

# STUDIUL PRIVIND ANALIZA FORMELOR DE SCRIERE ALE ECUAȚIILOR DE STARE ALE REȚELELOR ELECTRICE

Ion Cojocaru, Ion Stratan

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Abstract:** Calculul regimurilor permanente este unul de o importanță deosebită, dat fiind faptul că acesta stă la baza altor studii și cercetări, precum: analiza stabilității statice și a celei dinamice, studiul proceselor tranzitorii, optimizarea regimurilor. Întrucât în calcule se utilizează un set de ecuații de stare, analiza formelor de scriere constă în determinarea acelei forme de scriere care este mai eficientă din punct de vedere a rapidității obținerii soluțiilor, dar și din punct de vedere a comportamentului procesului iterativ la limită (după puterea activă a unui nod, puterea reactivă a unui nod, rezistența unei linii, reactanța unei linii).

**Cuvinte cheie:** sistem electroenergetic, calculul regimului permanent, ecuații de stare, bilanțul puterilor (BP), bilanțul curenților (BC).

## 1 Formele de scriere a ecuațiilor de stare

La baza modelelor matematice utilizate în prezent pentru calculul regimului permanent stă setul de ecuații ale tensiunilor nodale:

$$\Delta I_k = S_k^* / U_k^* - \sum_{m=0}^n Y_{km} U_m = 0, \quad k = 1, \dots, n, \quad (1)$$

unde  $S_k = P_k + jQ_k$  și  $U_k$  sunt respectiv complexul puterii și a tensiunii nodului  $k$ ;

$Y_{km} = G_{km} - jB_{km}$  – elementul  $km$  al matricei admitanțelor nodale;

$n$  – numărul nodurilor rețelei electrice.

Pentru fiecare nod  $PV$ , sistemul de ecuații se completează cu următoarea ecuație:

$$\Delta E_k = V_k^2 - U_k^* U_k = 0, \quad k \in PV. \quad (2)$$

Deoarece derivata complexului tensiunii după conjugata acestuia și invers nu există, se trece la forma rectangulară de prezentare a tensiunilor:

$$U_k = U_k' + jU_k'', \quad k = 0, \dots, n. \quad (3)$$

Luând în considerație (2) și (3), în baza ecuațiilor (1) se pot formula ecuațiile bilanțului curenților utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor:

$$\begin{aligned} \Delta I_k'(P_k, Q_k, U_k', U_k'') &= \frac{P_k U_k' + Q_k U_k''}{U_k'^2 + U_k''^2} - (G_{kk} U_k' + B_{kk} U_k'') - \sum_{m \in k} (G_{km} U_m' + B_{km} U_m'') = 0, \quad k \in PQ + PV; \\ \Delta I_k''(P_k, Q_k, U_k', U_k'') &= \frac{P_k U_k'' - Q_k U_k'}{U_k'^2 + U_k''^2} - (G_{kk} U_k'' - B_{kk} U_k') - \sum_{m \in k} (G_{km} U_m'' - B_{km} U_m') = 0, \quad k \in PQ + PV; \quad (4) \\ \Delta E_k(V_k, U_k', U_k'') &= V_k^2 - (U_k'^2 + U_k''^2) = 0, \quad k \in PV. \end{aligned}$$

unde  $\Delta I_k'$ ,  $\Delta I_k''$  sunt funcțiile de dezechilibru ale componente reale și imaginare a curenților în nodul  $k$ ;

$\Delta E_k$  – dezechilibrul pătratului modulelor tensiunilor.

Un avantaj de bază al acestei forme de scriere îl reprezintă faptul că majoritatea elementelor matricei Jacobi rămân constante pe parcursul întregului proces iterativ, iar cele ce se modifică sunt amplasate pe diagonalele principale ale submatricelor respective.

Dezavantajul acestei forme este faptul că pentru fiecare nod  $PV$  se va mai scrie încă o ecuație, astfel numărul total de ecuații se va mări cu numărul de noduri  $PV$ .

