

# Динамика Экситон-Диполяритонов В Режиме Параметрического Осциллятора

Петр ХАДЖИ<sup>1</sup>, Ольга ВАСИЛЬЕВА<sup>2</sup>, Виталий ВАСИЛЬЕВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной физики АНМ, Кишинев,

<sup>2</sup> Приднестровский государственный университет имени Т.Г. Шевченко, Тирасполь  
[florina\\_of@mail.ru](mailto:florina_of@mail.ru)

**Abstract** — Изучена динамика диполяритонных состояний в планарном микрорезонаторе при накачке состояния, отвечающего средней диполяритонной ветви. Показано, что в условиях точного резонанса имеют место как периодический, так и аperiodический режимы превращения диполяритонов накачки в диполяритоны холостых и сигнальных мод. Изучен также периодический режим конверсии диполяритонов сигнальных и холостых мод без участия диполяритонов накачки на средней ветви.

**Index Terms** — диполяритоны, микрорезонатор, холостая и сигнальная моды, фазовое управление динамикой системы ...

## I. ВВЕДЕНИЕ

Наряду с экситон-поляритонами в [1-5] впервые наблюдалась новая квазичастица – диполяритон – бозонная частица, которая образуется в связанных двойных квантовых ямах в микрорезонаторе. По сравнению с экситон-поляритоном диполяритон представляет собой суперпозицию фотона микрорезонатора, прямого и непрямого экситона. Здесь прямой экситон является связанным состоянием электронно–дырочной пары одной и той же ямы, а непрямой экситон образуется путем связывания электрона и дырки соседних ям. Обычно непрямой экситон слабо связан со светом из-за слабого перекрытия волновых функций электрона и дырки. Однако если использовать асимметричные квантовые ямы, то подбором электрического поля можно обеспечить сильную связь всех трех компонент. Связанное состояние фотона микрорезонатора с прямым и непрямым экситонами приводит к формированию собственных мод системы с тремя ветвями закона дисперсии, нижней, средней и верхней диполяритонными ветвями. Благодаря большому дипольному моменту диполяритона он был предложен в качестве идеальной квазичастицы для генерации терагерцового излучения. Недавно диполяритоны были реализованы также и в широкой, отдельно взятой, квантовой яме, вставленной в диэлектрический волновод. Однако несмотря на значительный экспериментальный успех в исследовании диполяритонов, тем не менее в настоящее время отсутствует строгое теоретическое рассмотрение их физических свойств. Поэтому дальнейшие исследования в этой области являются актуальными.

## II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим ситуацию, когда диполяритоны большой плотности возбуждаются на средней ветви

закона дисперсии мощным импульсом лазерного излучения (накачка). В результате возникает параметрическое рассеяние диполяритонов накачки и генерация диполяритонов сигнальной и холостой мод. При этом возможны три канала рассеяния диполяритонов, удовлетворяющие законам сохранения энергии и импульса. Один из них – это рассеяние пары диполяритонов накачки с образованием диполяритонов сигнальной и холостой мод на средней ветви закона дисперсии:  $2\vec{k}_p \leftrightarrow \vec{k}_1 + \vec{k}_2$ . Другой канал – это рассеяние пары диполяритонов накачки с образованием сигнального диполяритона на нижней ветви и холостого диполяритона на верхней ветви закона дисперсии:  $2\vec{k}_p \leftrightarrow \vec{k}_3 + \vec{k}_4$ . При этом  $\vec{k}_1(\vec{k}_2)$  не обязательно равен  $\vec{k}_3(\vec{k}_4)$ . Наконец, третий канал – это рассеяние сигнального и холостого диполяритонов средней ветви в сигнальный диполяритон нижней ветви и холостой диполяритон верхней ветви:  $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 \leftrightarrow \vec{k}_3 + \vec{k}_4$ . При больших уровнях возбуждения плотности диполяритонов на указанных модах могут быть достаточно большими. Переходы по каждому из указанных каналов могут происходить как в прямом, так и в обратном направлениях. Это и определяет динамику изменения плотностей диполяритонов на каждой моде. Гамильтониан взаимодействия, описывающий процесс параметрического рассеяния рупр–диполяритонов в диполяритоны сигнальной и холостой мод, можно записать в виде

$$\hat{H}_{\text{int}} = \hbar g_1 (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \hat{a}_p \hat{a}_p + \hat{a}_p^+ \hat{a}_p^+ \hat{a}_2 \hat{a}_1) + \hbar g_2 (\hat{a}_3^+ \hat{a}_4^+ \hat{a}_p \hat{a}_p + \hat{a}_p^+ \hat{a}_p^+ \hat{a}_3 \hat{a}_4) + \hbar g (\hat{a}_1^+ \hat{a}_2^+ \hat{a}_3 \hat{a}_4 + \hat{a}_3^+ \hat{a}_4^+ \hat{a}_1 \hat{a}_2) \quad (1)$$

