

CICLOIDA, CURBELE ÎNRUDITE ȘI APLICAȚII

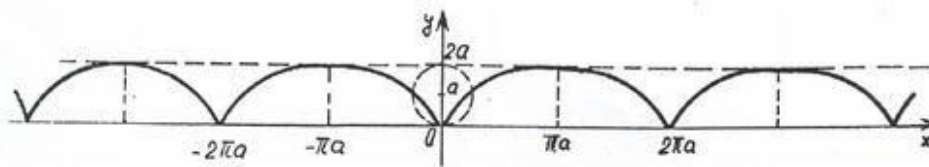
Gheorghe BURSUC, gr. GTC-1507

Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: În lucrare cercetăm cicloida și curbele înrudite: cicloida curtată și prolată; epicicloida; hipercicloida; epitroahida; hipotroahida. Studiem proprietățile cicloidei: lungimea unui arc; aria figurii mărginite de un arc al cicloidei; raza curbării; perioada oscilațiilor și brahisticrona, care este o cicloidă întoarsă și reprezintă curba celei mai rapide coborâri. Curbele ciclice au multiple aplicații în: tehnică; telecomunicații; arhitectură și construcții, acestea sunt bazate pe proprietățile lor geometrice și mecanice.

Cuvinte cheie: Cicloida; curbele înrudite; proprietățile curbelor; graficile; aplicațiile.

Printre primii savanți care au cercetat cicloida, este Galileo Galilei (1564-1642), care i-a dat denumirea și i-a cercetat proprietățile. Cicloida este o curbă plană, descrisă de un punct fix de pe un cerc, care rulează pe o dreaptă fixă, fără alunecare.



$$\text{Ecuatii parametriche: } \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}; \text{ unde } 0 \leq t \leq 2\pi. \quad (1.1)$$

$$\text{Ecuatia în coordonatele carteziene: } x = a \arccos \frac{a-y}{a} - \sqrt{2ay - y^2}. \quad (1.2)$$

Cicloida, ca și toate curbele de ordinul II, are un șir de proprietăți care îi sunt caracteristice:

- Cicloida este funcție periodică, $T = 2\pi a$;
- Lungimea unui arc al cicloidei: $L = 8a$;
- Aria figurii mărginite de un arc al cicloidei și baza acesteia este: $A = 3\pi a^2$;
- Volumul corpului format la rotirea arcului cicloidei în jurul axei OX este: $V = 5\pi^2 a^3$;
- Suprafața corpului este: $A = \frac{64}{3}\pi a^2$;
- Raza curbării primului arc al cicloidei este: $\rho = 4a \sin \frac{t}{2}$;
- Perioada oscilațiilor punctului material care alunecă pe cicloida întoarsă nu depinde de amplituda oscilațiilor;
- Cicloida "întoarsă" numită brahisticronă, reprezintă curba celei mai rapide coborâri (fig.1).

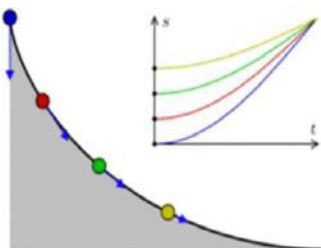


fig.1 Brahisticrona

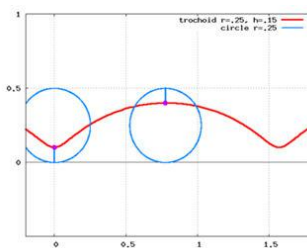


fig.2 Cicloida curtată

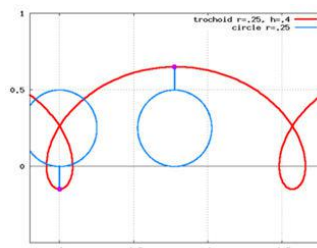


fig.3 Cicloida prolată

Curbele înrudite cu cicloida sunt: cicloida curtată (fig.2) și cicloida prolată (fig.3). Curbele înrudite se formează atunci când punctul nu este situat direct pe cerc. Dacă dreapta pe care se rostogolește cercul este înlocuită cu un cerc arbitrar, se obține o epicloidă (fig.4) și o hipericloidă (fig.5).

