

# Analiza Performanțelor Sistemului Automat cu Modele de Obiecte Aproximate după Răspunsul Experimental al Procesului

Bartolomeu IZVOREANU, Mihail POTLOG, Irina COJUHARI, Ion FIODOROV, Dumitru MORARU  
 Universitatea Tehnică a Moldovei  
[izvor@mail.utm.md](mailto:izvor@mail.utm.md), [mihail.potlog@ati.utm.md](mailto:mihail.potlog@ati.utm.md), [irina.cojuhari@ati.utm.md](mailto:irina.cojuhari@ati.utm.md), [ion.fiodorov@ati.utm.md](mailto:ion.fiodorov@ati.utm.md),  
[kod4777@gmail.com](mailto:kod4777@gmail.com)

**Abstract** — În lucrare se analizează performanțele sistemului automat construit pe baza modelelor obiectelor de reglare de ordinal unu și doi pentru răspunsul experimental al procesului. Se analizează două exemple de modele ale obiectelor de reglare de ordinal unu și doi. Pentru aceste modele de obiecte de reglare de ordinal unu și doi se acordează algoritmi de reglare modifi cați PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații. Algoritmii PI și PID modifi cați sunt prezentați prin mărimea caracteristică  $t_0$ , care se determină după răspunsul procesului. Sistemul automat cu aceste modele de obiecte și respectiv cu regulatorul PI sau PID s-a simulat pe calculator în pachetul MATLAB și s-au analizat performanțele sistemului. Se evidențiază avantajele metodei prin calcule grafo-analitice reduse și timp minim și prezentarea funcției de transfer a obiectului în formă mai compactă, care va aduce la simplificarea calculului parametrilor algoritmului de reglare de tip PID prin metoda gradului maximal de stabilitate. Pentru verificarea rezultatelor obținute se examinează exemple și se efectuează simularea SA pe calculator.

**Index Terms** — modele de obiecte de ordinul unu și doi, funcția de transfer, parametrii modelului obiectului, algoritmi de reglare, parametrii regulatorului, sistem automat, performanțele sistemului.

## I. INTRODUCERE

La automatizarea diverselor procese industriale pentru a determina modelele matematice (MM) atașate acestor procese se ridică experimental procesele tranzitorii ca răspuns la semnale de tip treaptă aplicate la intrare [1-3]. În lucrarea autorilor, inclusă în materialele conferinței, s-a prezentat procedura de identificare a MM a obiectului de reglare cu inerție de ordinul unu și doi cu sau fără timp mort pentru procese industriale după alura curbei experimentale [4]. Funcțiile de transfer obținute sunt exprimate specific – constantele de timp ale obiectului se prezintă prin mărimea segmentului de timp  $t_0$ , care se determină după alura curbei experimentale și aceste funcții sunt:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0s+1}, \quad (1)$$

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2+a_1s+a_0} = \frac{ke^{-\tau s}}{0,2048t_0^2s^2+0,96t_0s+1}. \quad (2)$$

În lucrare vom aplica procedura de acordare a algoritmilor de reglare de tip PI, PID după metoda gradului maximal de stabilitate la modelele matematice obținute (1), (2) cu parametrii calculați și vom analiza performanțele sistemului automat construit.

## II. ALGORITMI DE REGLARE MODIFI CAȚI PI ȘI PID

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat (SA) alcătuită din regulator cu

f.d.t.  $H_R(s)$  și modelul obiectului cu f.d.t.  $H_{PF}(s)$  dată în fig. 1.

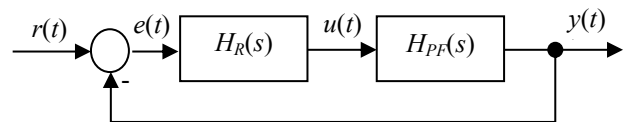


Fig. 1. Schema bloc structurală a SA.

Pentru modelele de obiecte (1)-(2) s-au obținut expresiile pentru algoritmi PI și PID care sunt prezentați în lucrările autorilor [5-7].

În baza algoritmilor din [5-7] prezentăm algoritmi modifi cați PI și PID pentru modelele (1) și (2).

