

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

Cu titlu de manuscris
C.Z.U: 539.3:517.9(043.3)

CREȚU ION

SOLUȚII INTEGRALE ÎN
TERMOELASTICITATEA NECUPLATĂ

135.02 - MECANICA CORPULUI SOLID

Autoreferatul tezei de doctor în tehnică

CHIȘINĂU, 2018

Teza a fost elaborată în cadrul Catedrei "Construcții și Mecanica Structurilor",
actualmente Departamentul "Inginerie Civilă și Geodezie", Universitatea Tehnică a Moldovei

Conducător științific:

ȘEREMET Victor, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar.

Referenți oficiali:

BARSUC Alexandr, doctor habilitat în științe fizico-matematice, profesor universitar,
USM;

RUSU Ion, doctor habilitat în tehnică, profesor universitar, UTM.

Componența Consiliului Științific Specializat:

BOSTAN Viorel, doctor habilitat în tehnică, profesor universitar, UTM, președinte al
Consiliului Științific Specializat;

TARANENCO Anatolie, doctor în tehnică, conferențiar universitar, UTM, secretar
științific al Consiliului Științific Specializat;

ZOLOTCOV Anatolie, doctor habilitat în tehnică, conferențiar universitar, Ministerul
dezvoltării Regionale și Construcțiilor;

COANDĂ Ilie, doctor în tehnică, conferențiar universitar, ASEM;

GRAMA Vasile, doctor în tehnică, conferențiar universitar, UTM;

PAȚIUȚ Vladimir, doctor în științe fizico-matematice, conferențiar universitar, USM.

Susținerea va avea loc la **27 iulie 2018, ora 14⁰⁰**, în Ședința Consiliului Științific Speciali-
zat D 31 135.02 - 02 din cadrul Universității Tehnice a Moldovei pe adresa: **bd. Dacia 41,**
blocul de studii Nr. 10, aud. 310, MD-2060, Chișinău, Republica Moldova.

Teza de doctor și autoreferatul pot fi consultate la Biblioteca tehnico-științifică a Univer-
sității Tehnice a Moldovei și pe pagina web a ANACEC (www.cnaa.md).

Autoreferatul a fost expediat la 25 iunie 2018.

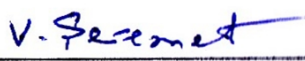
Secretar științific al Consiliului Științific Specializat,

TARANENCO Anatolie, dr., conf. univ.



Conducător științific,

ȘEREMET Victor, dr. hab., prof. univ.



Autor

CRETU Ion



REPERELE CONCEPTUALE ALE CERCETĂRII

Actualitatea temei. Pentru multe domenii prezența acțiunilor termice (sursa interioară de căldură, gradient de temperatură, flux de căldură etc.) au un efect distructiv privind rezistența elementelor. Posibilitatea realizării unei astfel de construcții, care să suporte influența tuturor acțiunilor termice necesită un calcul minuțios, folosind teoria termoelasticității, plasticității etc. În prezenta teză s-au obținut soluțiile analitice sub formă de integrale în termoelasticitatea necuplată (câmpul de temperatură nu depinde de câmpul deplasărilor elastice). Teoria termoelasticității este o combinație a teoriei conductibilității de căldură și a teoriei elasticității. Obținerea soluțiilor sub formă integrală prezintă un avantaj la rezolvarea problemelor de limită (PL) în termoelasticitate. În calculele practice cea mai răspândită teorie este cea a tensiunilor termice.

Teoria termoelasticității s-a dezvoltat destul de mult datorită execuției unor piese absolut necesare pentru realizarea unor construcții noi, așa ca: reactoare nucleare, turbine pe gaz, motoare reactive, a pieselor folosite la ansamblarea calculatoarelor etc. Aceste elemente lucrează în condiții de încălzire neuniformă. În urma acestei încălziri neuniforme apar gradienti de temperatură care duc la apariția deformațiilor neuniforme în diferite părți ale elementului. Actualitatea temei se explică prin aceea că soluțiile integrale conduc la mărirea arsenalului de PL obținute sub formă analitică, cu ajutorul cărora pot fi rezolvate un set de PL concrete noi.

Descrierea situației în domeniul de cercetare. În caz general, de la încălzirea neuniformă, apar deplasări și tensiuni termice, uneori chiar cu apariția și dezvoltarea fisurilor. Fisurile într-un corp pot apărea fie de la tensiunile termice, fie de la cele mecanice sau de la ambele tensiuni concomitent. Aceste fisuri pot duce la cedarea elementului. Anume aceste valori ale deplasărilor și tensiunilor termice sunt necesare pentru analiza rezistenței elementului în particular și a construcției în ansamblu. Astfel, obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor și tensiunilor termoelastice sunt apreciate de cercetătorii din domeniu, deoarece ele dau posibilitatea să fie rezolvate (pentru fiecare tip de PL concretă) o mulțime de probleme de la acțiunea diferitor legi de schimbare a sursei interioare de căldură, a temperaturii etc.

În baza soluțiilor integrale pot fi determinate soluțiile analitice și comparate cu rezultatele obținute prin metodele clasice. Dacă aceste soluții sunt în funcții elementare, importanța acestor rezultate crește și mai mult. Cu atât mai mult, aceste soluții integrale, încă nu au fost obținute pentru toate corpurile posibile a tuturor sistemelor de coordonate.

Scopul lucrării constă în obținerea soluțiilor integrale în termoelasticitatea necuplată prin generalizarea metodei reprezentărilor integrale armonice (MRIA), folosirea metodei Maysel (MM) și a metodei $G\Theta$ convoluției ($MG\Theta-C$) pentru PL noi a diferitor domenii canonice.

Obiectivele de bază:

- construirea funcției Green pentru ecuația Poisson (FGEP) pentru conductibilitate termică;
- obținerea soluțiilor integrale pentru câmpul de temperatură în corpuri din sistemul cartezian de coordonate în baza funcțiilor Green (FG) construite;
- reprezentările generale integrale ale FPTG (funcțiile principale termoelastice Green sau funcțiile de influență ale deplasărilor termoelastice de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură) prin FG ale conductibilității termice;
- determinarea FPTG în baza reprezentărilor generale folosind MRIA pentru sistemul de coordonate cartezian și a MG Θ -C pentru sistemul de coordonate sferic;
- calcularea unor integrale pe suprafață și pe volum la obținerea soluțiilor integrale;
- rezolvarea problemelor particulare în termoelasticitatea necuplată, în baza soluțiilor integrale prin MRIA și MG Θ -C și a metodologiei de aplicare a formulei Maysel;
- trasarea graficelor folosind programa Maple 18 și analiza ulterioară a acestora pentru FPTG și a soluțiilor analitice pentru câmpul de temperatură, deplasările și tensiunile termice;
- validarea rezultatelor obținute.

Metodologia cercetărilor științifice. În baza cercetărilor au fost obținute soluții integrale și analitice folosind MG Θ -C, MRIA și a metodologiei de aplicare a formulei Maysel pentru un set de PL noi. Aceste metode s-au dovedit a fi mai eficiente decât metodele clasice.

Noutatea și originalitatea științifică constă în următoarele:

- obținerea soluțiilor integrale pentru câmpul de temperatură în domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian;
- extinderea MRIA prin obținerea soluțiilor integrale în termoelasticitate pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian;
- extinderea MG Θ -C prin obținerea soluțiilor integrale în termoelasticitate pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate sferic;
- crearea unui procedeu de calcul a unor integrale pe volum de la produsul dintre funcția de tip Green din conductibilitatea termică și funcția de influență a dilatării de volum elastică de la acțiunea unei forțe unitare concentrate ($\Theta^{(i)}$), pentru MG Θ -C. Calculul mai multor integrale pe suprafață în MRIA;
- lărgirea arsenalului de funcții termoelastice prin generalizarea MRIA pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian și a MG Θ -C pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate sferic;
- obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor și tensiunilor termoelastice în funcții elementare pentru unele PL particulare noi.

Problema științifică importantă soluționată constă în generalizarea MRIA și aplicarea acestei metode la obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor și tensiunilor termice pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian și generalizarea $MG\Theta-C$ și aplicarea ei la obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor termoelastice pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate sferic.

Semnificația teoretică și valoarea aplicativă a lucrării. În baza $MG\Theta-C$ și MRIA, în urma rezolvării unor PL noi au fost obținute soluțiile integrale ale deplasărilor și tensiunilor termice. Aceste soluții obținute în funcții elementare au o importanță destul de mare în domeniul termoelasticității și anume: completează arsenalul de soluții integrale cu rezultatele obținute (folosind aceste rezultate crește și valoarea aplicativă a lucrării), permit rezolvarea altor PL noi, pot fi folosite ca probleme test pentru validarea metodelor clasice etc.

Rezultatele științifice înaintate spre susținere:

~ generalizarea MRIA, pentru unele PL noi, prin determinarea soluțiilor integrale în termoelasticitate pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian (fâșie, pătrime de plan, semispațiu);

~ determinarea soluțiilor integrale în termoelasticitate, pentru unele PL noi, folosind MM, pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian (semifâșie);

~ generalizarea $MG\Theta-C$, pentru unele PL noi, prin determinarea soluțiilor integrale în termoelasticitate pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate sferic (pana sferică);

~ obținerea în funcții elementare pentru unele PL particulare noi a soluțiilor analitice ale deplasărilor și tensiunilor termoelastice.

Implementarea rezultatelor științifice. Rezultatele obținute în teză pot fi aplicate la determinarea tensiunilor și deplasărilor termice pentru domeniile care au aceeași formă ca și domeniul calculat, inclusiv în elementele de construcție și nu numai (fâșia - peretele unei clădiri, semifâșia - peretele de lângă golul de ușă sau fereastră, pana sferică - cordon de sudură etc.).

Aprobarea rezultatelor cercetărilor. Rezultatele cercetărilor au fost validate în cadrul lucrărilor publicate în reviste internaționale și naționale: revista internațională (cotată ISI) "Acta Mechanica", vol. 224, Nr. 4, 2013; revista internațională (ISSN): "Transylvanian Journal of Mathematics and Mechanics", vol. 7, Nr. 1, 2015; vol. 8, Nr. 2, 2016; revista națională (ISSN): "Meridian ingineresc", vol. 7, Nr. 1, 2017.

Rezultatele cercetărilor au fost prezentate și discutate la conferințe, simpozioane internaționale și naționale cu publicarea în lucrările acestora: "Conferința Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților UTM", Chișinău, Republica Moldova, 2012; "Conferința Jubiliară Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților consacrată celei de-

a 50-a Aniversări a UTM", Chișinău, Republica Moldova, 2014; conferința internațională: "The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova", Academia de Științe a Moldovei, Chișinău, Republica Moldova, 2014; simpozionul internațional: "Utilizarea eficientă a resurselor hidro-funciare în condițiile actuale - realizări și perspective", Universitatea Agrară de Stat din Moldova, Chișinău, Republica Moldova, 2016.

Publicații la tema tezei. La tema tezei au fost publicate 10 lucrări științifice: un articol într-o revistă internațională cotate ISI; două articole ca singur autor într-o revistă de circulație internațională; un articol ca singur autor într-o revistă recenzată, de circulație națională, șase articole în culegeri de lucrări ale conferințelor și simpozioanelor internaționale și naționale, dintre care 4 fără coautori.

Structura și volumul lucrării. Teza este compusă din adnotări (română, rusă și engleză), introducere, trei capitole, concluzii generale și recomandări, bibliografie (122 titluri) și 4 anexe. Conținutul de bază al tezei este expus pe 120 pagini și înserează 39 figuri.

Cuvinte-cheie: soluții integrale, termoelasticitate, funcția Green, funcția de influență, deplasări termoelastice, tensiuni termice, condiții de limită, dilatarea de volum.

CONȚINUTUL TEZEI

Capitolul 1. Metodele de calcul folosite la rezolvarea PL în termoelasticitate.

În acest capitol este analizată situația din domeniul teoriei termoelasticității: monografii, articole, materiale ale conferințelor științifice etc., savanții care au pus bazele dezvoltării acestui domeniu. Sunt stipulate metodele clasice aplicate în teoria termoelasticității publicate în țară și peste hotare. În baza literaturii de specialitate studiate s-a făcut o analiză comparativă a situației existente în domeniu. O atenție deosebită s-a acordat metodelor dezvoltate în ultimii ani, acestea fiind $MG\Theta$ -C și MRIA, avantajele și dezavantajele în raport cu celelalte metode.

În cazul rezolvării PL în termoelasticitate pentru majoritatea metodelor tradiționale, trebuie să fie rezolvată inițial o PL a conductibilității de căldură, pentru a determina câmpul interior de temperatură, ulterior, în baza câmpului de temperatură cunoscut, se rezolvă ecuațiile Lamé. Aceasta situație complică obținerea soluției pentru PL în termoelasticitate.

La rezolvarea PL în termoelasticitatea necuplată poate fi aplicată și metoda Maysel [16, 22, 33], [34, p. 483]. Această formulă este caracterizată de deplasările termoelastice în formă de integrală pe volum de la produsul dintre câmpul interior de temperatură și $\Theta^{(i)}$. Anume aceasta crează unele dificultăți în obținerea soluțiilor deplasărilor termoelastice la aplicarea formulei Maysel.