где  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g$  – константы взаимодействия по каждому каналу рассеяния,  $\hat{a}_p$  и  $\hat{a}_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) – операторы уничтожения диполяритонов накачки, а также сигнальной ( $i=1,3$ ) и холостой ( $i=2,4$ ) мод соответственно.

Используя (1), легко получить систему гайзенберговских уравнений для операторов  $\hat{a}_p$  и  $\hat{a}_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ). Усредняя эту систему и используя приближение среднего поля (mean field approximation),

для комплексных амплитуд диполяритонов  $a_p = \langle \hat{a}_p \rangle$ ,  $a_i = \langle \hat{a}_i \rangle$  ( $i=1, \dots, 4$ ), получаем следующую систему эволюционных уравнений:

$$\begin{aligned} i\dot{a}_p &= \omega_p a_p + 2g_1 a_p^* a_1 a_2 + 2g_2 a_p^* a_3 a_4, \\ i\dot{a}_1 &= \omega_1 a_1 + g_1 a_1^* a_p a_p + g_1 a_1^* a_3 a_4, \\ i\dot{a}_2 &= \omega_2 a_2 + g_1 a_1^* a_p a_p + g_1 a_1^* a_3 a_4, \\ i\dot{a}_3 &= \omega_3 a_3 + g_2 a_1^* a_p a_p + g_2 a_1^* a_3 a_4, \\ i\dot{a}_4 &= \omega_4 a_4 + g_2 a_1^* a_p a_p + g_2 a_1^* a_3 a_4, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\omega_p, \omega_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) – собственные частоты диполяритонов. В условиях точного резонанса, когда  $2\omega_p = \omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$ , решения этих уравнений ищем в виде:  $a_p = A_p \exp(i\varphi_p)$ ,  $a_i = A_i \exp(i\varphi_i)$  ( $i=1, \dots, 4$ ), где  $A_p, A_i$  и  $\varphi_p, \varphi_i$  – действительные амплитуды и фазы. В результате мы получаем систему нелинейных эволюционных уравнений для амплитуд и разностей фаз:

$$\begin{aligned} \dot{A}_p &= -2g_1 A_p A_1 A_2 \sin \theta_{12} - 2g_2 A_p A_3 A_4 \sin \theta_{34}, \\ \dot{A}_1 &= g_1 A_p^2 A_2 \sin \theta_{12} + g_2 A_1 A_3 A_4 \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{A}_2 &= g_1 A_p^2 A_1 \sin \theta_{12} + g_2 A_1 A_3 A_4 \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{A}_3 &= g_2 A_p^2 A_4 \sin \theta_{34} - g_1 A_1 A_2 A_4 \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{A}_4 &= g_2 A_p^2 A_3 \sin \theta_{34} - g_1 A_1 A_2 A_3 \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{\theta}_{12} &= g_1 \left( \frac{A_p^2 (A_1^2 + A_2^2)}{A_1 A_2} - 4A_1 A_2 \right) \cos \theta_{12} - 4g_2 A_3 A_4 \cos \theta_{34} + \\ &+ g_2 A_3 A_4 \frac{A_1^2 + A_2^2}{A_1 A_2} \cos(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{\theta}_{34} &= g_2 \left( \frac{A_p^2 (A_3^2 + A_4^2)}{A_3 A_4} - 4A_3 A_4 \right) \cos \theta_{34} - 4g_1 A_1 A_2 \cos \theta_{12} + \\ &+ g_1 A_1 A_2 \frac{A_3^2 + A_4^2}{A_3 A_4} \cos(\theta_{12} - \theta_{34}), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\theta_{12} = 2\varphi_p - \varphi_1 - \varphi_2$ ,  $\theta_{34} = 2\varphi_p - \varphi_3 - \varphi_4$ .