Sistemul de ecuații pentru acordarea algoritmului de reglare PI la modelul (1) este:

$$\tau^2TJ^2 - J(\tau^2 + 4\tau T) + 2(\tau + T) = t_0\tau^2J^2 - J(\tau^2 + 4\tau t_0) + 2(\tau + t_0) = 0,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau TJ^2 + J(\tau + 2T) - 1) = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-t_0\tau J^2 - J(\tau + 2t_0) - 1), \quad (3)$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} J^2 (-\tau TJ + \tau + T) = \frac{e^{-\tau J}}{k} J^2 (-t_0\tau J + \tau + t_0).$$

Prima ecuație din (3) are soluția:

$$J = \frac{\tau+4T}{2\tau T} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{2((\tau^2/8T^2) + 1)} = \frac{\tau+4t_0}{2\tau t_0} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{2((\tau^2/8t_0^2) + 1)}. \quad (4)$$

Sistemul de ecuații pentru acordarea algoritmului de reglare PID la modelul (1) este:

$$\tau^2TJ^2 - J(\tau^2 + 6\tau T) + 3(\tau + 2T) = \tau^2t_0J^2 - J(\tau^2 + 6\tau t_0) + 3(\tau + 2t_0) = 0.$$

$$\begin{aligned}
 k_p &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (-\tau T J^2 + J(\tau + 2T) - 1) + 2k_d J = \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (-t_0 \tau J^2 + J(\tau + 2t_0) - 1) + 2k_d J, \\
 k_i &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (J - T J^2) - k_d J^2 + k_p = \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (J - t_0 J^2) - k_d J^2 + k_p J,
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 k_d &= \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-\tau^2 T J^2 + J(\tau^2 + 4\tau T) - 2(\tau + T)) = \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-t_0 \tau^2 J^2 - J(\tau^2 + 4t_0 \tau) - (2\tau + t_0)).
 \end{aligned}$$

Prima ecuație din (4) are soluția:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{\tau + 6T}{2\tau T} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{3((\tau^2/12T^2) + 1)} = \\
 &= \frac{\tau + 6t_0}{2\tau t_0} \pm \frac{1}{\tau} \sqrt{3((\tau^2/12t_0^2) + 1)}.
 \end{aligned} \tag{6}$$

Sistemul de ecuații pentru acordarea algoritmului PI la modelul (2) este:

$$\begin{aligned}
 k_p &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - J^2(\tau a_1 + 3a_0) + J(\tau a_2 + 2a_1) - a_2) \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (0,2048t_0^2 \tau J^3 - J^2(0,96t_0 \tau + 0,6144t_0^2) + \\
 &\quad + J(\tau + 1,92t_0) - 1),
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 k_i &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) = \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (0,2048t_0^2 J^3 - 0,96t_0 J^2 + J) + k_p J.
 \end{aligned}$$

Sistemul de ecuații pentru acordarea legii PID la modelul (2) este:

$$\begin{aligned}
 k_d &= \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0 \tau^2 J^3 - J^2(\tau^2 a_1 + 6\tau a_0) + J(\tau^2 a_2 + \\
 &\quad 4\tau a_1 + a_0) - 2(\tau + a_1)) = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (0,2048t_0^2 \tau^2 J^3 - \\
 &\quad J^2(0,96t_0 \tau^2 + 1,2288t_0^2 \tau) + J(\tau^2 + 3,84t_0 \tau + \\
 &\quad 1,2288t_0^2) - 2(\tau + 0,96t_0)), \\
 k_p &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - J^2(a_1 \tau + 3a_0) + J(\tau a_2 + 2a_1) - \\
 &\quad a_2) + 2k_d J = \frac{e^{-\tau J}}{k} (0,2048t_0^2 \tau J^3 - J^2(0,96t_0 \tau + \\
 &\quad 0,6144t_0^2) + J(\tau + 1,92t_0) - 1) + 2k_d J, \\
 k_i &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) - k_d J^2 + k_p J = \\
 &= \frac{e^{-\tau J}}{k} (0,2048t_0^2 J^3 - 0,96t_0 J^2 + J) - k_d J^2 + k_p J.
 \end{aligned} \tag{8}$$

În continuare se efectuează calculele de acordare a algoritmilor de reglare PI și PID  $k_d = f(k, \tau, t_0, J) = f(J)$ ,  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$  după relațiile (3)-(8) pentru modelele (1) și (2). Se simulează sistemul automat cu modelele obiectului (1) și (2) cu algoritmii de reglare PI și PID și se analizează performanțele sistemului obținute.