În baza aceluiași ecuații (1) cu luarea în vedere a (2) și (3) se formulează bilanțul puterilor utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor:

$$\begin{aligned}
\Delta P_k(P_k, U', U'') &= P_k - G_{kk}(U_k'^2 + U_k''^2) - \sum_{m \in k} G_{km}(U_k' U_m' + U_k'' U_m'') - \sum_{m \in k} B_{km}(U_k' U_m'' - U_k'' U_m') = 0, \quad k \in PQ + PV; \\
\Delta Q_k(Q_k, U', U'') &= Q_k - B_{kk}(U_k'^2 + U_k''^2) - \sum_{m \in k} B_{km}(U_k' U_m' + U_k'' U_m'') + \sum_{m \in k} G_{km}(U_k' U_m'' - U_k'' U_m') = 0, \quad k \in PQ; \\
\Delta E_k(V_k, U', U'') &= V_k^2 - (U_k'^2 + U_k''^2) = 0, \quad k \in PV,
\end{aligned} \tag{5}$$

unde  $\Delta P_k, \Delta Q_k$  sunt funcțiile de dezechilibru a puterii active, respectiv reactive.

Dacă tensiunile vor fi prezentate în coordonate polare, adică:

$$U_k = V_k e^{j\delta_k} = V_k (\cos \delta_k + j \sin \delta_k), \quad k = 0, \dots, n. \tag{6}$$

atunci din ecuațiile (1) se poate formula bilanțul curenților utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor:

$$\begin{aligned}
\Delta I'_k(P_k, Q_k, V_k, \delta_k) &= \frac{P_k \cos \delta_k + Q_k \sin \delta_k}{V_k} - V_k (G_{kk} \cos \delta_k + B_{kk} \sin \delta_k) - \\
&- \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_m + B_{km} \sin \delta_m) = 0, \quad k \in PQ + PV; \\
\Delta I''_k(P_k, Q_k, V_k, \delta_k) &= \frac{P_k \sin \delta_k - Q_k \cos \delta_k}{V_k} - V_k (G_{kk} \sin \delta_k - B_{kk} \cos \delta_k) - \\
&- \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \sin \delta_m - B_{km} \cos \delta_m) = 0, \quad k \in PQ + PV.
\end{aligned} \tag{7}$$

Bilanțul puterilor utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor este dat de ecuațiile:

$$\begin{aligned}
\Delta P_k(P_k, V, \delta) &= P_k - V_k^2 G_{kk} - V_k \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} - B_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad k \in PV + PQ; \\
\Delta Q_k(Q_k, V, \delta) &= Q_k - V_k^2 B_{kk} - V_k \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} + G_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad k \in PQ.
\end{aligned} \tag{8}$$

unde  $\delta_{km} = \delta_k - \delta_m$ .

În această formă de scriere pentru nodurile  $PV$  se scriu doar ecuațiile bilanțurilor puterilor active.

Dacă fiecare ecuație din sistemul (11) se va împărți la  $V_k$ , se va obține bilanțul curenților activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor:

$$\begin{aligned}
\Delta I_{Pk}(P_k, V, \delta) &= \frac{P_k}{V_k} - V_k G_{kk} - \sum_{m \in k} V_m (G_{km} \cos \delta_{km} - B_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad k \in PV + PQ; \\
\Delta I_{Qk}(Q_k, V, \delta) &= \frac{Q_k}{V_k} - V_k B_{kk} - \sum_{m \in k} V_m (B_{km} \cos \delta_{km} + G_{km} \sin \delta_{km}) = 0, \quad k \in PQ.
\end{aligned} \tag{9}$$

Dacă se va introduce o variabilă nouă  $V_k = U_k^*$  și aceasta se consideră a fi independentă de complexul tensiunii, se pot formula ecuațiile bilanțului curenților utilizând forma complexă de prezentare a tensiunilor:

$$\begin{aligned}
\Delta I_k &= \frac{S_k^*}{V_k} - \sum_{m \in k} U_m Y_{km}; \\
\Delta I_k^{(c)} &= \frac{S_k}{U_k} - \sum_{m \in k} V_m Y_{km}^*.
\end{aligned} \tag{10}$$

Această formă de scriere prezintă interes deoarece la fel ca și în cazul matricei Jacobi pentru cazul bilanțului curenților utilizând varianta rectangulară de scriere a tensiunilor majoritatea elementelor acestei matrice rămân constante pe tot parcursul procesului iterativ.