Вводя далее плотности диполяритонов  $N_p = A_p^2$ ,  $N_j = A_j^2$  ( $j=1, 2, 3, 4$ ), мы приходим к следующей системе нелинейных эволюционных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{N}_p &= -4g_1 N_p \sqrt{N_1 N_2} \sin \theta_{12} - 4g_2 N_p \sqrt{N_3 N_4} \sin \theta_{34}, \\ \dot{N}_1 &= \dot{N}_2 = \\ &= 2g_1 N_p \sqrt{N_1 N_2} \sin \theta_{12} + 2g_2 \sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4} \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{N}_3 &= \dot{N}_4 = \\ &= 2g_2 N_p \sqrt{N_3 N_4} \sin \theta_{34} - 2g_1 \sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4} \sin(\theta_{12} - \theta_{34}), \\ \dot{\theta}_{12} &= g_1 \left( -4\sqrt{N_1 N_2} + N_p \frac{N_1 + N_2}{\sqrt{N_1 N_2}} \right) \cos \theta_{12} - \\ &4g_2 \sqrt{N_3 N_4} \cos \theta_{34} + g_2 \sqrt{N_3 N_4} \frac{N_1 + N_2}{\sqrt{N_1 N_2}} \cos(\theta_{12} - \theta_{34}) \\ \dot{\theta}_{34} &= g_2 \left( -4\sqrt{N_3 N_4} + N_p \frac{N_3 + N_4}{\sqrt{N_3 N_4}} \right) \cos \theta_{34} - \\ &- 4g_1 \sqrt{N_1 N_2} \cos \theta_{12} + g_1 \sqrt{N_1 N_2} \frac{N_3 + N_4}{\sqrt{N_3 N_4}} \cos(\theta_{12} - \theta_{34}) \end{aligned} \quad (4)$$

Отметим, что вклад в динамику диполяритонов в уравнениях (2) – (4) вносят только слагаемые, соответствующие индуцированным переходам между различными поляритонными состояниями. При больших уровнях возбуждения именно эти слагаемые являются определяющими. Считаем, что характерные времена спонтанных процессов намного больше характерных времен индуцированных переходов, так что за время протекания индуцированных переходов спонтанные переходы не успевают совершиться. Поэтому далее мы ими пренебрегаем.

Дополним систему (4) начальными условиями:  $N_{p|t=0} = N_{p0}$ ,  $N_{j|t=0} = N_{j0}$ , ( $j=1, \dots, 4$ ),  $\theta_{12|t=0} = \theta_{12,0}$ ,  $\theta_{34|t=0} = \theta_{34,0}$ . Из (4) удастся получить следующие интегралы движения:

$$\begin{aligned} N_p + 2(N_1 + N_3) &= N_{p0} + 2(N_{10} + N_{30}), \\ N_2 - N_1 &= N_{20} - N_{10}, \quad N_4 - N_3 = N_{40} - N_{30}, \\ g_1 N_p \sqrt{N_1 N_2} \cos \theta_{12} + g_2 N_p \sqrt{N_3 N_4} \cos \theta_{34} + \\ &+ g \sqrt{N_1 N_2 N_3 N_4} \cos(\theta_{12} - \theta_{34}) = \\ &= g_1 N_{p0} \sqrt{N_{10} N_{20}} \cos \theta_{12,0} + g_2 N_{p0} \sqrt{N_{30} N_{40}} \cos \theta_{34,0} + \\ &+ g \sqrt{N_{10} N_{20} N_{30} N_{40}} \cos(\theta_{12,0} - \theta_{34,0}), \end{aligned} \quad (5)$$

которые представляют собой законы сохранения чисел частиц в системе и закон сохранения энергии.

Решить систему нелинейных дифференциальных уравнений (4) в общем случае не представляется возможным. Поэтому далее рассмотрим ряд частных случаев. Из (4) видно, что если начальные условия для диполяритонов сигнальной и холостой мод по одному и тому же каналу одинаковы (например,  $N_{10} = N_{20}$  или  $N_{30} = N_{40}$ ), то из интегралов движения следует, что и далее со временем имеет место совпадение мгновенных плотностей диполяритонов сигнальной и холостой мод:  $N_1 = N_2$  либо  $N_3 = N_4$ . В самом деле, полагая  $N_{30} = N_{40}$ , из (4) получаем дифференциальное уравнение для  $N_3$ , формальное решение которого дается выражением

$$N_3(t) = N_{30} \cdot \exp \left( 2 \int_0^t dt' (g_2 N_p \sin \theta_{34} - g \sqrt{N_1 N_2} \sin(\theta_{12} - \theta_{34})) \right). \quad (6)$$