### III. APLICAȚII ȘI SIMULARE PE CALCULATOR

Pentru verificarea rezultatelor obținute la construirea modelelor (1) și (2) prezentăm două exemple de modele și acordarea regulatorului PI și PID după metoda gradului maximal de stabilitate cu iterații și metoda Ziegler-Nichols.

*Exemplul 1.* Se dă modelul matematic de ordinul unu cu timp mort descris de funcția de transfer cu parametrii cunoscuți [2,3]:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0 s+1} = \frac{2,7e^{-16,573s}}{27,7772s+1} \tag{9}$$

Se determină modelul matematic al obiectului de ordinul doi în baza (9), aplicând calculele din [4] și obținem:

$$\begin{aligned}
 H(s) &= \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^2 + a_1 s + a_0} = \\
 &= \frac{2,7e^{-16,573s}}{158,0181s^2 + 26,6661s + 1}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Se soluționează sistemul (3) și (4) pentru modelul (9) și se determină parametrii optimali ai regulatorului PI și PID, care sunt dați în tabelul 1 (exemplul 1, rândurile 1, 3).

S-au simulat pe calculator SA cu modelul obiectului (9) și algoritmii respectivi PI sau PID și procesele tranzitorii sunt date în fig. 4 (numerotarea curbelor corespunde numărului rândului 1, 3 din tabelul 1, exemplul 1), iar performanțele SA sunt date în tabelul 1 (rândurile 1, 3).

Pentru modelul (10) s-au construit funcțiile algoritmilor de reglare PI și PID  $k_d = f(k, \tau, t_0, J) = f(J)$ ,  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$  după relațiile (5)-(7), care sunt date în fig. 2, a, b (a pentru algoritmul PI, b – algoritmul PID). Prin simulare pe calculator a SA cu modelul obiectului (10) și regulatorul PI și PID s-au determinat valorile optime ale parametrilor algoritmilor PI și PID, care sunt date în tabelul 1 (exemplul 1, rândurile 5, 7), iar procesele tranzitorii sunt date în fig. 4 (numerotarea curbelor corespunde numărului rândului 5, 7 din tabelul 1), iar performanțele SA sunt date în tabelul 1 (rândurile 5, 7).

S-au efectuat calculele de acordare a regulatorului PI și PID pentru modelele (9) și (10) după metoda Ziegler-Nichols și s-a simulat SA pe calculator, procesele tranzitorii sunt date în fig. 4, iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 1 (exemplul 1, rândurile 2, 4, 6, 8).

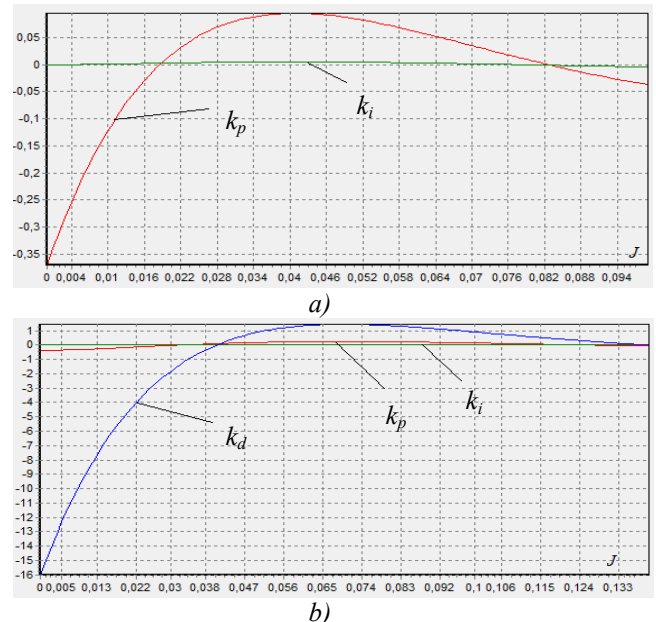


Fig. 2. Funcțiile  $k_d = f(J)$ ,  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$ .

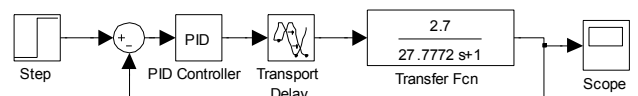


Fig. 3. Schema de simulare a SA.