În cazul rezolvării PL a conductibilității de căldură, Green a propus o formulă integrală specială pentru determinarea câmpului interior de temperatură de la acțiunile termice exterioare

și interioare. Același autor (Green) a propus o formulă pentru determinarea câmpului de deplasări elastice, dacă sunt cunoscute acțiunile mecanice, iar V. Șeremet a propus o formulă pentru determinarea deplasărilor termice prin generalizarea formulei integrale Green, direct din acțiunile termice cunoscute, dacă sunt știute FPTG. Metode relativ noi sunt prezentate în [14].

Metoda $G\Theta$ convoluției (MG Θ -C). Datorită acestei metode pot fi determinate deplasările termoelastice. La baza MG Θ -C stă calcularea unei integrale pe volum de la produsul dintre FG a conductibilității termice și $\Theta^{(i)}$. În acest caz soluțiile obținute în urma rezolvării PL sunt exprimate indirect prin acțiunile termice inițial cunoscute.

Deci, FG are un rol extrem de important în obținerea soluțiilor integrale pentru PL din teoria termoelasticității și nu numai. De aceea, obținerea unor astfel de soluții aduce un aport în domeniul mecanicii corpului solid și este apreciată de specialiștii din domeniu. FG sunt aceleași linii de influență binecunoscute din domeniul Mecanicii Structurilor, care sunt funcții de 1D [1, 2, 11]. FG pot fi utilizate și la rezolvarea problemelor de 2D sau 3D.

Impedimentele pentru obținerea soluțiilor integrale sunt: construirea FG în conductibilitate termică; determinarea $\Theta^{(i)}$ și calculul integralei pe volum de la produsul acestor funcții.

Avantajul acestei metode: unește în sine ambele procese de rezolvare a PL în termoelasticitate. Dacă se rezolvă o PL concretă, un alt avantaj este obținerea tuturor soluțiilor integrale posibile pentru diferite legi care descriu acțiunile termice.

Dezavantajul metodei: la obținerea soluțiilor pentru corpurile carteziane care au linii drepte sau planuri paralele cu axele carteziane, utilizarea MG Θ -C nu este posibilă. Situația se explică prin faptul că, pentru aceste domenii, funcțiile potențiale termoelastice sunt încă necunoscute.

Metoda reprezentărilor integrale armonice (MRIA) constă în obținerea FPTG printr-o nouă abordare, direct din ecuațiile Lamé sau Beltrami-Michel, în dependență de tipul condițiilor de limită (CL). Această metodă a fost dezvoltată de prof. univ., dr. hab. Șeremet Victor [17], [26, p. 105]. La baza MRIA a stat determinarea formulelor structurale (de bază) generale a dilatării de volum și a deplasărilor termoelastice. Datorită acestor formule structurale generale nu este necesară determinarea prealabilă a câmpului de temperatură de la acțiunile termice, așa cum se realizează în metodele clasice. Folosind MRIA soluțiile obținute în urma rezolvării PL sunt exprimate direct prin acțiunile termice inițial cunoscute, iar integrala care trebuie să fie rezolvată este una de suprafață și nu de volum, ceea ce ușurează calculul integral.

Principalele beneficii: nu trebuie să fie deduse funcțiile de influență $\Theta^{(i)}$; nu este necesar să fie realizat calculul complex al produsului dintre FG din conductibilitate termică și $\Theta^{(i)}$; metoda propusă poate fi extinsă pentru mai multe domenii canonice ale sistemului de coordonate cartezian.

Dezavantajul pentru MRIA este necesitatea obținerii formulelor structurale generale, dacă se dorește rezolvarea unor PL noi pentru alte sisteme de coordonate. Pentru fiecare sistem de coordonate (cartezian, polar, cilindric, sferic, curbiliniu etc.) aceste reprezentări integrale sunt diferite, însă odată deduse pot fi folosite la rezolvarea unui set de probleme din acel sistem.

Capitolul 2. Soluții integrale termoelastice pentru PL 2D. Este prezentată metoda de obținere a soluțiilor integrale ale deplasărilor și tensiunilor termice folosind MRIA pentru PL 2D sub formă de fâșie. Pentru aceasta, preventiv s-a construit FG a aceluiași domeniu și s-au dedus FPTG. S-au obținut expresiile pentru câmpul de temperatură cu CL de tip Dirichlet și CL de tip mixt. Folosind aceeași MRIA au fost obținute expresiile analitice ale deplasărilor și tensiunilor termice pentru un domeniu în formă de pătrime de plan. Datorită metodei Maysel au fost deduse soluțiile analitice ale deplasărilor și tensiunilor termoelastice pentru semifâșie. Au fost obținute reprezentările grafice pentru o PL în formă de dreptunghi. Pentru expresiile obținute: FG, câmpul de temperatură, tensiunile termice în fâșie, pătrime de plan și semifâșie folosind programa Maple 18 au fost prezentate grafic aceste relații, cu analiza ulterioară a lor. Au fost validate rezultatele folosind MRIA pentru PL 2D.

Pentru a evita rezolvarea unei PL suplimentară (câmpul de temperatură) în [22, 23],[24, p. 94],[26, p. 11] V. Șeremet a propus generalizarea formulei Maysel și a formulei integrale Green:

$$u_i(\xi) = a^{-1} \int_V F(x)U_i(x, \xi)dV(x) - \int_{\Gamma_D} T(y) \frac{\partial U_i(y, \xi)}{\partial n_y} d\Gamma_D(y) + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} U_i(y, \xi) d\Gamma_N(y) + a^{-1} \int_{\Gamma_M} \left[\alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \right] U_i(y, \xi) d\Gamma_M(y); i = 1, 2, 3, \quad (2.1)$$

unde: U_i - FPTG; Γ_D , Γ_N și Γ_M - sunt părți componente a suprafeței corpului $\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_M$ și reprezintă CL de tip Dirichlet (temperatura $T(y)$), Neumann (fluxul de căldură $a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y}$) și mixt (are loc schimbul de căldură dintre mediul exterior și suprafața corpului după legea $\left[\alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \right]$); a - coeficientul conductivității de temperatură; $F(x)$ - sursa interioară de căldură; α - coeficientul conductibilității convective de căldură; $\gamma = \alpha_t(2\mu + 3\lambda)$ - constanta termoelastice; α_t - coeficientul dilatării termice liniare; λ, μ - constantele de elasticitate Lamé.

Dacă sunt cunoscute deplasările termoelastice U_i și u_i , atunci pot fi calculate tensiunile termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ și $\sigma_{ij}(\xi)$ în baza legii Duhamel-Neumann [15, p. 5], [34, p. 476]:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \mu(U_{i,j} + U_{j,i}) + \delta_{ij}(\lambda\Theta - \gamma G_T); \Theta = U_{k,k}(x, \xi); i, j, k = 1, 2, 3; \quad (2.2)$$

$$\sigma_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) + \delta_{ij}(\lambda\theta - \gamma T); \theta = u_{k,k}; i, j, k = 1, 2, 3, \quad (2.3)$$

unde: $\bar{\sigma}_{ij}$ - funcțiile de influență ale tensiunilor termice de la o sursă unitară punctiformă de căldură; σ_{ij} - tensiunile termice de la acțiunea termică; δ_{ij} - simbolul Kronecker, G_T - FG.

Pentru determinarea σ_{ij} poate fi utilizată și formula integrală de tip Green [25, p. 555]:

$$\begin{aligned} \sigma(\xi) = a^{-1} \int_V F(x) \bar{\sigma}_{ij}(x, \xi) dV(x) - \int_{\Gamma_D} T(y) \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}(y, \xi)}{\partial n_y} d\Gamma_D(y) + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \bar{\sigma}_{ij}(y, \xi) d\Gamma_N(y) \\ + a^{-1} \int_{\Gamma_M} \left[\alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \right] \bar{\sigma}_{ij}(y, \xi) d\Gamma_M(y); i, j = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Conform MRIA [26, p. 108] reprezentările generale integrale ale FPTG pentru un domeniu general al sistemului cartezian de coordonate se scriu în felul următor:

$$\begin{aligned} U_i(x, \xi) = -\frac{\lambda + \mu}{2\mu} \xi_i \Theta(x, \xi) - \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} x_i G_i(x, \xi) + \frac{\gamma \xi_i}{2\mu} G_T(x, \xi) \\ - \int_{\Gamma} \left[V_i(x, y) \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} - \frac{\partial V_i(x, y)}{\partial n_{\Gamma}} \right] G_i(y, \xi) d\Gamma(y), \end{aligned} \quad (2.5)$$

unde:
$$V_i(x, y) = U_i(x, y) + \frac{\xi_i}{2\mu} [(\lambda + \mu)\Theta(x, y) - \gamma G_T(x, y)]; i = 1, 2, 3, \quad (2.6)$$

$$\Theta(x, \xi) = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} G_{\Theta}(x, \xi) + \int_{\Gamma} \left[\frac{\partial \Theta(x, y)}{\partial n_{\Gamma}} - \Theta(x, y) \frac{\partial}{\partial n_{\Gamma}} \right] G_{\Theta}(y, \xi) d\Gamma(y), \quad (2.7)$$

$G_T(x, \xi), G_i(x, \xi), G_{\Theta}(x, \xi)$ - FG în dependență de CL pentru U_i și $\partial U_i / \partial n_{\Gamma}$.

Funcții de influență și soluții integrale termoelastice pentru fâșie.

La determinarea FPTG și a soluțiilor integrale este necesar de construit FGEP a aceluiași domeniu pentru care trebuie să fie obținute soluțiile. S-a construit FG $G(x, \xi)$ pentru fâșia $V \equiv (-\infty < x_1 < +\infty, 0 \leq x_2 \leq a_2), x \equiv (x_1, x_2) \in V, \xi \equiv (\xi_1, \xi_2) \in V$ [3], cu conturul $\Gamma \equiv \Gamma_{20} \cup \Gamma_{21}$, ce verifică ecuația Poisson: $\nabla^2 G(x, \xi) = -\delta(x - \xi)$, cu CL de tip Neumann.

Metodologia de construire a FGEP este prezentată în sursele [8, p. 36], [9, p. 27], [24, p. 302], [27, p. 144]. Pentru rezolvarea acestei probleme s-a utilizat separarea variabilelor. FG s-a scris în serii trigonometrice Fourier infinite. Folosind CL aceasta capătă o formă mai redusă, care s-a substituit în ecuația Poisson și s-a obținut o ecuație diferențială. În urma rezolvării acestei ecuații și prezentării ei în funcții elementare, s-a obținut expresia finală a FGEP:

$$G = b - \frac{1}{4\pi} \ln EE_2 + \begin{cases} 0; x_1 \leq \xi_1; \\ \frac{(x_1 - \xi_1)}{a_2}; x_1 \geq \xi_1, \end{cases} \quad (2.8)$$

unde:
$$E = 1 - 2e^{\frac{\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)} \cos \frac{\pi}{a_2}(x_2 - \xi_2) + e^{\frac{2\pi}{a_2}(x_1 - \xi_1)}; E_2 = E(x; \xi_1; -\xi_2). \quad (2.9)$$

S-a folosit programa Maple 18 și s-a construit graficul FG (2.8) cu analiza ulterioară.

Apoi, s-a determinat **câmpul interior de temperatură în fâșia V** , dacă pe latura $x_2 = 0$ acționează un gradient de temperatură $T_{20}(y_1, 0) = const$, iar pe $x_2 = a_2, T_{21}(y_1, a_2) = const$. [4].

S-a folosit următoarea formulă integrală generală pentru domenii 3D [32, p. 382]:

$$T(x) = a^{-1} \int_V F(\xi)G(x, \xi)dV(\xi) - \int_{\Gamma_D} T(y_0) \frac{\partial G(y_0, x)}{\partial n_0} d\Gamma_D(y_0) + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(y_0)}{\partial n_0} G(y_0, x) d\Gamma_N(y_0) + a^{-1} \int_{\Gamma_M} \left[\alpha T(y_0) + a \frac{\partial T(y_0)}{\partial n_0} \right] G(y_0, x) d\Gamma_M(y_0). \quad (2.10)$$

Conform formulării problemei, expresia (2.10) se va scrie într-o formă mai simplificată și se observă că pentru a determina câmpul interior de temperatură este necesar de a construi FG care verifică ecuația Poisson pentru fâșia V cu CL de tip Dirichlet. Folosind programa Maple 18 s-a construit graficul acestei FG. S-a derivat FG pe normala exterioară a laturilor $x_2 = 0$ și $x_2 = a_2$. În urma simplificării și a rezolvării integralelor, s-a obținut expresia finală de calcul a câmpului interior de temperatură:

$$T(x_1, x_2) = \frac{T_{20}}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(d-x_1)} - \cos \frac{\pi x_2}{a_2}}{\sin \frac{\pi x_2}{a_2}} - \operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(c-x_1)} - \cos \frac{\pi x_2}{a_2}}{\sin \frac{\pi x_2}{a_2}} \right] + \frac{T_{21}}{\pi} \left[\operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(g-x_1)} + \cos \frac{\pi x_2}{a_2}}{\sin \frac{\pi x_2}{a_2}} - \operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(f-x_1)} + \cos \frac{\pi x_2}{a_2}}{\sin \frac{\pi x_2}{a_2}} \right]. \quad (2.11)$$

Graficul câmpului interior de temperatură în fâșia V cu CL de tip Dirichlet s-a construit folosind programa Maple 18 și este prezentat în Figura 2.1, a).