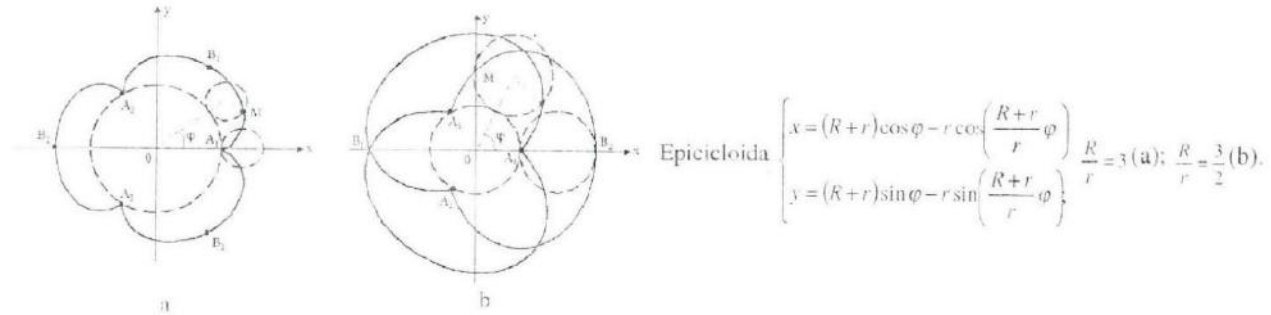


fig.4 Epicloida

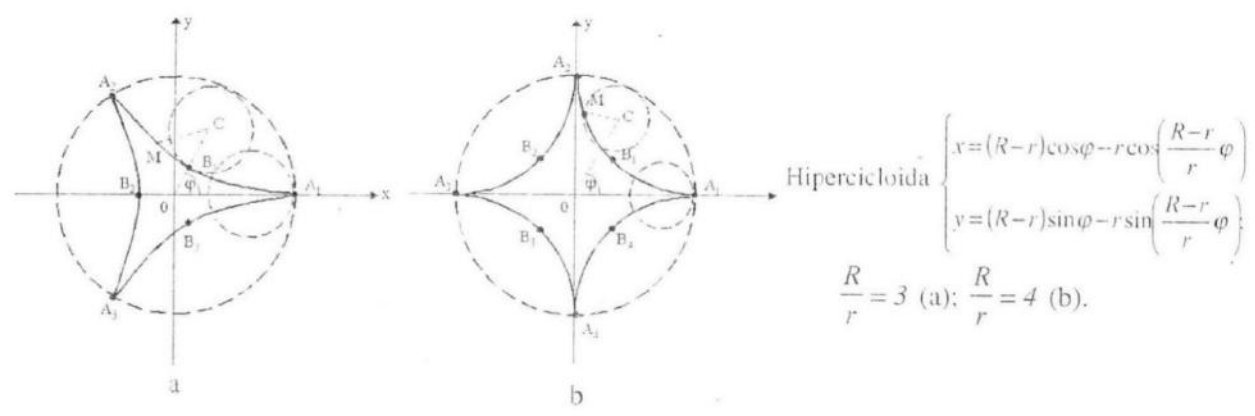


fig.5 Hipericloida

Curbele ciclice au multiple aplicații în radio și telecomunicații, construcții, arhitectură, design, mecanică și tehnică: profilul roților dințate care asigură o mișcare lină (mecanisme precise - ceasul); profilul unor came; mecanisme de transformare a mișcării de rotație în mișcare de translație, canale de drenare bazate pe proprietățile de brahisticronocitate și tautocronocitate; diverse piese industriale cu forme cicloidale, etc.

Bibliografie

1. Ghatak, A. & Mahadevan, L. *Crack street: the cycloidal wake of a cylinder tearing through a sheet*, Physical Review Letters, 91, 2003.
2. Weisstein, Eric, *Cicloida*, 25 martie 2005, [accesat la 27 noiembrie 2015].
3. Г. Н. Берман, *Циклоида*, Москва «Наука» 1980.