea stadiului de cedare a structurilor

Este necesar de menţionat, că metodele clasice de determinare a stadiului de cedare a structurilor au fost realizate inclusiv şi computaţional, fiind elaborate programe de calcul, dar absolut toate având un caracter local, izolat şi nu permit o generalizare a problemei date.

Impedimentele menţionate anterior pot fi uşor înlăturate prin aplicarea în calculul construcţiilor a metodei soluţiilor discontinue, care nu anulează nicio ipoteză a mecanicii materialelor, dar completează setul de ipoteze cu noţiuni explicite, ce au sens geometric, fizic şi matematic.

Soluţiile discontinue au fost strict structurate din punct de vedere matematic încă în sec. XIX, ulterior în sec. XX s-au utilizat foarte frecvent în fizică, mai ales în cea atomică. Aplicarea în mecanica materialelor a fost sporadică, pentru soluţionarea unor probleme intermediare. În spaţiul calculului structurilor de rezistenţă s-au folosit în problemele de contact, la proiectarea construcţiilor amplasate pe medii deformabile [1].

O fundamentare riguroasă a metodei soluţiilor discontinue a fost realizată de regretatul profesor Gheorghe Moraru. În monografia [2] a prezentat interpretarea inginerească a soluţiilor discontinue, au fost definite condiţiile de aplicare, precum şi gama de probleme principiale, care pot fi rezolvate.

2. Metoda elementelor finite

La momentul actual proiectarea construcţiilor este realizată preponderent prin metoda elementelor finite (MEF) folosind diverse pachete de programe aplicative. La baza MEF este principiul de minimizare a energiei potenţiale totale a structurii deformate. În mod expres MEF poate fi descrisă prin relaţia:

$$[K]\cdot\{\Delta\}=\{F\}, \tag{1}$$

unde: $[K]$ este matricea de rigiditate (elementară sau globală); $\{\Delta\}$ – vectorul deplasărilor; $\{F\}$ – vectorul forţelor exterioare şi reacţiunilor în reazeme.

Problema principală a MEF este determinarea coeficienţilor matricei de rigiditate $[K]$, care de fapt şi identifică tipul elementului finit. Algoritmul general de obţinere a matricelor de rigiditate a fost bine prelucrat, este descris în literatura de specialitate şi actualmente au fost construite matricele, practic, pentru toate tipurile de bare, inclusiv şi spaţiale.

În [3] pe baza metodei soluţiilor discontinue s-a propus o modificare a metodei biografice clasice ce constă în modelarea construcţiei cu bare, în care pot apărea articulaţii plastice. În articulaţii se admit discontinuităţi în formă de salturi ai unghiurilor de rotire ale normalei la linia medie a barei. Dacă se presupune o relaţie liniară dintre momentul plastic şi saltul unghiului de rotire a normalei, se pot construi elemente finite cu articulaţii plastice. Avantajul acestei metode constă în faptul că se ţine seama de deformaţiile elastice ale structurii şi aceste elemente finite cu articulaţii pot fi implementate în orice program standard de elemente finite. Elementele finite speciale, pe lângă parametrii nodali tradiţionali, mai conţin suplimentar saltul unghului de rotire $\langle\theta\rangle$ (fig. 1).

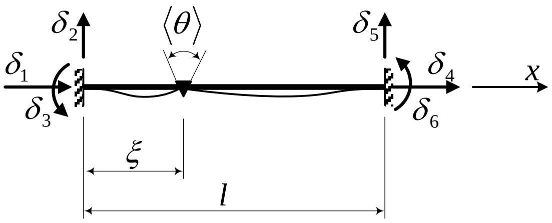

Fig. 1

Pentru obţinerea elementelor finite speciale, starea de deformaţie totală se prezintă ca sumă a două componente: principală, provenită din încărcările exterioare, şi perturbată, generată de saltul unghiului de rotire

$$v(x)=v^0(x)+v^*(x), \tag{2}$$

unde $v^0(x)$ este soluţia generală, din sarcinile exterioare; $v^*(x)$ – soluţia particulară, provenită din saltul unghiului de rotire.

Pentru a obţine soluţia particulară $v^*(x)$ se aplică transformarea Fourier [2] după schema generalizată la ecuaţia diferenţială omogenă $d^4v(x)/dx^4=0$, care se multiplică cu $e^{i\alpha x}$, se integrează pe intervalul $(-\infty;+\infty)$, ce se divizează în două: $(-\infty;-0)$ şi $(+0;+\infty)$. Integrând pe părţi şi păstrând salturile funcţiei $v(x)$ şi a derivatelor ei în punctul $x=0$, se obţine

$$(-i\alpha)^4\bar{v}^*=\langle\frac{\partial^3 v}{\partial x^3}\rangle-i\alpha\langle\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\rangle-\alpha^2\langle\frac{\partial v}{\partial x}\rangle+i\alpha^3\langle v\rangle+\alpha^4\bar{v}^*,$$

unde $\bar{v}^*(\alpha)=\int_{-\infty}^{\infty}v^*(x)e^{i\alpha x}dx$ este transformata Fourier a funcţiei $v^*(x)$. Păstrând numai saltul unghiului de rotire şi folosind formula de inversare, se obţine $v^*(x)=-\frac{\langle\theta\rangle}{2}|x|$. Dacă articulaţia este amplasată în punctul $x=\xi$, atunci în ultima relaţie x se va substitui prin $(x-\xi)$. Având soluţia particulară a ecuaţiei (2) se poate construi matricea de rigiditate a elementelor finite speciale conform procedurii standard a MEF.

Bibliografie

1. **Korenev, B.G.** *Voprosy' rascheta balok i plit na uprugom osnovanii.* Moskva, Izdatel'stvo literatury' po stroitel'stvu i arxitekture, 1954.
2. **Moraru, G.A.** *Metod razry'vny'x reshenij v mexanike deformiruemy'x tel.* Kishinev,Shtiincza, 1990.
3. **Taranenco, A.** *Calculul structurilor din bare în domeniul postelastic.* Teza de doctor în tehnică, 2008. Disponibil: <http://www.cnaa.md /thesis/12468/>.