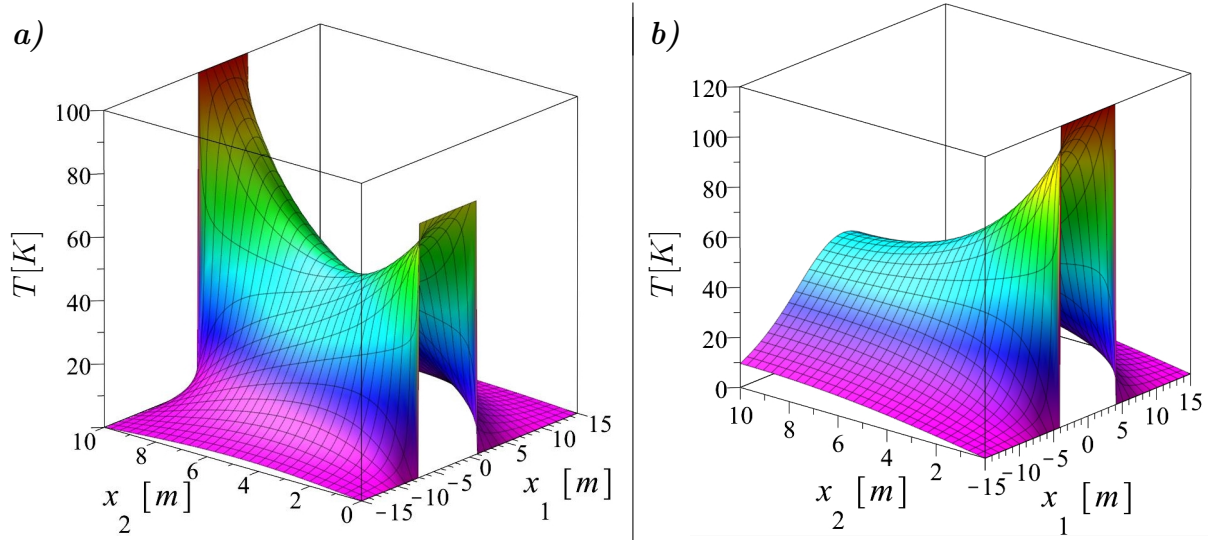


Fig. 2.1. Graficele câmpurilor interioare de temperatură pentru fâșia V ($-15 \leq x_1 \leq 15$, $0 \leq x_2 \leq 10$), a) CL de tip Dirichlet, b) CL de tip mixt.

S-a determinat **câmpul interior de temperatură în fâșia V , cu CL de tip mixt** [5]. Rezolvarea acestei probleme s-a făcut analogic metodologiei folosite în problema precedentă.

Utilizând programa Maple 18 s-a construit graficul câmpului interior de temperatură în fâșia V . Graficul este prezentat în Figura 2.1, b). Ulterior au fost analizate aceste grafice.

Soluții integrale pentru fâșia termoelastică cu CL de tip Dirichlet.

S-au determinat tensiunile termice $\sigma_{ij}(\xi)$ pentru o problemă particulară de limită sub formă de fâșia V de la acțiunea unor gradienti de temperatură aplicați pe ambele laturi Γ_{20} și Γ_{21} ale domeniului. CL sunt prezentate în Figura 2.2, a).

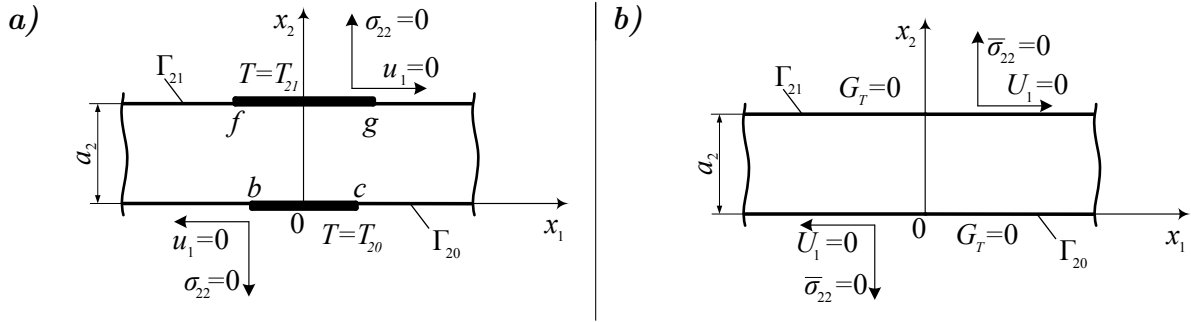


Fig. 2.2. Schema fâșiei V , a) condiții de limită mecanice u_1 , σ_{22} și termice T ; b) condiții de limită mecanice U_1 , $\bar{\sigma}_{22}$ și termice G_T .

La rezolvarea acestei probleme s-a utilizat MRIA. Conform relației (2.4), pentru a determina $\sigma_{ij}(\xi)$, trebuie să fie cunoscute $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$, dar pentru aceasta este necesar de stabilit după formulele structurale (2.5) - (2.7) relațiile pentru $U_i(x, \xi)$ și $\Theta(x, \xi)$. S-au determinat FPTG pentru fâșia V cu CL din Figura 2.2, b), prin rezolvarea ecuațiilor Lamé:

$$\mu \nabla_{\xi}^2 U_i(x, \xi) + (\lambda + \mu) \Theta_{,\xi_1}(x, \xi) - \gamma G_{T,\xi_i}(x, \xi); i = 1, 2, \quad (2.12)$$

$$\text{și ecuația de tip Poisson:} \quad \nabla^2 G_T(x, \xi) = -\delta(x - \xi); x, \xi \in V. \quad (2.13)$$

Datorită legii Duhamel-Neumann (2.2) scrisă pentru tensiunea termică $\bar{\sigma}_{22}$ și folosind CL pentru laturile marginale: $\bar{\sigma}_{22} = 0$ și $G_T = 0$, șirul CL poate fi suplinit pentru Γ_{20} și Γ_{21} :

$$G_T = 0; U_1 = 0 \Rightarrow U_{1,1} = 0, G_1 = 0; \bar{\sigma}_{22} = 0; U_{2,2} = 0; G_{2,2} = 0 \Rightarrow \Theta = 0; G_{\Theta} = 0. \quad (2.14)$$

Din [24, p. 112], [27, p. 17] s-au extras expresiile pentru G_T, G_{Θ}, G_1 , iar din [3] pentru G_2 , ce coincide cu formula (2.8) și s-au substituit în expresia dilatării de volum (2.7):

$$\Theta(x, \xi) = \frac{\gamma}{\lambda + 2\mu} G_T(x, \xi). \quad (2.15)$$

FPTG pentru fâșie se scriu folosind (2.5). Datorită CL (2.14) și folosind expresiile pentru G_1 și $\Theta(x, \xi)$ (2.15), pentru $i = 1$, s-a obținut relația finală a deplasării $U_1(x, \xi)$:

$$U_1(x, \xi) = \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} (\xi_1 - x_1) G_T(x, \xi). \quad (2.16)$$

În același mod s-a determinat deplasarea termoelastică U_2 , pentru $i = 2$. Integrala de pe latura marginală Γ_{20} este egală cu zero conform CL. Fâșia are o lățime egală cu a_2 , deci y_2 se

substituie prin a_2 . Se reduc termenii asemenea și se obține o nouă expresie a deplasării termice U_2 . În urma rezolvării integralei nou formate se obține FPTG pentru deplasarea U_2 :

$$U_2(x, \xi) = \frac{\gamma}{2(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_1 - x_1) \int \frac{\partial G_T(x, \xi)}{\partial \xi_2} d\xi_1 - \iint \frac{\partial G_T(x, \xi)}{\partial \xi_2} d^2 \xi_1^2 \right]. \quad (2.17)$$

S-au verificat expresiile obținute după CL atât cele mecanice, cât și cele termice.

Tensiunile termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ s-au determinat folosind relațiile (2.15) - (2.17) și s-au înlocuit în formula Duhamel-Neumann (2.2). În urma calculelor efectuate s-au obținut:

$$\bar{\sigma}_{11}(x, \xi) = \frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_1 - x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right] \ln \frac{E_2}{E}; \quad (2.18)$$

$$\bar{\sigma}_{22}(x, \xi) = -\frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_1 - x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} + 1 \right] \ln \frac{E_2}{E}; \quad (2.19)$$

$$\bar{\sigma}_{12}(x, \xi) = \frac{\mu\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} (\xi_1 - x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln \frac{E_2}{E}. \quad (2.20)$$

S-a folosit programa Maple 18 pentru a construi graficele tensiunilor termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ (2.18) - (2.20). În Figura 2.3, a) este prezentat doar $\bar{\sigma}_{22}(x, \xi)$. Ulterior s-au analizat aceste grafice.

La determinarea tensiunilor termice $\sigma_{ij}(\xi)$ s-a utilizat formula (2.4), unde rezultă: $F(x) = 0$, $\frac{\partial T(y)}{\partial n_y} = 0$, $\left[\alpha T(y) + a \frac{\partial T(y)}{\partial n_y} \right] = 0$. Expresiile pentru $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ (2.18) - (2.20) pentru fâșia V cu CL indicate în Figura 2.2, b) fiind deja cunoscute. S-a folosit formula de integrare prin părți și s-au obținut expresiile finale ale tensiunilor termice $\sigma_{ij}(\xi)$:

$$\sigma_{11}(\xi) = -\frac{\mu\gamma}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left\{ T_{20} \left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln E_{20} + 4 \operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(y_1 - \xi_1)} - \cos \frac{\pi}{a_2} \xi_2}{\sin \frac{\pi}{a_2} \xi_2} \right] \Big|_b^c \right. \\ \left. - T_{21} \left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln E_{2a_2} - 4 \operatorname{arctg} \frac{e^{\frac{\pi}{a_2}(y_1 - \xi_1)} + \cos \frac{\pi}{a_2} \xi_2}{\sin \frac{\pi}{a_2} \xi_2} \right] \Big|_f^g \right\}; \quad (2.21)$$

$$\sigma_{22}(\xi) = \frac{\mu\gamma}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left\{ T_{20} \left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln E_{20} \right] \Big|_b^c - T_{21} \left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} \ln E_{2a_2} \right] \Big|_f^g \right\}; \quad (2.22)$$

$$\sigma_{12}(\xi) = \frac{\mu\gamma}{2\pi(\lambda + 2\mu)} \left\{ T_{20} \left[\left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right] \ln E_{20} \right] \Big|_b^c - T_{21} \left[\left[(\xi_1 - y_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right] \ln E_{2a_2} \right] \Big|_f^g \right\}. \quad (2.23)$$

S-au construit graficele tensiunilor termice $\sigma_{ij}(\xi)$ (2.21) - (2.23) folosind programa Maple 18. În Figura 2.3, b) este prezentat doar graficul $\sigma_{22}(\xi)$. Ulterior s-au analizat aceste grafice.

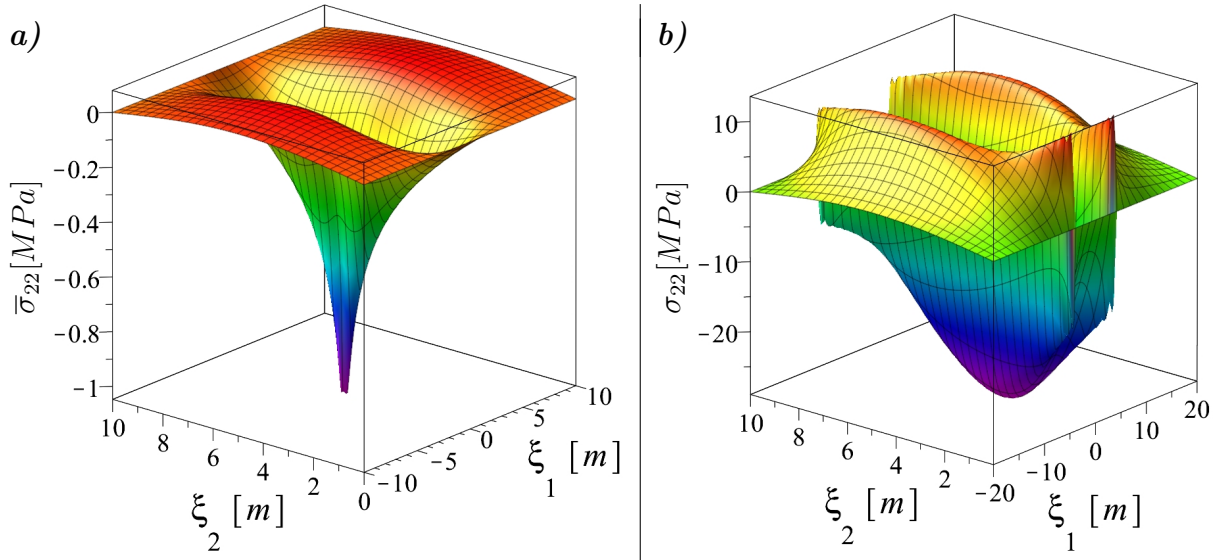


Fig. 2.3. Graficele tensiunilor termice $\bar{\sigma}_{22}(x, \xi)$ și $\sigma_{22}(\xi)$ în fâșia V.

