ANALIZA CIRCUITELOR ELECTRICE COMPUSE ÎN REGIM TRANZITORIU PRIN METODA DE SUPERPOZIȚIE

Autori: Ecaterina Berbeca, Radu Sacaliuc
Conducător științific: conf. univ. Arhip Potâng

Abstract: *Ideea de bază este metodica calculului mărimilor circuitului electric compus în regim tranzitoriu. Se aplică metoda de superpoziție ce simplifică calculul mărimilor în regim tranzitoriu şi totodată permite de determinat rădăcinile ecuației caracteristice fără a recurge la obținerea ecuației diferențiale față de mărimea în căutare. La determinarea rădăcinilor ecuației caracteristice se aplică determinantul comun alcătuit prin aplicarea metodei curenților de contururi față de componentele libere*

Cuvintele cheie: *metoda clasică, metoda operațională, funcție-origine, funcție-imagine, determinant comun, rădăcinile ecuației caracteristice, metoda de superpoziție.*

Studiul circuitelor electrice în regim tranzitoriu permite de a pune în evidență apariția eventualelor supratensiuni pe porțiuni sau apariția supracurenților în unele ramure ale circuitului. Supratensiunile pe porțiuni pot provoca deteriorarea izolației instalației, iar supracurenții duc la suprîncălzirea părților conductoare ale instalației. Studiul fenomenelor tranzitorii permite, de asemenea, de a rezolva problema legată de deformarea amplitudinii semnalelor ce trec prin amplificatoare, prin filtre sau alte dispozitive radiotehnice.

La analiza circuitelor electrice liniare în regim tranzitoriu se aplică diferite metode, printre care: metoda clasică, metoda diferențială, metoda integralei Duhamel, metoda spectralei (transformata Fourier), metoda variabilelor de stare.

În literatura metodică şi științifică se acordă o atenție deosebită analizei circuitelor electrice simple în regim tranzitoriu.

În lucrarea de față se propune analiza circuitelor electice compuse în regim tranzitoriu prin aplicarea metodei de superpoziție. În cazul cînd circuitul electric compus conține un singur element reactiv el poate fi readus la un singur circuit electric simplu prin aplicarea regimurilor: mers la gol şi scurtcircuit (metoda GET). Problema analizei circuitelor electrice compuse se complică cu majorarea numărului elementelor reactive.

În lucrare s-a efectuat o analiză detaliată a circuitului din fig. 1, aplicînd metoda de superpoziție.

Se dă: E_1=44,V; E_2=90,V; E_5=30,V; R_1=11,Ω; R_2=43,Ω; R_3=33,Ω; R_4=47,Ω; R_5=20,Ω; L=10,mH; C=100,µF.