Если теперь рассматривать решения системы уравнений при  $N_{30} = N_{40} = 0$ , то отсюда получаем  $N_3(t) = N_4(t) = 0$ . Система уравнений (4) – (5) при этом значительно упрощается и приводится к виду

$$\begin{aligned} \dot{N}_p &= -4g_1 N_p \sqrt{N_1 N_2} \sin \theta_{12}, \\ \dot{N}_1 &= \dot{N}_2 = 2g_1 N_p \sqrt{N_1 N_2} \sin \theta_{12}, \\ \dot{\theta}_{12} &= g_1 \left( -4\sqrt{N_1 N_2} + N_p \frac{N_1 + N_2}{\sqrt{N_1 N_2}} \right) \cos \theta_{12}. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя эти уравнения, получаем интегралы движения

$$\begin{aligned} N_p + 2N_1 &= N_{p0} + 2N_{10}, \\ N_2 - N_1 &= N_{20} - N_{10}, \end{aligned}$$

$$\cos\theta_{12} = \frac{N_{p0} \sqrt{N_{10} N_{20}}}{N_p \sqrt{N_1 N_2}} \cos\theta_{12,0} \quad (8)$$

и нелинейное дифференциальное уравнение, описывающее временную эволюцию плотности диполяритонов  $N_1(t)$ :

$$\frac{dN_1}{dt} = \pm 2g_1 \cdot \sqrt{N_1(N_1 + N_{20} - N_{10})(N_{p0} + 2N_{10} - 2N_1)^2 - N_{p0}^2 N_{10} N_{20} \cos^2 \theta_{12,0}} \quad (9)$$

Рассмотрим теперь решения уравнения (9) и изучим особенности временной эволюции плотности диполяритонов  $N_1(t)$  для случая  $N_{30} = N_{40} = 0$ .

Представим (9) в виде  $\dot{N}^2 + W = E_0^2$ , где потенциальная  $W(N_1)$  и полная  $E_0$  энергии эквивалентного нелинейного осциллятора равны

$$W = -16g_1^2 N_1 (N_{20} - N_{10} + N_1) \left( N_1 - N_{10} - \frac{1}{2} N_{p0} \right)^2, \quad (10)$$

$$E_0 = -4g_1^2 N_{10} N_{20} N_{p0}^2 \cos^2 \theta_{12,0}.$$

Из (9) и (10) видно, что особенности эволюции плотности диполяритонов  $N_1(t)$  определяются начальными плотностями  $N_{10}$ ,  $N_{20}$  и  $N_{p0}$ , начальной разностью фаз  $\theta_{12,0}$ , а также направлением изменения начальной скорости  $\dot{N}_1(t)|_{t=0}$ , т.е. знаками (+) и (-) в (9).

Если начальная разность фаз  $\theta_{12,0} = \pm(2n+1)\pi/2$ ,  $n=0,1,2,\dots$ , то мгновенная разность фаз  $\theta_{12}(t)$  в процессе эволюции сохраняется равной  $\theta_{12,0}$ . Поэтому мы сначала рассмотрим наиболее простой случай эволюции, когда  $\theta_{12,0} = \pm(2n+1)\pi/2$ . В этом случае полная энергия  $E_0$  нелинейного осциллятора равна нулю. На рис. 1 представлена зависимость потенциальной энергии  $W$  от плотности диполяритонов. Видно, что уравнение  $W(N_1)=0$

содержит двукратный корень  $N_1 = N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ . Поэтому временная эволюция функции  $N_1(t)$  является аperiodической. Решение уравнения (9) при  $N_{10} \geq N_{20}$  имеет вид

$$N_1(t) = \frac{\left( N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0} \right) (N_{10} - N_{20})}{N_{10} - N_{20} + \left( N_{20} + \frac{1}{2} N_{p0} \right) \operatorname{sech}^2(a)}, \quad (11)$$

где  $a = g_1 \sqrt{(N_{p0} + 2N_{10})(N_{p0} + 2N_{20})} t \pm \varphi_0$ .