Tot în acest capitol au fost obținute tensiunile termice $\sigma_{ij}(\xi)$ pentru o problemă particulară de limită în formă de **pătrime de plan** $P(0 \leq x_1, x_2 < \infty)$ cu aumite CL [13]. În limitele acestui domeniu este aplicat un gradient de temperatură $T = T(y_1, 0)$ pe un anumit segment de pe latura marginală $\Gamma_{20}(0 \leq y_1 < \infty; y_2 = 0)$. La rezolvarea acestei probleme s-a folosit MRIA. Pentru aceasta s-au obținut tensiunile $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$, dar nu înainte de a fi stabilite expresiile pentru deplasările termice $U_i(x, \xi)$. Folosind programa Mape 18 au fost construite graficele tensiunilor termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ și $\sigma_{ij}(\xi)$ pentru pătrimea de plan P . În final au fost analizate aceste grafice.

Soluții integrale termoelastice pentru semifâșie

S-au determinat tensiunile termice $\sigma_{ij}(\xi); i, j = 1, 2$ în semifâșia $K \equiv (0 \leq x_1 < \infty, 0 \leq x_2 \leq a_2)$, de la acțiunea unui gradient de temperatură $\Delta T(x)$ aplicat în limitele unui dreptunghi $K' \equiv [a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d] \in K$ [30]. CL sunt prezentate în Figura 2.4.

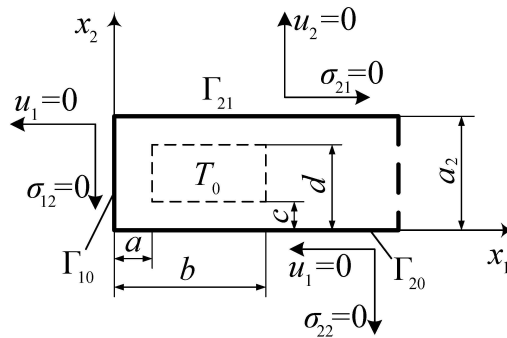


Fig. 2.4. Schema semifâșiei cu condițiile de limită mecanice $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, u_1, u_2$ și termice T_0 .

Pentru rezolvarea acestei PL s-a folosit formula Maysel din [34, p. 483]:

$$u_i(\xi) = \gamma \int_V \Delta T(x) \Theta^{(i)}(x, \xi) dx_1 dx_2; i = 1, 2. \quad (2.24)$$

Expresia pentru $\Theta^{(i)}(x, \xi)$ s-a extras din [24, p. 115]. Funcțiile din expresia obținută (2.24) s-au substituit în legea Duhamel-Neumann (2.3), s-au rezolvat integralele respective și s-au obținut relațiile finale pentru tensiunile termice $\sigma_{ij}(\xi)$:

$$\sigma_{11}(\xi) = \frac{\mu\gamma T_0}{\pi(\lambda + 2\mu)} F(\xi) + \begin{cases} -\gamma T_0; & \xi \in K' \\ 0, & \xi \in \Omega \end{cases}; \sigma_{22}(\xi) = -\frac{\mu\gamma T_0}{\pi(\lambda + 2\mu)} F(\xi) + \begin{cases} -\gamma T_0; & \xi \in K' \\ 0, & \xi \in \Omega \end{cases};$$

$$\sigma_{12}(\xi) = -\frac{\mu\gamma T_0}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \ln \frac{\bar{E}\tilde{E}_1\bar{E}_2\tilde{E}_{12}}{\tilde{E}\bar{E}_1\tilde{E}_2\bar{E}_{12}} \Bigg|_{x_2=c}^{x_2=d} \Bigg|_{x_1=a}^{x_1=b}. \quad (2.25)$$

Funcția $F(\xi)$ este exprimată prin următoarele relații:

$$F(\xi) = \left[-\bar{f} + \tilde{f}_1 + \bar{f}_2 - \tilde{f}_{12} - \tilde{f} + \bar{f}_1 + \tilde{f}_2 - \bar{f}_{12} \right]_{x_1=a; x_2=c}^{x_1=b; x_2=d}; \quad (2.26)$$

$$\bar{f} = \arctan \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} + \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}; \tilde{f} = \arctan \frac{e^{(\pi/2a_2)(x_1-\xi_1)} - \cos(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)}{\sin(\pi/2a_2)(x_2 - \xi_2)};$$

$$\bar{f}_1 = \bar{f}(x; -\xi_1, \xi_2); \bar{f}_2 = \bar{f}(x; \xi_1, -\xi_2); \bar{f}_{12} = \bar{f}(x; -\xi_1, -\xi_2);$$

$$\tilde{f}_1 = \tilde{f}(x; -\xi_1, \xi_2); \tilde{f}_2 = \tilde{f}(x; \xi_1, -\xi_2); \tilde{f}_{12} = \tilde{f}(x; -\xi_1, -\xi_2).$$

Graficele $\sigma_{ij}(\xi)$, pentru semifâșia K s-au construit folosind programa Maple 18. Două din aceste grafice sunt prezentate în Figura 2.5. Ulterior au fost analizate aceste grafice.

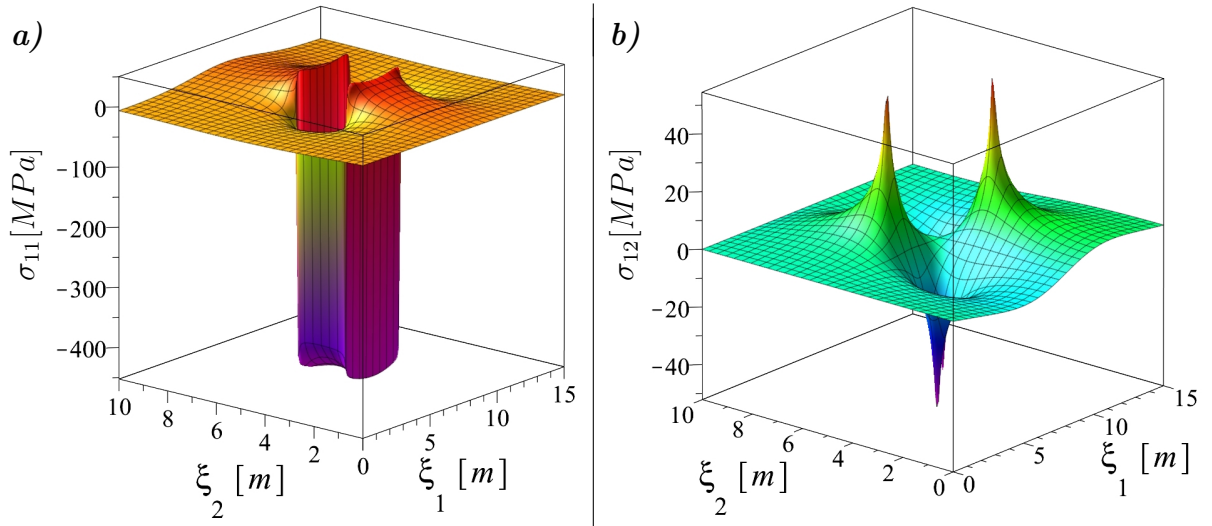


Fig. 2.5. Graficele tensiunilor termice $\sigma_{11}(\xi)$ și $\sigma_{12}(\xi)$ în semifâșia $K \equiv (0 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 10)$ de la acțiunea unui gradient de temperatură aplicat în limita unui dreptunghi.

În lucrare au fost obținute **reprezentările grafice ale funcțiilor Green pentru tensiunile termice într-un dreptunghi** $D \equiv (0 \leq x_1 \leq a_1, 0 \leq x_2 \leq a_2)$; $a_1 = 8m, a_2 = 5m$, de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură aplicată în punctul cu coordonatele $x_1 = 4m, x_2 = 2m$ [10]. În final au fost analizate graficele date.

Validarea PL 2D. Cu aplicarea MRIA s-au determinat FPTG ($U_i(x, \xi)$) pentru o PL în formă de pătrime de plan P cu anumite CL. În literatura de specialitate [28] sunt cunoscute aceste expresii, PL fiind rezolvată prin MG Θ -C. La compararea acestora se atestă că ele coincid în totalitate. Deci, rezultatele obținute la rezolvarea PL folosind MRIA sunt exacte.

Capitolul 3. Soluții integrale termoelastice pentru PL 3D. Au fost obținute FPTG și soluțiile analitice ale deplasărilor termice $u_i(\xi)$ pentru semispațiu prin MRIA. Folosind programa Maple 18 au fost prezentate grafic expresiile FPTG (3 pentru deplasări termoelastice și 6 pentru tensiuni termice) și ale soluțiilor integrale pentru deplasările termice (9 grafice). Folosind MG Θ -C a fost rezolvată o PL în sistemul de coordonate sferic, au fost deduse FPTG și soluțiile integrale termoelastice pentru pana sferică. Au fost prezentate 12 grafice ale soluțiilor integrale ale deplasărilor termice pentru pana sferică, cu analiza ulterioară a acestor grafice. Au fost validate rezultatele obținute pentru PL 3D prin MRIA.

Funcții de influență și soluții integrale pentru semispațiul termoelastic.

S-au determinat deplasările termoelastice $u_i(\xi)$; $i = 1, 2, 3$ pentru o problemă particulară de limită într-un domeniu de forma unui semispațiu $S(0 \leq x_1 < \infty, -\infty < x_2, x_3 < \infty)$ [6]. În limitele acestui domeniu acționează un gradient de temperatură $T_0 = const.$ pe un anumit segment de pe axa x_3 a planului marginal $\Gamma_{10}(y_1 = 0, -\infty < y_2, y_3 < \infty)$. CL termice și cele mecanice pentru problema particulară sunt prezentate în Figura 3.1, a).

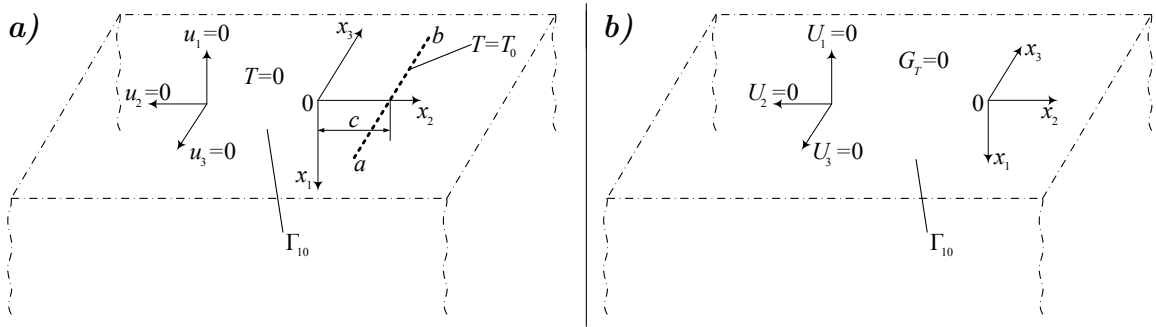


Fig. 3.1. Schema semispațiului S , a) condiții de limită mecanice u_1, u_2, u_3 și termice T ; b) condiții de limită mecanice U_1, U_2, U_3 și termice G_T .

Pentru a rezolva problema enunțată mai sus, este necesar să se determine FPTG ale deplasărilor termice $U_i(x, \xi)$ pentru semispațiul S cu CL prezentate în Figura 3.1, b).

Inițial s-au rezolvat ecuațiile Lamé cu CL prezentate:

$$\mu \nabla_{\xi}^2 U_i(x, \xi) + (\lambda + \mu) \Theta_{,\xi_i}(x, \xi) - \gamma G_{T,\xi_i}(x, \xi) = 0; i = 1, 2, 3. \quad (3.1)$$

La rezolvarea acestei probleme s-a utilizat MRIA prin folosirea formulelor structurale $U_i(x, \xi)$ și $\Theta(x, \xi)$ care au fost demonstrate în teorema 13 din monografia [26, p. 154].

Expresia finală a dilatării de volum este:

$$\Theta(x, \xi) = \frac{\gamma}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left(R^{-1} - R_1^{-1} + \frac{2\mu}{\lambda + \mu} B^{-1} x_1 \frac{\partial}{\partial x_1} R_1^{-1} \right). \quad (3.2)$$

În urma calculului s-au obținut FPTG ale deplasărilor termice $U_i(x, \xi)$ în semispațiul S :

$$U_1(x, \xi) = \frac{\gamma}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_1 - x_1)(R^{-1} - R_1^{-1}) - 2x_1 \xi_1 B^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} R_1^{-1} \right]; \quad (3.3)$$

$$U_2(x, \xi) = \frac{\gamma}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_2 - x_2)(R^{-1} - R_1^{-1}) - 2x_1 \xi_1 B^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_2} R_1^{-1} \right]; \quad (3.4)$$

$$U_3(x, \xi) = \frac{\gamma}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left[(\xi_3 - x_3)(R^{-1} - R_1^{-1}) - 2x_1 \xi_1 B^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_3} R_1^{-1} \right]. \quad (3.5)$$

Folosind programa Maple 18 au fost construite graficele deplasărilor termice $U_i(x, \xi)$ în semispațiul S . Două din aceste deplasări termice $U_1(x, \xi)$ și $U_2(x, \xi)$ sunt prezentate în Figura 3.2. Ulterior au fost analizate aceste grafice.