*Exemplul 2.* Modelele matematice ale obiectului de ordinul unu și doi cu timp mort de aproximare a procesului

prezentat prin răspunsul acestuia se dau de funcțiile de transfer cu parametri cunoscuți [4]:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0s+1} = \frac{1,7e^{-15s}}{37,19s+1}, \quad (11)$$

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2+a_1s+a_0} = \frac{1,7e^{-15s}}{283,2676s^2+35,703s+1}. \quad (12)$$

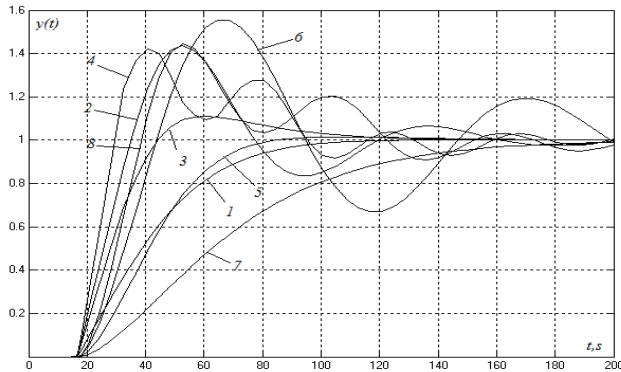


Fig. 4. Procese tranzitorii ale SA.

Tabelul 1. Performanțele sistemului automat.

Nr	Tip model	Metoda acordare	Tip reg.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
				$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i$	$k_d$	$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$	$\sigma$
Exemplul 1												
1	(1)	GMS	PI	0,0515	0,2356	0,0086	116,3	-	82,0	-	82,0	-
2	(1)	ZN	PI		0,5523	0,0214	46,73	-	34,0	44,88	147,6	3
3	(1)	GMS	PID	0,093	0,4468	0,0155	66,6	1,667	40,8	6,60	73,6	1
4	(1)	ZN	PID		0,7364	0,0355	28,17	7,05	21,6	68,9	136,7	6
5	(2)	GMS	PI	0,041	0,0942	0,0052	192,0	-	146,0	-	146,0	-
6	(2)	ZN	PI		0,396	0,0175	57,04	-	42,5	56,77	288,2	5
7	(2)	GMS	PID	0,071	0,2373	0,0088	114,0	1,443	80,6	-	80,6	-
8	(2)	ZN	PID		0,528	0,0234	42,8	7,13	28,6	38,8	127,7	4
Exemplul 2												
1	(1)	GMS	PI	0,0515	0,5769	0,0169	59,17	-	64,4	2,6	64,4	-
2	(1)	ZN	PI		1,197	0,0234	42,74	-	33,7	20,0	101,3	2
3	(1)	GMS	PID	0,0971	1,0669	0,0331	30,18	3,786	33,5	13,6	79,9	1
4	(1)	ZN	PID		1,596	0,0312	32,05	5,34	25,9	27,0	76,4	2
5	(2)	GMS	PI	0,034	0,1778	0,0074	135,0	-	167,0	-	167,0	-
6	(2)	ZN	PI		0,828	0,0166	60,08	-	47,1	24,5	143,9	2
7	(2)	GMS	PID	0,065	0,5445	0,0154	64,9	4,307	72,4	-	72,4	-
8	(2)	ZN	PID		1,104	0,0222	45,06	7,51	34,9	23,6	106,8	2
Exemplul 2 cu model original												
1	(1)	GMS	PI		0,5769	0,0169	59,17	-	54,6	28,4	206,5	3
2	(1)	ZN	PI		1,197	0,0234	42,74	-	Proces oscilant			
3	(1)	GMS	PID		1,0669	0,0331	30,18	3,786	Proces oscilant			
4	(1)	ZN	PID		1,596	0,0312	32,05	5,34	Proces instabil			
5	(2)	GMS	PI		0,1778	0,0074	135,0	-	168,3	-	168,3	-
6	(2)	ZN	PI		0,828	0,0166	60,08	-	47,19	38,4	284,6	5
7	(2)	GMS	PID		0,5445	0,0154	64,9	4,307	59,9	-	59,9	-
8	(2)	ZN	PID		1,104	0,022	45,06	7,51	35,91	43,13	220,5	5

Se soluționează sistemul (3)-(4) pentru modelul (11) și se determină parametrii optimali ai regulatorului PI și PID, care sunt prezentați în tabelul 1 (exemplul 2, rândurile 1,3). S-a simulat pe calculator SA cu modelul obiectului (11) și regulatorul PI și PID, procesele tranzitorii ale sistemului sunt date în fig. 6 ( numerotarea curbelor corespunde numerelor 1, 3 din tabelul 1, exemplul 2), iar performanțele sunt date în tabelul 1 (exemplul doi, rândurile 1, 3).