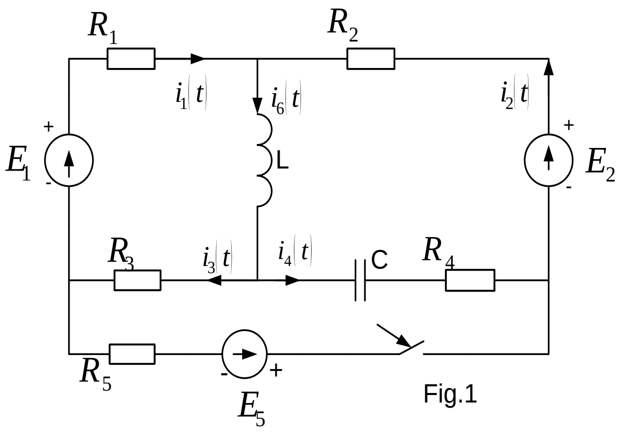

Fig.1

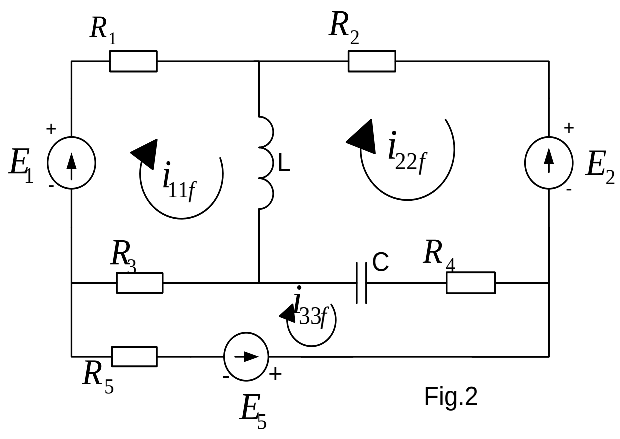

Fig.2

Pentru circuitul din fig.1 este necesar de determinat curentul i_6(t) la regim tranzitoriu. În conformitate cu metoda de superpoziție: i_6(t)= i_{6f}+i_{6l}.

La determinarea componentei forțate i_{6f} se aplică fig.2. Conform metodei curenților de conture, avem:

$$\begin{cases} i_{11f}\cdot R_{11} + i_{22f}\cdot R_{12} + i_{33f}\cdot R_{13} = E_{11} \\ i_{11f}\cdot R_{21} + i_{22f}\cdot R_{22} + i_{33f}\cdot R_{23} = E_{22} \\ i_{11f}\cdot R_{31} + i_{22f}\cdot R_{32} + i_{33f}\cdot R_{33} = E_{33} \end{cases}$$

$R_{11} = R_1 + R_5 = 44, \Omega$; $R_{22} = R_2 + R_4 = 60, \Omega$; $R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 = 100, \Omega$; $R_{12} = R_{21} = 0$; $R_{23} = R_{32} = \infty$; $R_{13} = R_{31} = -R_3 = -33, \Omega$; $E_{11} = E_1 = 44, V$; $E_{22} = -E_2 = -90, V$; $E_{33} = -E_5 = -30, V$.

În rezultatul calculelor, s-a obținut i_{6f}=0,945,A.

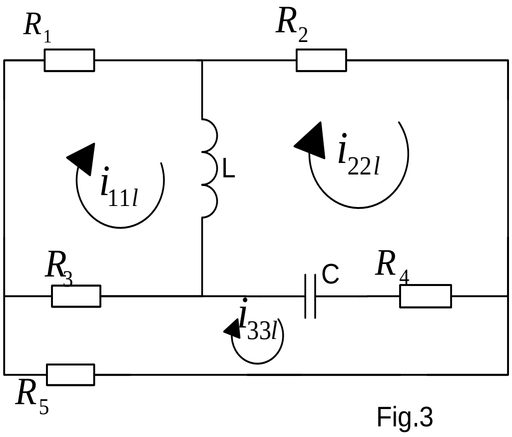

Fig.3

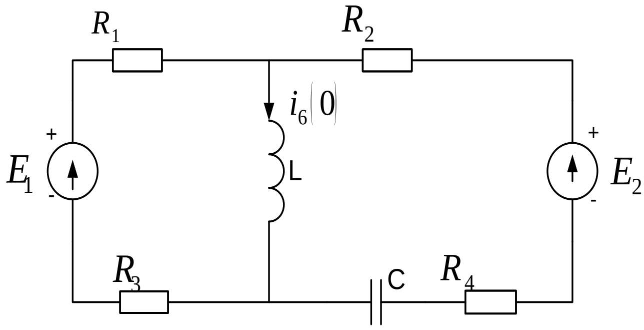

Fig.4

Expresia componentei libere depinde de valorile şi caracterul rădăcinilor ecuației caracteristice. La determinarea rădăcinilor ecuației caracteristice se aplică circuitul după comutație (fig.3) pentru componenta liberă. Conform metodei curenților de conture, avem:

$$(I)\quad \begin{cases} i_{11l}\cdot R_{11} + i_{22l}\cdot R_{12} + i_{33l}\cdot R_{13} = 0 \\ i_{11l}\cdot R_{21} + i_{22l}\cdot R_{22} + i_{33l}\cdot R_{23} = 0 \\ i_{11l}\cdot R_{31} + i_{22l}\cdot R_{32} + i_{33l}\cdot R_{33} = 0 \end{cases}$$