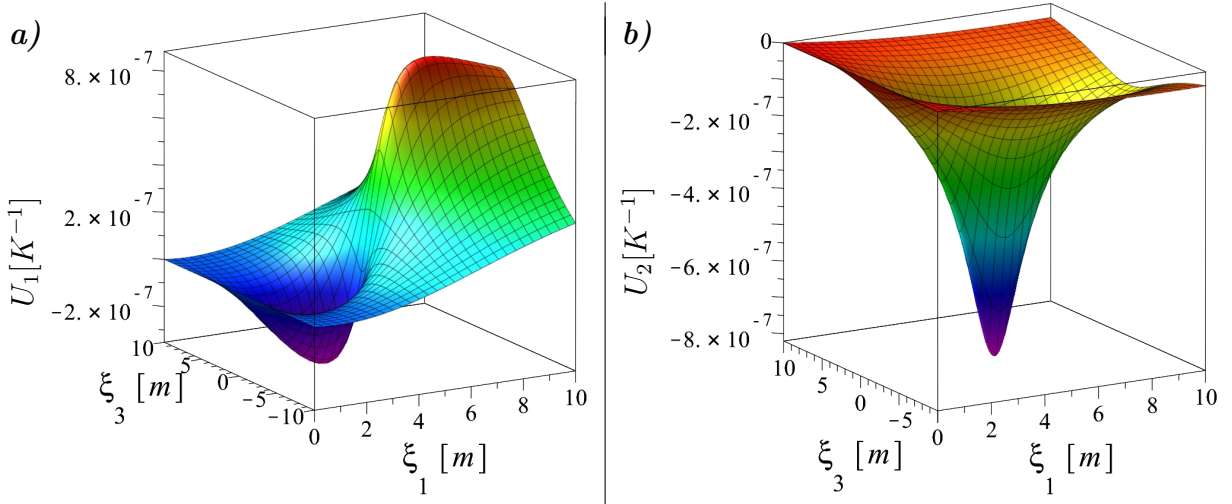


Fig. 3.2. Graficele deplasărilor termice $U_1(x, \xi)$ și $U_2(x, \xi)$ în semispațiul S în limitele $0 \leq \xi_1 \leq 10$; $\xi_2 = 1$; $-10 \leq \xi_3 \leq 10$ de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură.

Substituind expresia pentru FG $G_T(x, \xi)$, a dilatării de volum $\Theta(x, \xi)$ (3.2) și a deplasărilor $U_i(x, \xi)$ (3.3) - (3.5) în legea Duhamel-Neumann (2.2) s-au obținut toate cele 6 funcții $\bar{\sigma}_{ij}$ [12]. În continuare sunt prezentate doar 2 din acestea:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{11}(x, \xi) = \frac{\gamma\mu}{4\pi(\lambda + 2\mu)} \left\{ \left[(\xi_1 - x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right] R^{-1} - \left(\xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} - 1 \right) R_1^{-1} \right. \\ \left. + 2x_1 B^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} R^{-1} \left(1 - 2\xi_1 \frac{\partial}{\partial \xi_1} R_1^{-1} \right) \right\}; \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{12}(x, \xi) = \frac{\gamma\mu}{8\pi(\lambda + 2\mu)} \left\{ \left[(\xi_1 - x_1) \frac{\partial}{\partial \xi_2} + (\xi_2 - x_2) \frac{\partial}{\partial \xi_1} \right] (R^{-1} - R_1^{-1}) \right. \\ \left. - 4x_1 \xi_1 B^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \frac{\partial}{\partial \xi_2} R_1^{-1} \right\}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Au fost construite toate cele 6 grafice ale tensiunilor termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ în semispațiul S . Două din aceste grafice sunt redate în Figura 3.3.

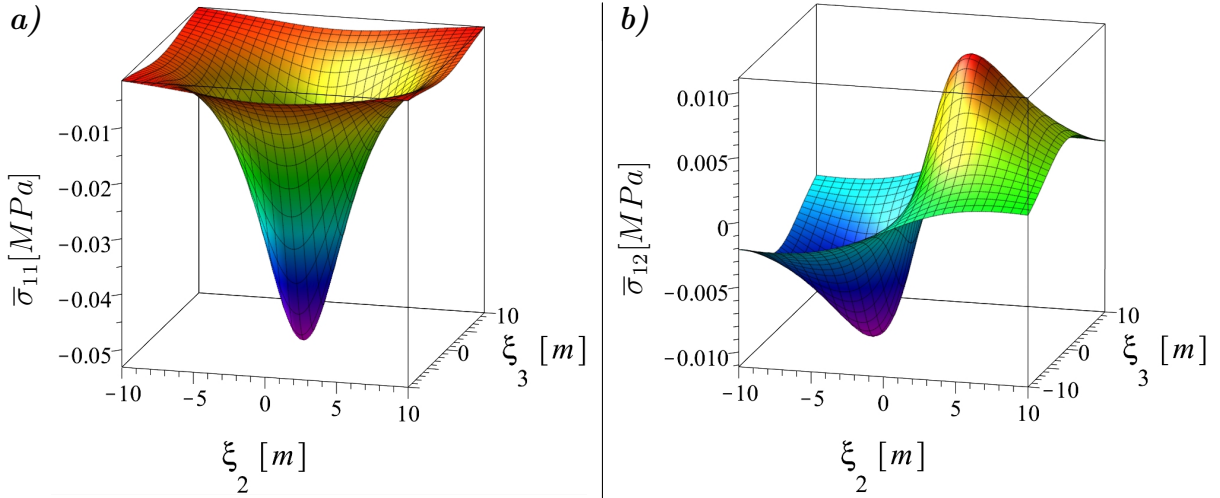


Fig. 3.3. Graficele tensiunilor termice $\bar{\sigma}_{11}(x, \xi)$ și $\bar{\sigma}_{12}(x, \xi)$ în semispațiul S în limitele $\xi_1 = 0, 5; -10 \leq \xi_2, \xi_3 \leq 10$ cauzate de o sursă unitară punctiformă de căldură.

S-au determinat deplasările termoelastice u_i în semispațiu S pentru o problemă particulară de limită. Conform condițiilor termice de limită rezultă: $F(x) = 0$, $a(\partial T(y)/\partial n_y) = 0$, $[\alpha T(y) + a(\partial T(y)/\partial n_y)] = 0$. Semispațiul S este acționat doar de un gradient de temperatură aplicat pe segmentul $(y_1 = 0; y_2 = c; a \leq y_3 \leq b)$ de pe planul marginal $\Gamma_{10}(a, b, c \in \Gamma_{10}; a < b)$ [6]. S-au substituit pe rând expresiile U_i din relațiile (3.3) - (3.5) în formula integrală de tip Green (2.1), s-au rezolvat integralele și s-au obținut expresiile finale $u_i(\xi)$ în semispațiul S :

$$u_1 = \frac{\gamma T_0}{2\pi(\lambda + 3\mu)} \cdot \frac{\xi_1^2(y_3 - \xi_3)}{[\xi_1^2 + (c - \xi_2)^2] R_{10}} \Big|_a^b; \quad (3.8)$$

$$u_2 = \frac{\gamma T_0}{2\pi(\lambda + 3\mu)} \cdot \frac{\xi_1(\xi_2 - c)(y_3 - \xi_3)}{[\xi_1^2 + (c - \xi_2)^2] R_{10}} \Big|_a^b; \quad u_3 = \frac{\gamma T_0}{2\pi(\lambda + 3\mu)} \cdot \frac{\xi_1}{R_{10}} \Big|_a^b. \quad (3.9)$$

Graficele deplasărilor termice u_i în semispațiul S au fost construite folosind programa Maple. Două din aceste grafice sunt prezentate în Figura 3.4. Ulterior au fost analizate aceste grafice.

În teză sunt prezentate și alte 6 grafice ale deplasărilor $u_i(\xi)$ în semispațiul S în limitele $0 \leq \xi_1 \leq 10; -10 \leq \xi_3 \leq 10$, iar $\xi_2 = 1$ și pentru $0 \leq \xi_1 \leq 10; -10 \leq \xi_2 \leq 10$, iar $\xi_3 = 1$.

Funcții de influență, formule integrale și soluții explicite pentru pana sferică termoelastică. S-au determinat funcțiile termoelastice Green și a formulei integrale de tip Green pentru o pană sferică izotropă 3D $V(0 \leq r < \infty; 0 \leq \varphi \leq \alpha; 0 \leq \beta \leq \pi)$; $\alpha = \pi/n$; $n = 2, 3, 4, \dots$, care este limitată de semiplanurile $\Gamma_{\varphi 0}(0 \leq r < \infty; \varphi = 0; 0 \leq \beta \leq \pi)$ și $\Gamma_{\varphi \alpha}(0 \leq r < \infty; \varphi = \alpha; 0 \leq \beta \leq \pi)$ unde coordonatele sferice folosite sunt: r, φ, β [29].

Formula integrală de tip Green este obținută pe baza funcțiilor termoelastice Green $U_q(M, N)$. Acestea reprezintă funcțiile de influență de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură

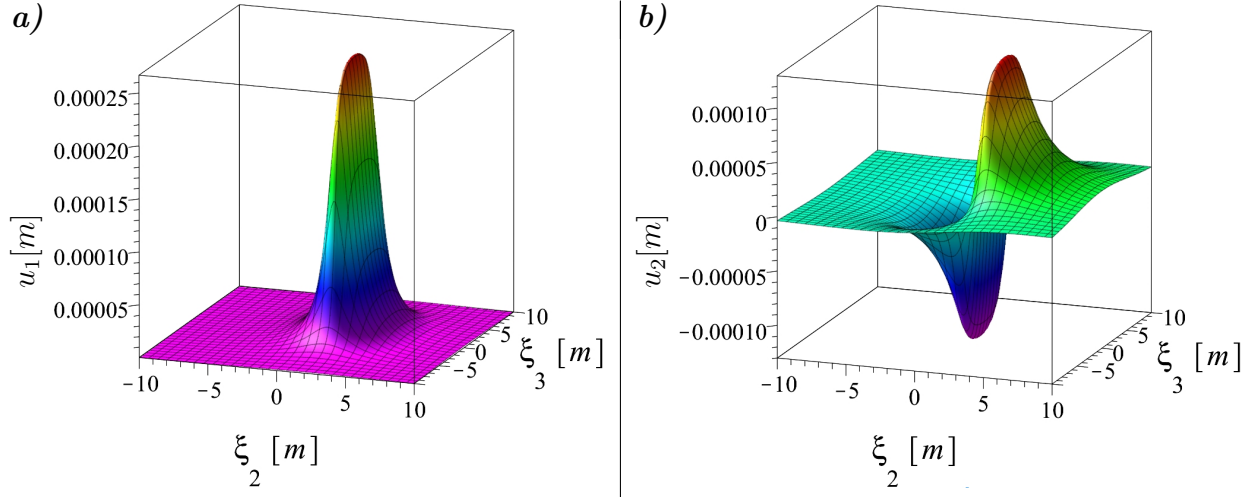


Fig. 3.4. Graficele deplasărilor termoelastice $u_1(\xi)$ și $u_2(\xi)$ în semispațiul S în limitele $\xi_1 = 1$; $-10 \leq \xi_2, \xi_3 \leq 10$ de la acțiunea unui gradient de temperatură.

descrișă de funcția Dirac, aplicată într-un punct $M(r, \varphi, \beta) \in V$ și a deplasărilor termoelastice aplicată în punctul $N(\rho, \psi, \vartheta)$ pe direcția axelor $q = \rho, \psi, \vartheta$.

La rezolvarea acestei PL a fost utilizată MG Θ -C. La baza formulării și rezolvării acestei probleme a stat necesitatea determinării deplasărilor termoelastice în corpuri cu coordonate sferice (pana sferică) prin generalizarea MG Θ -C. Pentru determinarea funcțiilor $\Theta^{(a)}(M, N)$ s-a folosit o metodă specială. Această metodă este bazată pe soluțiile reprezentărilor integrale propuse pentru ecuațiile fundamentale Lamé a elasticității, prin intermediul FGEP care permit determinarea dilatării de volum la limitele panii sferice.

Pentru a obține funcțiile termoelastice Green și formula integrală de tip Green pentru pana sferică V , s-a folosit formula integrală generală Green în termoelasticitatea necuplată și formula integrală pentru funcțiile de influență termoelastice alcătuite de către V. Șeremet.

Conform teoriei termoelasticității necuplate, formularea PL constă din ecuațiile neomogene Lamé, scrise pentru un punct interior arbitrar $M \equiv (r, \varphi, \beta)$ cu CL mecanice omogene:

$$\begin{aligned} \mu \left[\nabla^2 u_r - \frac{2}{r^2} \left(u_r + \frac{1}{\sin \beta} \frac{\partial}{\partial \beta} (u_\beta \sin \beta) + \frac{1}{\sin \beta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right] + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial r} + \gamma \frac{\partial T}{\partial r} &= 0; \\ \mu \left[\nabla^2 u_\beta - \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \beta} - \frac{u_\beta}{2 \sin^2 \beta} - \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right] + \frac{(\lambda + \mu)}{r} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} + \frac{\gamma}{r} \frac{\partial T}{\partial \beta} &= 0; \\ \mu \left[\nabla^2 u_\varphi + \frac{2}{r^2 \sin \beta} \left(\frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + ctg \beta \frac{\partial u_\beta}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r \sin \beta} \right) \right] + \frac{(\lambda + \mu)}{r \sin \beta} \frac{\partial \theta}{\partial \varphi} + \frac{\gamma}{r \sin \beta} \frac{\partial T}{\partial \varphi} &= 0, \end{aligned} \quad (3.10)$$

unde: θ - dilatarea de volum termoelastică; ∇^2 - operatorul diferențial Laplace.