Pentru modelul (12) s-au construit funcțiile algoritmilor de reglare PI și PID  $k_d = f(k, \tau, t_0, J) = f(J)$ ,  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$  după relațiile (7) – (8), care sunt date în fig. 5, a, b (a pentru algoritmul PI, iar b – algoritmul PID). Prin simulare pe calculator a SA cu modelele (11) și (12) s-au

determinat valorile optime ale parametrilor algoritmilor PI și PID, care sunt date în tabelul 1 (exemplul 2, rândurile 5, 7), procesele tranzitorii sunt date în fig. 6 (numerotarea curbelor corespunde numărului rândului din tabelul 1 (exemplul 2, rândurile 5, 7), iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 1 (exemplul 2, rândurile 5, 7).

S-au efectuat calculele de acordare a regulatorului PI și PID pentru modelele (11) și (12) după metoda Ziegler-Nichols și s-a simulat pe calculator SA cu regulatorul PI și PID, procesele tranzitorii sunt date în fig. 6, iar performanțele sistemului sunt date în tabelul 1 (exemplul 2, rândurile 2, 4, 6, 8).

Verificăm rezultatele obținute la acordarea regulatorului PI și PID la modelele approximate (11) și (12) în modul următor. Simulăm pe calculator SA cu modelul original al procesului dat în lucrarea [4] și cu regulatorul PI și PID acordate după metoda gradului maximal de stabilitate și metoda Ziegler-Nichols, procesele tranzitorii ale sistemului sunt date în fig. 7, iar performanțele sistemelor sunt date în tabelul 1 (exemplul 2 cu model original, metoda GMS – rândurile 1,3, 5, 7, iar metoda ZN – rândurile 2, 4, 6, 8).

#### IV. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

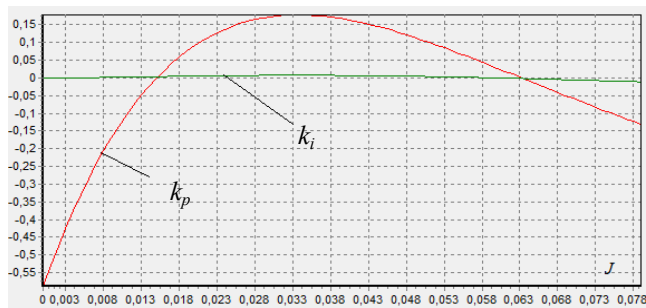
- În exemplul 1 pentru modelul obiectului de ordinul unu cu timp mort s-a calculat modelul obiectului de ordinul doi cu timp mort fără a apela la procesul tranzitoriu a curbei experimentale.

Pentru modelele obiectului de ordinul unu și doi cu timp mort s-au acordat regulatorul PI și PID după metodele GMS și ZN. Cele mai bune performanțe are SA cu regulatorul PI sau PID acordate după metoda GMS și cele mai ridicate performanțe sunt pentru SA cu modelul de ordinul unu cu timp mort sau modelul de ordinul doi cu

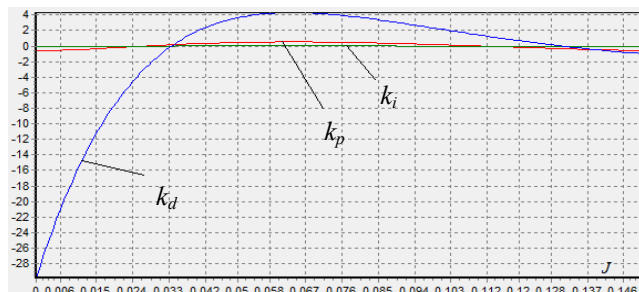
timp mort cu regulatorul PID (tabelul 1, exemplul 1, rândurile 3, 7).