где фаза  $\varphi_0$  определяется равенством

$$\varphi_0 = \operatorname{arch} \sqrt{\frac{N_{10} N_{p0} + 2N_{20}}{N_{p0} (N_{10} - N_{20})}}. \quad (12)$$

Из (11) и рис. 2. видно, что решение со знаком (+) перед фазой  $\varphi_0$  монотонно растет со временем от значения  $N_1 = N_{10}$  до предельного значения  $N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ . Это соответствует движению

изображающей точки на рис. 1а вправо от начального положения (точка  $N_{10}$ ) до точки, являющейся двукратным корнем уравнения  $W(N_1)=0$ , которая достигается за бесконечно большое время. Если рассматривать решение со знаком (-) перед фазой  $\varphi_0$  в (14), то из рис. 2 видно, что плотность диполяритонов  $N_1(t)$  сначала убывает со временем от значения  $N_{10}$  до минимального значения  $N_{10} - N_{20}$ , которое достигается в момент времени

$$t = t_{\min} = \varphi_0 / \left( g_1 \sqrt{(N_{p0} + 2N_{10})(N_{p0} + 2N_{20})} \right), \quad (13)$$

затем начинает расти и монотонно стремится к предельному значению  $N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ . Такое поведение

функции  $N_1(t)$  обусловлено тем, что при знаке (-) изображающая точка на рис. 1а сначала движется влево, доходит до точки поворота траектории  $N_{10} - N_{20}$ , после чего направление движения изменяется и изображающая точка стремится, как и ранее, к двукратному корню  $N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ . Таким

образом на больших временах решение  $N_1(t)$  как со знаком (+), так и со знаком (-) перед фазой  $\varphi_0$  в (11) стремится к определенному значению плотности диполяритонов  $N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ , чем эволюция и завершается. При этом исходные диполяритоны накачки  $N_{p0}$  попарно превращаются в диполяритоны сигнальной и холостой мод. Обратная эволюция, т.е. эволюция с истощением диполяритонов сигнальной и холостой мод, невозможна в силу квантового механизма стимулирования. Как только  $N_p(t)$  стало равным нулю, то, как видно из (7),  $\dot{N}_p = \dot{N}_1 = \dot{N}_2 = 0$ . Характерное время  $t_{\min}$  определяется начальными плотностями диполяритонов и монотонно убывает с ростом  $N_{10} - N_{20}$ .

Рассматривая решение для  $N_1(t)$  в случае, когда  $N_{20} = 0$ , из (11) получаем

$$N_1 = N_{10} (N_{p0} + 2N_{10}) \left( 2N_{10} + N_{p0} \operatorname{sech}^2(a) \right)^{-1}, \quad (14)$$

где  $a = g_1 \sqrt{N_{p0} (N_{p0} + 2N_{10})} t$ .

В этом случае функция  $N_1(t)$  монотонно растет со временем от  $N_{10}$  до предельного значения  $N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0}$ .

В случае, если  $N_{10} < N_{20}$ , то решение для функции  $N_1(t)$  имеет вид

$$N_1 = \frac{\left( N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0} \right) (N_{20} - N_{10})}{N_{20} - N_{10} + \left( N_{10} + \frac{1}{2} N_{p0} \right) \operatorname{cosech}^2(a)}, \quad (15)$$

где  $a = g_1 \sqrt{(N_{p0} + 2N_{10})(N_{p0} + 2N_{20})} t \pm \psi_0$  и  $\psi_0$  определяется равенством

$$\psi_0 = \operatorname{arsh} \sqrt{\frac{N_{10}}{N_{p0}} \frac{N_{p0} + 2N_{10}}{N_{20} - N_{10}}}. \quad (16)$$

Из графика потенциальной энергии (рис. 1 б) и из рис. 2 б видно, что в этом случае решение со знаком (+) в (16) монотонно растет с ростом  $t$  от начального значения  $N_{10}$  до предельного значения  $N_{10} + \frac{1}{2}N_{p0}$ .

Что касается решения со знаком (-), то оно сначала монотонно убывает от  $N_{10}$  до нуля, которое достигается в момент времени  $t_0$ , равный

$$t_0 = \psi_0 / \left( g_1 \sqrt{(N_{p0} + 2N_{10})(N_{p0} + 2N_{20})} \right), \quad (17)$$

после чего оно начинает расти и асимптотически приближается снизу к предельному значению

$N_{10} + \frac{1}{2}N_{p0}$ . Таким образом, и при  $N_{10} < N_{20}$  эволюция

системы на больших временах завершается полным истощением моды накачки и превращением диполяритонов накачки в диполяритоны холостой и сигнальной мод.