Câmpul de temperatură T din (3.10) trebuie să fie determinat din PL a conductibilității termice a ecuației Poisson:

$$\nabla^2 T(r, \varphi, \beta) = -a^{-1} F(r, \varphi, \beta). \quad (3.11)$$

Folosind funcțiile de influență $U_q = U_q(M, N)$ din [7, 18, 19, 20, 21, 22], [24, p. 94], soluția (câmpul deplasărilor termoelastice) PL termoelastice cu ecuațiile (3.10) - (3.11) pot fi scrise direct folosind următoarea formulă integrală de tip Green:

$$u_q(N) = a^{-1} \int_V F(M) U_q(M, N) dV(M) - \int_{\Gamma_D} T(\tilde{M}) \frac{\partial U_q(\tilde{M}, N)}{\partial n_{\tilde{M}}} d\Gamma_D(\tilde{M}) + \int_{\Gamma_N} \frac{\partial T(\tilde{M})}{\partial n_{\tilde{M}}} U_q(\tilde{M}, N) d\Gamma_N(\tilde{M}) + \int_{\Gamma_M} \left[T(\tilde{M}) + \alpha^{-1} a \frac{\partial T(\tilde{M})}{\partial n_{\tilde{M}}} \right] U_q(\tilde{M}, \xi) d\Gamma_M(\tilde{M}). \quad (3.12)$$

Avantajul acestei formule este că deplasările termoelastice căutate $U_q(N)$ sunt determinate sub formă de integrală, direct de la acțiunile termice. După determinarea deplasărilor termoelastice, folosind formula integrală de tip Green, respectivele tensiuni termice sunt calculate folosind legea Duhamel-Neumann:

$$\sigma_{ql} = 2\mu\varepsilon_{ql} + \delta_{ql}(\lambda\theta - \gamma T); q, l = \rho, \psi, \vartheta. \quad (3.13)$$

Funcțiile $U_q(M, N)$ (3.12) au fost determinate în baza formulei integrale [18, 21, 24]:

$$U_q(M, N) = \gamma \int_V G(M, N') \Theta^{(q)}(N', N) dV(N'); M, N, N' \in V, \quad (3.14)$$

unde: G este FG pentru o PL a conductibilității de căldură ce corespunde unei surse unitare punctiforme de căldură.

$$\Theta^{(q)} = \frac{\partial U_r^{(q)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(2U_r^{(q)} + \frac{1}{\sin \beta} \frac{\partial U_\varphi^{(q)}}{\partial \varphi} + \frac{\partial U_\beta^{(q)}}{\partial \beta} + ctg\beta U_\beta^{(q)} \right), \quad (3.15)$$

$\Theta^{(q)}$ - sunt funcțiile de influență a dilatării de volumul elastic, unde $U_s^{(q)}(M, N)$; $s = r, \varphi, \beta$; $q = \rho, \psi, \theta$ sunt componentele deplasărilor tensorului elastic Green, adică deplasarea punctul M pe direcția s datorită unei forțe unitare aplicate în punctul N pe direcția q .

FG G din ecuația (3.14) s-a determinat din următoarea ecuație a conductibilității de căldură:

$$\nabla_M^2 G(M, N) = -\delta(M - N); M, N \in V, M \equiv (r, \varphi, \beta); N \equiv (\rho, \psi, \theta), \quad (3.16)$$

cu condițiile omogene de limită corespunzătoare.

În final, funcția $U_q(M, N)$ este o funcție de influență dublă, care ia în considerare ambele fenomene fizice (conductibilitatea de căldură și elasticitatea) a corpului solid.

S-au determinat deplasările termoelastice sub formă de integrală de volum și de suprafață pentru pana sferică, care este un caz particular a formulei integrale generale din (3.12). Pentru aceasta, în primul rând, s-au construit funcțiile de influență a deplasărilor termoelastice $U_q(M, N)$. Apoi, s-a calculat (pe baza funcțiilor de influență $U_q(M, N)$) alte funcții de influență

$U_q(\tilde{M}, N)$, $\partial U_q(\tilde{M}, N)/\partial n_{\varphi\alpha}$ de pe semiplanul marginal $\Gamma_{\varphi 0}$, $\Gamma_{\varphi\alpha}$ a panii sferice și s-a scris formula integrală de tip Green pentru respectiva PL a termoelasticității. La final s-a demonstrat că funcțiile de influență obținute și formulele integrale de tip Green satisfac CL respective.

Câmpul deplasărilor $u_q(N)$ a punctului interior $N \equiv (\rho, \psi, \theta)$ pentru pana sferică termoeastică V a fost determinat folosind ecuațiile neomogene Lamé (3.10) și $M \equiv (r, 0, \beta) \in \Gamma_{\varphi 0}$, $M \equiv (r, \alpha, \beta) \in \Gamma_{\varphi\alpha}$ pentru semiplanul marginal $\Gamma_{\varphi 0}$ și $\Gamma_{\varphi\alpha}$ cu următoarele CL de tip mixt:

$$\Gamma_{\varphi 0} \Rightarrow u_\varphi(r, 0, \beta) = 0; \sigma_{\varphi\beta}(r, 0, \beta) = \sigma_{\varphi r}(r, 0, \beta) = 0; \varphi = 0; 0 \leq \beta \leq \pi; 0 \leq r < \infty; \quad (3.17)$$

$$\Gamma_{\varphi\alpha} \Rightarrow \sigma_{\varphi\varphi}(r, \alpha, \beta) = 0; u_\beta(r, \alpha, \beta) = u_r(r, \alpha, \beta) = 0; \varphi = \alpha; 0 \leq \beta \leq \pi; 0 \leq r < \infty, \quad (3.18)$$

unde: $\sigma_{\varphi r}$, $\sigma_{\varphi\beta}$ și $\sigma_{\varphi\varphi}$ sunt tensiunile tangențiale și normale care se determină cu ajutorul legii Duhamel-Neumann (3.13).

Câmpul de temperatură $T(M)$ din (3.10) determinat de la acțiunea unei surse interioare de căldură $F(M)$, flux de căldură $S_{\varphi 0}(r, 0, \beta)$ (CL de tip Neumann) și temperatura $T_{\varphi\alpha}(r, \alpha, \beta)$ (CL de tip Dirichlet) trebuie să satisfacă următoarea PL în conductibilitate termică:

$$\begin{aligned} \nabla^2 T(M) &= -a^{-1}F(M); M \equiv (r, \varphi, \beta) \in V; \partial T(r, 0, \beta)/\partial n_{\Gamma_{\varphi 0}} = a^{-1}S_0(r, 0, \beta); \varphi = 0; \\ T(r, \alpha, \beta) &= f(r, \alpha, \beta); \varphi = \alpha; 0 \leq \beta \leq \pi; 0 \leq r < \infty. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Dacă se respectă următoarele condiții:

$$\int_0^\infty \int_0^\alpha \int_0^\pi |F(r, \varphi, \beta)| r^2 dr d\varphi d\beta < \infty; \int_0^\infty \int_0^\pi |S_{\varphi 0}(r, 0, \beta)| r dr d\beta < \infty; \int_0^\infty \int_0^\pi T_{\varphi\alpha}(r, \alpha, \beta) r dr d\beta < \infty, \quad (3.20)$$

atunci soluția PL a termoelasticității, folosind ecuațiile (3.10) și (3.17) - (3.20) la determinarea $u_q(N)$ pentru pana sferică V , poate fi prezentată prin următoarea formulă integrală tip Green:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(N) &= a^{-1} \left[\int_0^\infty \int_0^\alpha \int_0^\pi F(r, \varphi, \beta) \mathbf{U}(r, \varphi, \beta; N) r^2 dr d\varphi d\beta + \int_0^\infty \int_0^\pi S_{\varphi 0}(r, 0, \beta) \mathbf{Q}_{\varphi 0}(r, 0, \beta; N) r dr d\beta \right] \\ &\quad - \int_0^\infty \int_0^\pi T_{\varphi\alpha}(r, \alpha, \beta) \mathbf{Q}_{\varphi\alpha}(r, \alpha, \beta; N) r dr d\beta; N \equiv (\rho, \psi, \vartheta). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Pentru a obține matricea $U(M, N)$ pentru PL a ecuațiilor (3.10) și (3.17) - (3.20), s-a folosit formula integrală din ecuația (3.14). Funcțiile $G(M, N)$ și $\Theta^{(q)}(M, N)$ în această ecuație sunt FG pentru problema mixtă a conductibilității termice și, respectiv, funcțiile de influență de la o forță unitară concentrată $\delta_{ql}\delta(M - N)$ a dilatării de volum în teoria elasticității pentru pana sferică V . Deci, pentru a obține FG $G(M, N)$, trebuie să fie rezolvată o PL, care constă dintr-o ecuație a conductibilității termice cu condițiile omogene de limită, similare (3.19):

$$\nabla_M^2 G(M, N) = -\delta(M - N); M, N \in V, M \equiv (r, \varphi, \beta); N \equiv (\rho, \psi, \theta); \quad (3.22)$$

$$\partial G / \partial \varphi = 0; 0 \leq r < \infty; \varphi = 0; 0 \leq \beta \leq \pi; G = 0; 0 \leq r < \infty; \varphi = \alpha; 0 \leq \beta \leq \pi.$$

Aplicând metoda [31, 32], FG pentru PL (3.22) s-a obținut în funcții elementare:

$$G = (4\pi)^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{(k)} (R_k^{-1} + R_{k\psi}^{-1}), \quad (3.23)$$

unde: $R_k = \sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\phi - \omega_k)}$; $R_{k\psi} = \sqrt{r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos(\phi + \omega_k)}$;

$$\begin{aligned} \cos(\phi - \omega_k) &= \sin \beta \sin \vartheta \cos(\varphi - \psi - 2k\pi/n) + \cos \beta \cos \vartheta; \\ \cos(\phi + \omega_k) &= \sin \beta \sin \vartheta \cos(\varphi + \psi - 2k\pi/n) + \cos \beta \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Pentru a obține funcțiile de influență $\Theta^{(q)}(M, N)$, s-a rezolvat următoarea PL a teoriei elasticității cu condițiile omogene de limită, similare celor din ecuațiile (3.17) - (3.18):

$$\begin{aligned} U_\varphi^{(q)}(r, 0, \beta) = 0; \sigma_{\varphi\beta}^{(q)}(r, 0, \beta) = \sigma_{\varphi r}^{(q)}(r, 0, \beta) = 0; (r, 0, \beta) \in \Gamma_{\varphi 0}; \\ \sigma_{\varphi\varphi}^{(q)}(r, \alpha, \beta) = 0; U_\beta^{(q)}(r, \alpha, \beta) = U_r^{(q)}(r, \alpha, \beta) = 0; (r, 0, \beta) \in \Gamma_{\varphi\alpha}, \end{aligned} \quad (3.25)$$

apoi, în baza deplasărilor $U_s^{(q)}(M, N)$; $s = r, \varphi, \beta$; $q = \rho, \psi, \vartheta$, și a regulei din (3.15) s-a calculat dilatarea de volum elastică, care are forma:

$$\Theta^{(q)} = -(\lambda + 2\mu)^{-1} L_N^{(q)} G; G = (4\pi)^{-1} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{(k)} (R_k^{-1} + R_{k\psi}^{-1}). \quad (3.26)$$

S-au înlocuit funcțiile $G(M, N)$ și $\Theta^{(q)}(M, N)$ din ecuațiile (3.23) și (3.26) în expresia (3.14), pentru pana sferică V . Apoi, această integrală de volum s-a calculat într-un mod special și folosind caracteristica funcției Dirac, s-a obținut următoarele FPTG în funcții elementare:

$$U_q(M, N) = -mL_N^{(q)} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{(k)} (R_k(M; \rho, \psi, \vartheta) + R_{k\psi}(M; \rho, \psi, \vartheta)). \quad (3.27)$$

Deplasările termoelastice $u_q(N)$ în formă finală se vor scrie:

$$\begin{aligned} u_q(N) = -mL_N^{(q)} \sum_{k=0}^{n-1} (-1)^{(k)} \left\{ a^{-1} \left[\int_0^\infty \int_0^\alpha \int_0^\pi F(r, \varphi, \beta) (R_k(r, \varphi, \beta; \rho, \psi, \vartheta) r^2 dr d\varphi d\beta \right. \right. \\ \left. \left. + R_{k\psi}(r, \varphi, \beta; \rho, \psi, \vartheta) r^2 dr d\varphi d\beta + 2 \int_0^\infty \int_0^\pi S_0(r, 0, \beta) R_k(r, 0, \beta; \rho, \psi, \vartheta) r dr d\beta \right] \right. \\ \left. - 2 \int_0^\infty \int_0^\pi f(r, \alpha, \beta) 2r\rho \sin \beta \sin \vartheta \sin(\alpha - \psi - (2k\pi/n)) \right. \\ \left. \times R_k^{-1}(r, \alpha, \beta; \rho, \psi, \vartheta) r dr d\beta; N \equiv (\rho, \psi, \vartheta) \right\}. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Sunt prezentate două exemple de aplicare: a dilatării de volum $\Theta^{(q)}(M, N)$ și a formulei integrale de tip Green obținute. În exemplul 1, au fost obținute soluțiile exacte în funcții elementare pentru o problemă particulară de limită a termoelasticității pentru o pană sferică

V , folosind funcțiile $\Theta^{(q)}(M, N)$ și formula integrală Maysel. Deplasările termice în această PL au fost obținute de la acțiunea unei temperaturi constante $T(M) = T_0 = const. \in V$ aplicată pe un segment de rază, dacă suprafața Γ_{φ_0} este izolată termic, iar pe suprafața Γ_{φ_α} temperatura nu este aplicată. În exemplul 2 au fost determinate deplasările $u_q(N)$ a PL de la acțiunea unei surse interioare de căldură $F(M) = F_0 = const. \in V$ aplicată pe un segment de rază.