- În exemplul 2 s-au calculat modelele de ordinul unu și doi cu timp mort după răspunsul experimental al procesului. Pentru aceste modele s-au acordat regulatorul PI și PID după metodele GMS și ZN și cele mai ridicate performanțe are SA cu modelul de ordinul unu cu regulatorul (tabelul 1, rândul 1,  $t_r = 64,4$  s), iar pentru SA cu modelul de ordinul doi și regulatorul PID (tabelul 1, rândul 7,  $t_r = 72,4$  s),

- Pentru exemplul 2 s-a simulat SA cu modelul original și regulatorul respectiv PI și PID acordate pentru modelele de aproximare de ordinul unu și doi după metodele GMS și ZN și cele mai ridicate performanțe are SA cu regulatorul PI acordat la modelul obiectului de ordinul doi (tabelul 1, exemplul doi cu model original, rândul 5,  $t_r = 168,3$  s), și PID acordat la modelul obiectului de ordinul doi (tabelul 1, exemplul 2 cu model original, rândul 7,  $t_r = 59,9$  s), acordate după metoda GMS, iar cele mai ridicate performanțe are SA cu regulatorul PID  $t_r = 59,9$  s).



a)



b)

Fig. 5. Funcțiile  $k_d = f(J)$ ,  $k_p = f(J)$ ,  $k_i = f(J)$ .

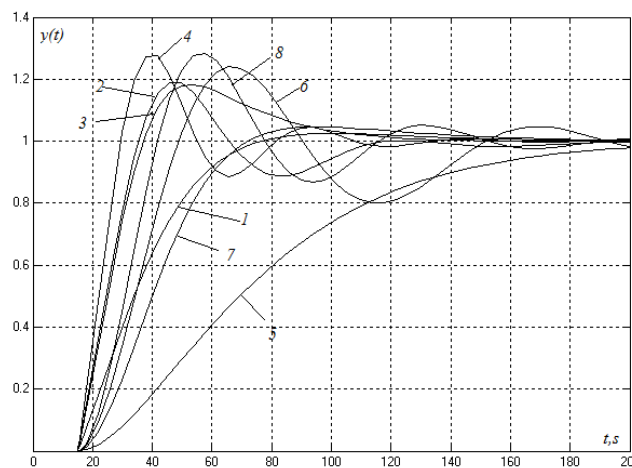


Fig. 6. Procese tranzitorii ale SA.

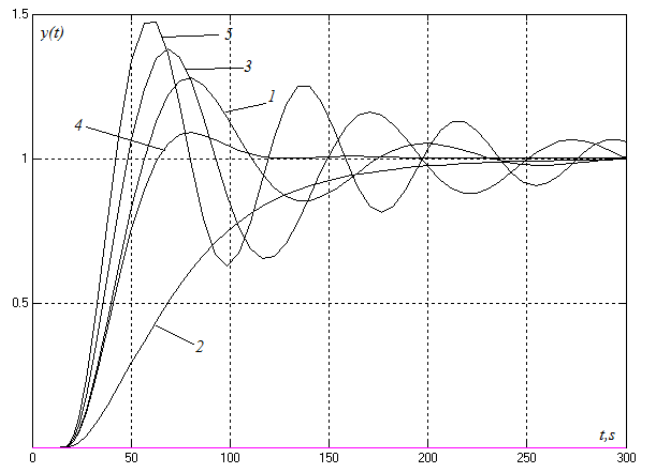


Fig. 7. Procese tranzitorii ale SA.

#### BIBLIOGRAFIE

- [1] Р. К. Дорф, Р. Х. Бишоп. Современные системы управления (Modern Control Systems). Москва: Лаборатория Базовых Знаний, 2004. – 832 с.
- [2] В. А. Лукас. Теория автоматического управления. Москва: Недра, 1990. - 416 с.
- [3] Ș. Preitl, R. E. Precup. Introducere în ingineria reglării automate. Timișoara: Editura Politehnică, 2001. - 334 p.
- [4] B. Izvoreanu, M. Potlog, Irina Cojuhari, I. Fiodorov, D. Moraru. ” Metodă de Identificare a Modelelor Obiectului de Reglare de Ordinul Unu și Doi după Răspunsul Experimental al Procesului,” În Materialele: The IX International Conference on Microelectronics and Computer Science. ICMCS-2017, October 19-21, 2017. Chișinău.
- [5] G. I. Zagarii, A. M. Shubladze. Sintez system upravlenia na osnove criteria maximalnoi stepeni ustoiчивosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree). Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.
- [6] B. Izvoreanu, I. Fiodorov, “The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method,” In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control. București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.
- [7] I. Fiodorov, B. Izvoreanu, M. Pisarenco, “Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia,” În: Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul L(LIV), Fasc. 5A, Electrotehnică, Energetică, Electronică, 2004, pp. 63-68.