Из (11) и (15) в пределе  $N_{10} = N_{20}$  получаем решение

$$N_1 = \frac{N_{10}(N_{p0} + 2N_{10})}{2N_{10} + N_{p0} \exp(\pm 2g_1(N_{p0} + 2N_{10})t)}. \quad (18)$$

В этом случае эволюция системы также является аperiодической. Плотность диполяритонов  $N_1(t)$  асимптотически стремится либо к  $N_1 = 0$  либо к предельному значению  $N_{10} + \frac{1}{2}N_{p0}$  (рис. 2 в) в зависимости от направления начальной скорости изменения функции  $N_1(t)|_{t=0}$ . Этот же результат следует и из графика потенциальной энергии (рис. 1 в). Времена  $t_{\min}$  и  $t_0$  обращаются в бесконечность. Следовательно, временная эволюция системы при  $N_{10} = N_{20}$  сводится к тому, что либо все диполяритоны накачки превращаются в диполяритоны сигнальной и холостой мод, либо диполяритоны сигнальной и холостой мод превращаются в диполяритоны накачки, чем эволюция и завершается.

Отметим здесь, что если  $N_{p0} = 0$ , то потенциальная энергия  $W(N_1)$  имеет максимум при  $N_1 = N_{10}$ , причем  $W(N_1) = 0$ . Следовательно изображающая точка не может сойти с вершины максимума и эволюционировать. Так что при  $N_{p0} = 0$ , но  $N_{10} \neq 0$  и  $N_{20} \neq 0$ , система не эволюционирует.

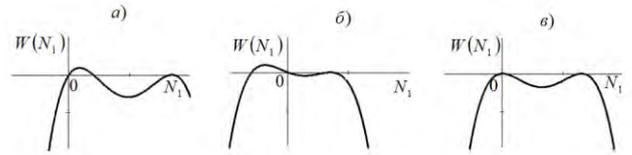


Рис.1. Графики потенциальной энергии эквивалентного нелинейного осциллятора  $W(N_1)$  при  $N_{30} = N_{40} = 0$ ,  $\theta_{12,0} = \pi/2$  и значений начальных плотностей а)  $N_{10} = 0.6$ ,  $N_{20} = 0.4$ , б)  $N_{10} = 0.1$ ,  $N_{20} = 0.4$ , в)  $N_{10} = 0.4$ ,  $N_{20} = 0.4$ . Все величины нормированы на начальную плотность диполяритонов накачки.

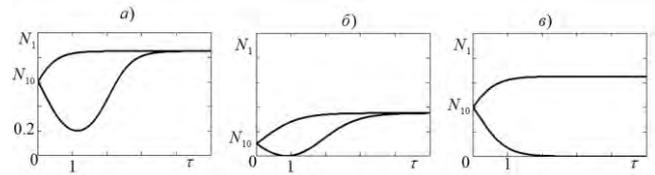


Рис.1. Временная эволюция плотности диполяритонов  $N_1(t)$  при  $N_{30} = N_{40} = 0$ ,  $\theta_{12,0} = \pi/2$  и значений начальных плотностей а)  $N_{10} = 0.6$ ,  $N_{20} = 0.4$ , б)  $N_{10} = 0.1$ ,  $N_{20} = 0.4$ , в)  $N_{10} = 0.4$ ,  $N_{20} = 0.4$ . Здесь  $\tau = g_1 t$ . Все величины нормированы на начальную плотность диполяритонов накачки.

### III. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении отметим, что динамика диполяритонного параметрического осциллятора при  $N_{30} = N_{40} = 0$  и начальной разности фаз равной  $\theta_{12,0} = \pi/2$  представляет собой процессы аperiодического превращения диполяритонов накачки на средней ветви в диполяритоны сигнальной и холостой мод.

### ЛИТЕРАТУРА

1. P.Cristofolini, G.Christmann, S.I. Tsintzos, G. Deligeorgis, G. Konstantinidis, Z. Hatzopoulos, P.G. Savvidis, J.J. Baumberg, Science 336, 704 (2012).
2. G. Christmann, A. Askitopoulos, G. Deligeorgis, Z. Hatzopoulos, S.I Tsintzos., P.G. Savvidis, J.J. Baumberg, Appl.Phys. Lett. 98, 081111 (2011).
3. O. Kyriienko, T.C.H. Liew, Phys. Rev. B 93, 035301 (2016).
4. K. Sivalertporn, E.A. Muljarov. Phys. Rev. Lett. 115, 077401 (2015); arXiv: 1305.5883 (2015).
5. J.S. Rojas-Arias, B.A. Rodriguez, Vinck-Posada, arXiv: 1603.06154 (2016).