Folosind programa Maple 18 au fost prezentate 12 grafice ale deplasărilor termoelastice radiale u_ρ în pătrimea de spațiu sferic V . Câteva din aceste grafice sunt redată în Figura 3.5.

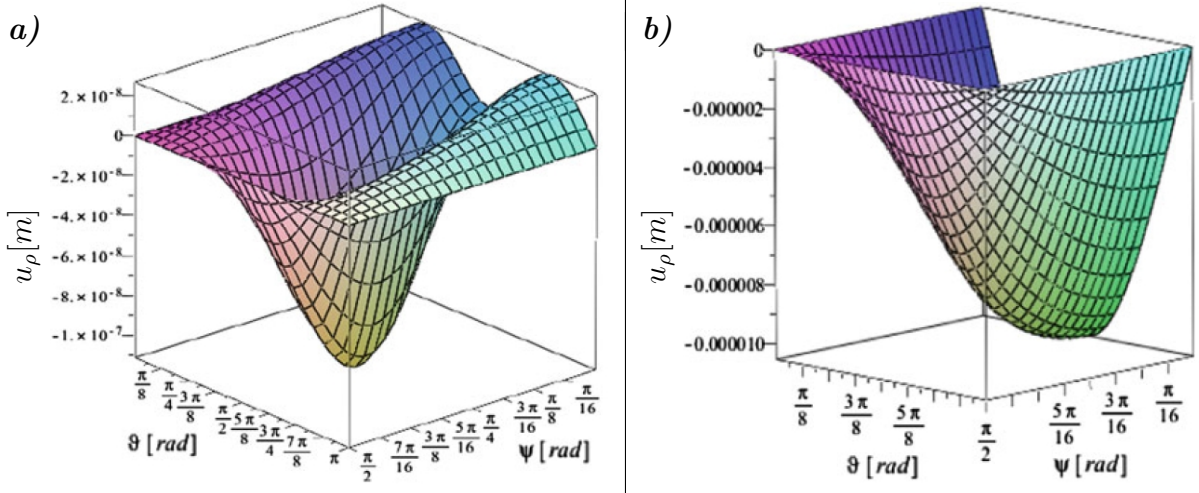


Fig. 3.5. Graficele deplasărilor termice u_ρ în pana elastică V pentru $\rho = 2, 1m$, $0 \leq \psi \leq \pi/2, 0 \leq \vartheta \leq \pi$, a) gradient de temperatură T_0 și b) sursă interioară de căldură F_0 .

Aceste exemple demonstrează utilizarea $\Theta^{(q)}(M, N)$, nu numai pentru obținerea funcțiilor de influență termoelastice $U_q(M, N)$, dar și a formulei integrale de tip Green. În plus, funcțiile $\Theta^{(q)}(M, N)$ au o importanță semnificativă independentă pentru a rezolva direct PL în termoelasticitate, atunci când câmpul interior de temperatură este cunoscut. Soluțiile obținute în funcții elementare în acest paragraf au un rol foarte important în dezvoltarea și examinarea preciziei metodelor numerice folosite la obținerea soluțiilor PL respective pentru pane sferice termoelastice. Acestea, de asemenea, pot fi utilizate în inginerie pentru calculul deplasărilor și tensiunilor termoelastice în PL 3D pentru pana sferică V , conform CL.

Validarea PL 3D. Folosind MRIA s-au determinat tensiunile termice $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$ pentru o PL în formă de semispațiu S cu anumite CL. Au fost obținute FPTG ale deplasărilor termoelastice și dilatarea de volum. Aceste relații s-au substituit în legea Duhamel-Neumann (2.2), astfel, s-au obținut relațiile pentru $\bar{\sigma}_{ij}(x, \xi)$. În literatura de specialitate [34, p. 495] sunt cunoscute aceste expresii pentru PL dată, rezolvată prin metoda Papkovici-Neuber. La analiza acestor rezultate s-a observat că ele corespund în totalitate. Deci, s-a demonstrat, că rezultatele obținute în urma rezolvării PL folosind MRIA sunt corecte.

CONCLUZII GENERALE ȘI RECOMANDĂRI

Problema științifică importantă soluționată constă în generalizarea MRİA și aplicarea acestei metode la obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor și tensiunilor termice, pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian și generalizarea MG Θ -C și aplicarea ei la obținerea soluțiilor integrale ale deplasărilor termoelastice, pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate sferic.

1. A fost determinată FG pentru fâșie cu CL de tip Neumann și prezentată grafic [3]. Aceasta poate fi folosită în conductibilitatea termică staționară, pentru determinarea câmpului interior de temperatură pentru fâșie, de la acțiunea unei surse interioare de căldură și/sau dacă fluxul de căldură pe diferite intervale ale laturilor fâșiei este diferit de zero. Această funcție se va folosi la calcularea deplasărilor și tensiunilor termice pentru fâșie;
2. S-au determinat și prezentat grafic câmpul de temperatură pentru fâșie cu CL de tip Dirichlet [4] și de tip mixt [5]. Câmpul interior de temperatură deja determinat poate fi folosit în domeniul termoelasticității la obținerea deplasărilor și tensiunilor termice în fâșie;
3. În baza MRİA au fost obținute FPTG pentru fâșie și pătrime de plan cu CL enunțate în problemă [13]. Au fost prezentate grafic aceste deplasări termoelastice. Datorită acestor funcții pot fi determinate tensiunile termice de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură și tensiunile termice de la acțiunea unei surse interioare de căldură distribuite și/sau gradient de temperatură, aplicat pe una sau ambele laturi ale fâșiei sau ale pătrimii de plan;
4. Au fost obținute tensiunile termice de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură și tensiunile termice de la acțiunea unui gradient de temperatură, aplicat pe ambele laturi ale fâșiei și pe o latură a pătrimii de plan pentru CL enunțate în problemă, cu prezentarea grafică a acestor tensiuni [13];
5. Folosind MM au fost obținute expresiile pentru deplasările și tensiunile termoelastice pentru semifâșie, de la acțiunea unui gradient de temperatură, aplicat pe o suprafață sub forma unui dreptunghi cu CL enunțate în problemă [30]. Aceste relații pot fi folosite pentru determinarea deplasărilor și tensiunilor termice în semifâșie, de la acțiunea unui gradient de temperatură de orice valoare, aplicat în limita unui dreptunghi în interiorul semifâșiei cu CL enunțate în problemă. Aceste tensiuni au fost prezentate grafic;

6. În baza MRIA au fost obținute FPTG pentru semispațiu cu CL enunțate în problemă [12]. S-au prezentat grafic aceste deplasări termoelastice. Datorită acestor funcții pot fi determinate tensiunile termice de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură, a deplasărilor și tensiunilor termice de la acțiunea unei surse interioare de căldură distribuite și/sau gradient de temperatură, aplicat pe suprafața semispațiului;
7. Au fost obținute tensiunile termice de la acțiunea unei surse unitare punctiforme de căldură și deplasările termoelastice de la acțiunea unui gradient de temperatură, aplicat pe suprafața semispațiului cu CL enunțate în problemă, cu prezentarea grafică a acestor expresii [6];
8. Folosind $MG\Theta$ -C au fost obținute FPTG pentru pana sferică termoelastică cu CL enunțate în problemă [29]. Datorită acestor funcții, pot fi determinate deplasările și tensiunile termice de la acțiunea unei surse interioare de căldură, flux de căldură și/sau gradient de temperatură cu CL enunțate în problemă;
9. S-au obținut soluțiile integrale ale deplasărilor termoelastice, pentru pana sferică, de la acțiunea unui gradient de temperatură sau a unei surse de căldură aplicate pe un segment de rază cu CL enunțate în problemă, cu construirea acestor deplasări [29]. Aceste expresii pot fi folosite pentru determinarea deplasărilor termoelastice în pana sferică, de la acțiunea unei surse de căldură sau a unui gradient de temperatură de orice valoare, aplicat pe un segment de rază cu CL enunțate în problemă;
10. A fost demonstrată veridicitatea MRIA la rezolvarea PL 2D și 3D.

Recomandări privind cercetările de perspectivă:

1. Extinderea MRIA, fiind posibilă aplicarea metodei la rezolvarea PL pentru alte domenii canonice ale sistemului de coordonate: polar, cilindric, sferic, curbiniu etc. Pentru aceasta trebuie să fie deduse formulele structurale pentru fiecare sistem de coordonate;
2. Lărgirea arsenalului cu noi soluții integrale ale FPTG obținute la rezolvarea PL, care până în prezent nu au fost deduse, atât pentru domeniile canonice ale sistemului de coordonate cartezian, cât și polar, cilindric, sferic, curbiniu etc.;
3. Obținerea soluțiilor integrale pentru PL particulare și aplicarea lor în diverse domenii ale teoriei termoelasticității;
4. Folosirea soluțiilor obținute în rezolvarea PL din domeniul termoelasticității cuplate.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Colcin G., Bircă M., Pîrțac I. Mecanica structurilor din bare. Chișinău: Lumina, 1992. 383p.
- [2] **Crețu I.** Calculul grinzilor prin metoda funcțiilor Green la acțiunea forței concentrate și a diferenței de temperatură. In: Conferința Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților Universității Tehnice a Moldovei, Chișinău, 2012, vol II, p.115-120.
- [3] **Crețu I.** Construirea funcției Green în bandă cu condiții de limită de tip Neumann. In: Conferința Jubiliară Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților consacrată celei de-a 50-a Aniversări a Universității Tehnice a Moldovei, Chișinău, 2014, vol II, p. 206-209.
- [4] **Crețu I.** Determinarea câmpului de temperatură în bandă cu condiții de limită de tip Dirichlet. In: Conferința Jubiliară Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților consacrată celei de-a 50-a Aniversări a Universității Tehnice a Moldovei, Chișinău, 2014, vol II, p. 210-215.
- [5] **Crețu I.** Determinarea câmpului de temperatură în bandă cu condiții mixte de limită. In: Conferința Tehnico-Științifică a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților Universității Tehnice a Moldovei, Chișinău, 2012, vol II, p. 127-132.
- [6] **Crețu I.** Noi soluții integrale termoelastice pentru semispațiu. In: Meridian ingineresc, 2017, nr. 1(64), p. 40-44.
- [7] Șeremet V. Ecuațiile integrale și matricele Green ale metodei elementelor de influență în mecanica corpurilor deformabile. Teză de doctor habilitat. Chișinău, 1994. 308p.
- [8] Șeremet V. Funcții de influență în termoelasticitatea staționară. Chișinău: Centrul editorial al Universității Agrare de Stat din Moldova, 2003. 308 p.
- [9] Șeremet V. Funcții Green pentru ecuația Poisson (pentru domeniile sistemului polar de coordonate). Chișinău: Centrul editorial al Universității Agrare de Stat din Moldova, 2006. 242 p.
- [10] Șeremet V., **Crețu I.** Reprezentarea grafică a funcțiilor Green pentru tensiunile termice într-un dreptunghi cu aplicarea softului Maple 18. In: Simpozionul Internațional "Utilizarea eficientă a resurselor hidro-funciare în condițiile actuale - realizări și perspective". Chișinău: Universitatea Agrară de Stat din Moldova, 2016, p. 216-220.
- [11] Taranenco A. Calculul structurilor din bare în domeniul postelastice. Teză de doctor. Chișinău, 2008. 113 p.
- [12] **Crețu I.** New influence functions for thermal displacements and stresses within half-space. In: Transilvanian Journal of Mathematics and Mechanics, 2016, vol. 8, nr. 2, p. 129-136.
- [13] **Crețu I.** New Integral Solutions for a Thermoelastic Quarter-plane. In: Transilvanian Journal of Mathematics and Mechanics, 2015, vol. 7, nr. 1, p. 7-16.
- [14] Hetnarski R., Eslami M. Thermal Stresses - Advanced Theory and Applications. New York: Springer, 2009. 559 p.
- [15] Nowacki W. Thermolasticity. International Series of monographs on Aeronautics and Astronautics. Division I: Solid and Structural Mechanics, Volume 3. Warszawa: Wroclawska Drukarnia Naokowa, 1962. 628 p.
- [16] Nowacki W. Thermoelasticity. Oxford: Pergamon Press and Polish Scientific Publishers, Warszawa, 1986. 566 p.