$R_{11} = 44 + 0.01\cdot p$,

$R_{12} = R_{21} = -p\cdot L = -0.01\cdot p$, $R_{13} = R_{31} = -R_3 = -33, \Omega$,

$$R_{22} = R_2 + R_4 + p\cdot L + \frac{1}{p\cdot C} = \frac{10^{-6}\cdot p^2 + 6\cdot 10^{-3}\cdot p + 1}{p\cdot C},$$

$$R_{23} = R_{32} = -\left(R_4 + \frac{1}{p\cdot C}\right) = -\left(\frac{47\cdot 10^{-4}\cdot p + 1}{p\cdot C}\right),$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 + \frac{1}{p\cdot C} = \frac{0.01\cdot p + 1}{p\cdot C},$$

Introducînd valorile respective în sistemul (I) obținem un sistem nou, ce ne permite să determinăm Δ(p)=0.

$$\Delta(p) = \begin{bmatrix} (44 + 0.01\cdot p) & -0.01\cdot p & -33 \\ -0.01\cdot p & \dfrac{10^{-6}\cdot p^2 + 6\cdot 10^{-3}\cdot p + 1}{p\cdot C} & -\left(\dfrac{47\cdot 10^{-4}\cdot p + 1}{p\cdot C}\right) \\ -33 & -\left(\dfrac{47\cdot 10^{-4}\cdot p + 1}{p\cdot C}\right) & \dfrac{0.01\cdot p + 1}{p\cdot C} \end{bmatrix} = 0$$

Calculînd determinantul de mai sus obținem o ecuație de forma:

$$20,91\cdot 10^{-4}\cdot p^2 + 33.97\cdot 10^{-2}\cdot p + 44 = 0 \;.$$

În rezultatul calculelor, se obține:

$p_1 = -81.23 + j\cdot 1201.8, s^{-1}$, $p_2 = -81.23 - j\cdot 1201.8, s^{-1}$.

Deci ,expresia componentei libere va fi următoarea:

$i_{6l} = A \cdot e^{-81.23 \cdot t} \cdot \sin(1201.8 t + \gamma)$, A ,: $i_6(t) = 0.945 + A \cdot e^{-81.23 \cdot t} \cdot \sin(1201.8 t + \gamma)$, A

unde A şi γ sînt constantele de integragre.
Ele se determin prin aplicarea următoarelor ecuații la t=0:

$$i_6(0) = 0.945 + A \cdot \sin(\gamma) \; ,(1)$$

$$\left.\frac{di_6}{dt}\right/_{t=0} = -81{,}23 \cdot A \cdot \sin(\gamma) + 1201{,}8 \cdot \cos(\gamma), \; (2) .$$

La determinarea $i_6(0)$ şi $u_c(0)$ se aplică circuitul din fig.4 considerat pînă la comutație:

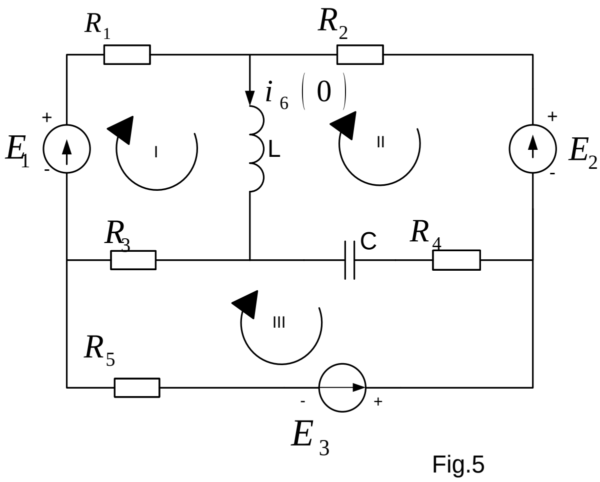

Fig.5

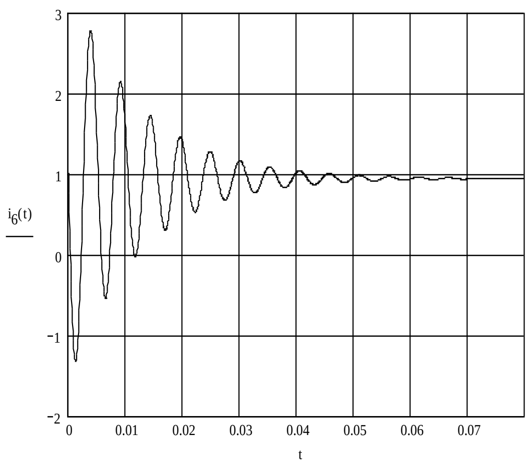

Fig.6

$$i_6(0) = \frac{E_1}{R_1 + R_3} = \frac{44}{44} = 1, A \qquad , \; u_C(0) = E_2 = 90, V$$

La determinarea $\left.\frac{di_6}{dt}\right/_{t=0}$ s-a aplicat circuitul din fig.5, considerat după comutație la t=0 cu aplicarea teoremelor lui Kirchhoff:

$$\begin{cases} i_3(0) - i_1(0) - i_5(0) = 0, (1) \\ i_1(0) - i_6(0) + i_2(0) = 0, (2) \\ i_6(0) - i_3(0) - i_4(0) = 0, (3) \\ i_1(0) \cdot R_1 + L \left.\frac{di_6}{dt}\right/_{t=0} + i_3(0) \cdot R_3 = E_1, (4) \\ i_2(0) \cdot R_2 + L \left.\frac{di_6}{dt}\right/_{t=0} + i_4(0) \cdot R_4 + u_c(0) = E_2, (5) \\ i_5(0) \cdot R_5 - i_4(0) \cdot R_4 - u_c(0) + i_3(0) \cdot R_3 = E_5, (6) \end{cases}$$

În rezultatul calculelor s-a obținut $L\frac{di_6}{dt}\Big/_{t\,=\,0}$=-3040.

Întroducînd în ecuațiile din care se determin constantele la t=0, obținem: A=-2,523 şi γ=-$1^0 15'$. Deci, expresia mărimii este:

$$i_6(t) = 0.945 - 2.523\cdot e^{-81.23\cdot t}\cdot\sin\left(1201.8\cdot t - 1.25^0\right)$$,A.

Graficul funcției i_6(t) este prezentat în fig.6.

Concluzii:

1. Aplicarea metodei clasice este legată de alcătuirea sistemului de ecuații în conformitate cu teoremele lui Kirchhoff. Rezolvarea sistemului de ecuații obținut față de mărimea în căutare, este legat de transformări complicate.
2. Aplicarea metodei de superpoziție permite de obținut expresia mărimii în căutare sub forma sumei a două componente: componenta forțată şi componenta liberă.
   Expresia componentei forțate se determină prin aplicarea metodei respective pentru circuitul considerat după comutație.
   Expresia componentei libere se determină reieşind din caracterul rădăcinilor ecuației caracteristice.
3. Metoda propusă este simplă şi nu cere de rezolvat ecuații integral- diferențiale.
4. Rădăcinile ecuației caracteristice se determin prin aplicarea determinantului comun Δ(p)=0 obținut din sistemul de ecuații alcătuit prin metoda curenților de contururi față de componenta liberă a curenților.

Bibliografie:

1. G. V. Zeveche „Osnovî teorii țepei”, M. 1985
2. G. I. Atabekov i drugie „Teoreticeschie osnovî electotehnichi”, V.2, M. Ănerghia, 1970
3. L. A. Bessonov „Teoreticeschii osnovî electrotehnichi”, M. 1989
4. A. Potâng „Procesele tranzitorii în circuite electrice liniare. Cuadripoluri şi filtre electrice. Linia lungă”, Editura U.T.M. Chişinău, 2003