- [17] Seremet V. A New Efficient Unified Method to Derive New Constructive Formulas and Explicit Expressions for Plane and Spatial Thermoelastic Green's Functions. In: Acta Mechanica, 2014, vol. 226, nr. 1, p. 211–230.
- [18] Seremet V. New results in 3-D thermoelasticity. In: Proceedings of 14th U.S. National Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Blacksburg, Virginia, 2002, p. 29.
- [19] Seremet V. Some new influence functions and integral solutions in theory of thermal stresses. In: Proceedings of the IV-th International Congress on Thermal Stresses, Osaka, Japan, 2001, p. 423-427.
Proceedings of the XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, ICTAM 2008, Adelaide University, Australia, 2008, p. 226.
- [20] Seremet V., Vlad I., Seremet A. New integral formulae in thermoelasticity. In: Proceedings of 16th ASCE Engineering Mechanics Conference (EM 2003), Washington University, Seattle, 2003, p. 82.
- [21] Seremet V. Generalization of Green's formulae in thermoelasticity. Collection: multiscale Green's functions for nanostructures, national science digital library. NSF, 2003, p. 1–4.
- [22] Seremet V. The modification of Maysel's formula in the stationary thermoelasticity. In: Buletinul Academiei de științe a Republicii Moldova. Matematica. 1997, nr. 3, p. 19-22.
- [23] Seremet V. Generalization of Green's formulae in thermoelasticity. In: Collection: Multiscale Green's Functions for Nanostructures, National Science Digital Library of USA, NSF, 2003, 4 p.
- [24] Seremet V.D. Handbook on Green's Functions and Matrices. UK & USA: Southampton and Boston: WIT Press, 2003. 304p.+CD ROM, 232 p.
- [25] Seremet V. Static Equilibrium of a Thermoelastic Half-Plane: Green's Functions and Solutions in Integrals. In: Arch. Appl. Mech., 2014, vol. 84, nr. 4, p. 553–570.
- [26] Seremet V. Thermoelastic Green's function. Chișinău: Print-Caro, 2014. 237p.
- [27] Seremet V., Bonnet G. Encyclopedia of Domain Green's Functions (Thermomagneto-electrostatics of solids in rectangular and polar coordinates). Chișinău: Agrar. State Univ. of Moldova, 2008. 220 p.
- [28] Seremet V., Bonnet G. New closed-form thermoelastostatic Green function and Poisson-type integral formula for a quarter-plane. In: Mathematical and Computer Modeling, 2011, vol. 53, nr. 1-2, p. 347-358.
- [29] Seremet V., Crețu I. Influence functions, integral formulas, and explicit solutions for thermoelastic spherical wedges. In: Acta Mechanica, 2013, vol. 224, nr. 4, p. 893–918.
- [30] Seremet V., Crețu I., Seremet D. Explicit Thermal Stresses Within a Thermoelastic Half-Strip and Their Graphical Presentation Using Maple 15 Soft. In: The Third Conference of Mathematical Society of the Republic of Moldova, Academia de Științe a Moldovei, 2014, p. 410-413.
- [31] Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. и др. Сборник задач по математической физике. Москва: Гостехиздат, 1980. 686 с.
- [32] Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. Москва: Высшая школа, 2001. 550 с.
- [33] Майзель В.М. Температурная задача теории упругости. Киев: Изд-во АН УССР, 1951. 152 с.
- [34] Новацкий В. Теория упругости. Москва: Мир. 1975. 872 с.

ADNOTARE

Crețu Ion. Soluții integrale în termoelasticitatea necuplată, teza pentru obținerea titlului de doctor în tehnică, Chișinău, 2018.

Teza include: introducere, trei capitole, concluzii și recomandări, 120 pagini text de bază și 39 figuri, surse bibliografice din 122 titluri și 4 anexe. Rezultatele obținute au fost publicate în 10 lucrări științifice.

Cuvinte-cheie: soluții integrale, termoelasticitate, funcția Green, funcția de influență, deplasări termoelastice, tensiuni termice, condiții de limită, dilatare de volum.

Domeniul de studiu: teoria termoelasticității.

Scopul tezei: obținerea soluțiilor integrale în termoelasticitatea necuplată prin generalizarea metodei reprezentărilor integrale armonice (MRIA), folosirea metodei Maysel (MM) și a metodei $G\Theta$ convoluției (MG Θ -C) pentru probleme de limită noi a diferitor domenii canonice.

Obiectivele cercetării: construirea funcțiilor Green; obținerea soluțiilor integrale pentru câmpul de temperatură în baza funcțiilor Green; reprezentările generale integrale ale funcțiilor principale termoelastice Green (FPTG); determinarea FPTG în baza reprezentărilor generale folosind MRJA pentru sistemul de coordonate cartezian și a MG Θ -C pentru domeniul canonic sferic; calcularea unor integrale pe suprafață și pe volum la obținerea soluțiilor integrale; rezolvarea problemelor particulare în termoelasticitatea necuplată în baza soluțiilor integrale prin MRJA și MG Θ -C și a metodologiei de aplicare a formulei Maysel; trasarea graficelor folosind programa Maple 18 și analiza ulterioară a acestora pentru FPTG și a soluțiilor analitice pentru câmpul de temperatură, deplasările și tensiunile termice; validarea rezultatelor obținute.

Noutatea și originalitatea științifică: lărgirea arsenalului de soluții integrale obținute la rezolvarea problemelor de limită prin generalizarea MRJA pentru domeniile canonice carteziene și a MG Θ -C pentru domeniul canonic sferic și folosirea soluțiilor integrale la rezolvarea problemelor particulare de limită noi.

Semnificația teoretică: dezvoltarea MRJA și a MG Θ -C pentru domeniile carteziene și sferice prin obținerea soluțiilor integrale datorită cărora pot fi rezolvate probleme din termoelasticitatea necuplată.

Valoarea aplicativă: MRJA și MG Θ -C au avut un aport la mărirea arsenalului de soluții integrale din domeniul mecanicii corpului solid deformabil. Acestea au o importanță majoră fiind posibilă rezolvarea altor probleme de limită noi din domeniu, sau pot fi folosite ca probleme test pentru validarea metodelor clasice și numerice.

Implementarea rezultatelor științifice. Rezultatele obținute pot fi aplicate la determinarea tensiunilor și deplasărilor termice pentru domeniile care au aceeași formă ca și domeniul calculat, inclusiv în elementele de construcție și nu numai (fâșia - peretele unei clădiri, semifâșia - peretele de lângă golul de ușă sau fereastră, pana sferică - cordon de sudură etc.).

АННОТАЦИЯ

Крецу Ион. Интегральные решения в несвязаной термоупругости, диссертация на соискание ученой степени доктора наук, Кишинэу, 2018.

Докторская диссертация включает: введение, три главы, общие выводы (120 стр. текста, 39 рисунков), библиография (122 источников) и 4 приложений. Результаты были опубликованы в 10 научных работах.

Ключевые слова: интегральные решения, термоупругость, функция Грина, функция влияния, термические перемещения, термические напряжения, граничные условия, объёмное расширение.

Область исследования: теория термоупругости.

Цель диссертации: Получение интегральных решений в несвязаной термоупругости обобщённым методом гармонических интегральных представлений (МГИП), используя метод Майзеля (ММ) и метод $G\Theta$ свертки ($MG\Theta-C$) для новых граничных задач различных канонических областей.

Задачи исследований: построение функции Грина; получение интегральных решений для температурного поля на основе функций Грина; общие интегральные представления основных термоупругих функций Грина (ОТФГ); построение ОТФГ с использованием МГИП для канонических областей декартовой системы координат и $MG\Theta-C$ для сферического клина; вычисление некоторых поверхностных и объёмных интегралов для получения интегральных решений; решение конкретных задач в несвязаной термоупругости на основе интегральных решений используя МГИП, $MG\Theta-C$ и методологии применения формулы Майзеля; построение графиков с использованием программы Maple 18 и их последующий анализ для ОТФГ и аналитические решения для температурного поля, термических перемещений и термических напряжений; проверка и подтверждение полученных результатов.

Научная новизна и оригинальность результатов: расширение арсенала с интегральных решений полученных для граничных задач обобщённым методом гармонических интегральных представлений для декартовых канонических областей и методом $G\Theta$ свертки для сферического клина, а также использование полученных интегральных решений для определения термоупругих перемещений и напряжений новых конкретных граничных задач.

Теоретическая значимость работы: развитие метода гармонических интегральных представлений и метода $G\Theta$ свертки для декартовых и сферических областей и получение на их основе решений в интегралах с помощью которых могут быть решены конкретные задачи в несвязаной термоупругости.

Практическая значимость работы: метод гармонических интегральных представлений и метод $G\Theta$ свертки позволили расширить арсенал интегральных решений краевых задач механики деформированного твердого тела. Полученные решения в интегралах имеют важное практическое значение для получения термоупругих перемещений и напряжений при заданных различных законов изменения термических воздействий. Они также могут быть использованы в качестве тестовых задач для проверки и оценки различных численных методов.

Внедрение научных результатов. Полученные результаты могут быть применены к определению термических перемещений и напряжений для областей, которые имеют ту же форму, что и изучаемое область, в том числе в элементах строительных конструкций, и не только (полоса - стена здания, полуполоса - стена возле двери или окна, сферический клин - сварочный шов и т. д.).

ANNOTATION

Crețu Ion. Integral solutions in uncoupled thermoelasticity for conferring a PhD Degree, Chișinău, 2018.

The thesis structure: introduction, three chapters, conclusions, 120 pages of basic text including 39 figures, bibliography containing 122 sources and 4 Annexes. Results are published in 10 articles.

Key words: integral solutions, thermoelasticity, Green's functions, influence functions, thermal displacements, thermal stresses, boundary conditions, volume dilatation.

The field of the investigation: theory of thermoelasticity.

The thesis aim: obtaining integral solutions in uncoupled thermoelasticity by generalizing the harmonic integral representation method (HIRM), using the Maysel's method (MM) and the $G\Theta$ convolution method ($G\Theta$ -CM) for new boundary value problems for various canonical domains.

The objectives: construction of Green's functions; obtaining integral solutions for the temperature field based on Green's functions; general integral representations of the main thermoelastic Green's functions (MTGFs); determination of MTGFs based on general representations using HIRM for the Cartesian coordinate system and $G\Theta$ -CM for the spherical canonical domain; calculating some surface and volume integrals to get the integral solutions; solving particular problems in uncoupled thermoelasticity based on integral solutions using HIRM, $G\Theta$ -CM and the methodology of application of the Maysel's formula; plotting graphs using the Maple 18 program and their subsequent analysis for the MTGFs and analytical solutions for the temperature field, thermal displacements and stresses; validation of the results obtained.

Scientific novelty and originality of the results: to increase the arsenal with integral solutions obtained in solving boundary value problems by generalizing the HIRM for Cartesian canonical domains and the $G\Theta$ -CM for the spherical canonical domain and use of integral solutions to solve particular new boundary value problems of thermal elasticity.

The theoretical importance: developing the HIRM and the $G\Theta$ -CM for cartesian and spherical domains by obtaining integral solutions with the help of which problems of uncoupled thermoelasticity can be solved.

The applied value: HIRM and the $G\Theta$ -CM had a contribution to increase the arsenal of integral solutions in the field of solid body mechanics. These are of major importance due to the possibilities of solving other new boundary problems in the field, or can be used as test problems for validation classic methods.

The scientific results implementation. The results obtained can be applied to the determination of thermal displacements and stresses for domains that have the same shape as the calculated domain, including building elements, and not only (strip - building wall, half-strip - wall near the door or window, spherical wedge - welding seam etc.).

CREȚU ION

**SOLUȚII INTEGRALE ÎN
TERMOELASTICITATEA NECUPLATĂ**

135.02 - MECANICA CORPULUI SOLID

Autoreferatul tezei de doctor în tehnică

Aprobat spre tipar: 22.06.2018

Formatul hârtiei 60x84 1/16

Hârtie ofset. Tipar RISO.

Tiraj 50 ex.

Coli de tipar: 2,0

Comanda nr. 62

UTM, 2004, Chișinău, bd. Ștefan cel Mare, 168

Editura "Tehnica UTM",

MD 2045, mun. Chișinău, str. Studenților 9/9

Aduc sincere mulțumiri conducătorului științific, profesor universitar, doctor habilitat Șeremet Victor, pentru îndrumarea în cercetările realizate, în elaborarea tezei și formarea ca specialist, prin împărtășirea vastelor sale cunoștințe.

Mulțumiri aduc colegilor departamentului “Inginerie Civilă și Geodezie”, Universitatea Tehnică a Moldovei pentru sprijin și ajutor în buna organizare a întregului proces, îndeosebi șefului de departament, conferențiar universitar, doctor Taranenco Anatolie și conferențiar universitar, doctor Bîrcă Mihail ș. a.

Nu în ultimul rând, aș vrea să aduc deosebite mulțumiri familiei mele pentru răbdare, încredere și susținere în tot ceea ce am făcut în această perioadă.