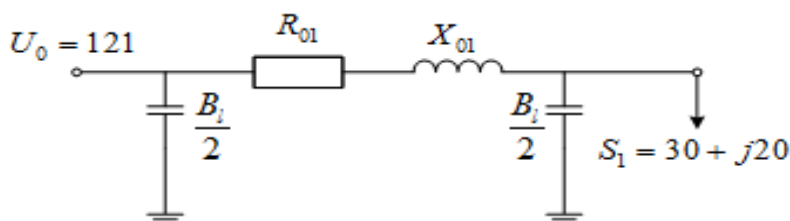
Dacă sarcinile se vor prezenta prin admitanțe, se vor obține încă două forme de scriere, utilizând varianta rectangulară (12) și cea polară (13) de prezentare a tensiunilor.

$$\begin{aligned}
F'_k(G_{sk}, B_{sk}, U'_k, U''_k) &= (G_{sk} - G_{kk})U'_k + (B_{sk} - B_{kk})U''_k - \sum_{m \in k} (G_{km}U'_m + B_{km}U''_m) = 0, \quad k \in PQ + PV; \\
F''_k(G_{sk}, B_{sk}, U'_k, U''_k) &= (G_{sk} - G_{kk})U''_k - (B_{sk} - B_{kk})U'_k - \sum_{m \in k} (G_{km}U''_m - B_{km}U'_m) = 0, \quad k \in PQ + PV;
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
F'_k(G_{sk}, B_{sk}, V_k, \delta_k) &= V_k [(G_{sk} - G_{kk}) \cos \delta_k + (B_{sk} - B_{kk}) \sin \delta_k] - \\
& - \sum_{m \neq k} V_m (G_{km} \cos \delta_m + B_{km} \sin \delta_m) = 0, \quad k \in PV + PQ; \\
F''_k(G_{sk}, B_{sk}, V_k, \delta_k) &= V_k [(G_{sk} - G_{kk}) \sin \delta_k - (B_{sk} - B_{kk}) \cos \delta_k] - \\
& - \sum_{m \neq k} V_m (G_{km} \sin \delta_m - B_{km} \cos \delta_m) = 0, \quad k \in PQ.
\end{aligned}
\tag{12}$$

## 2 Analiza practică a formelor de scriere a ecuațiilor de stare

Pentru a efectua un studiu practic a formelor de scriere a ecuațiilor de stare s-a realizat calculul regimului permanent pentru schema prezentată în fig. 1 utilizând toate formele de scriere a ecuațiilor de stare prezentate anterior. Valorile obținute atât pentru regimul normal de funcționare, cât și pentru regimurile limită (după puterea activă și reactivă a nodului 1, rezistența și reactanța liniei) sunt prezentate în tab. 1-5. În aceste tabele  $N$  este numărul de iterații de care este necesar pentru a obține rezultatul.



**Figura 1** – Schema echivalentă a liniei ce alimentează un singur consumator

Parametrii liniei sunt:  $R_{01} = 15,4 \Omega$ ;  $X_{01} = 42 \Omega$ ;  $B_l = 282 \mu\text{Sm}$ .

**Tabelul 1** – Rezultatele obținute pentru regimul normal de funcționare

Nr.	Forma de scriere	$U_1$ , kV	N
1	Programul Rastr	107,73-j7,658	-
2	BC utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	107,73-j7,658	4
3	BP utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	107,73-j7,658	4
4	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate rectangulare	107,73-j7,658	6
5	BC utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	107,73-j7,658	3
6	BP utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	107,73-j7,658	4
7	BC activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	107,73-j7,658	3
8	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate polare	107,73-j7,658	6
9	BC în formă complexă	107,73-j7,658	3

**Tabelul 2** – Rezultatele obținute pentru regimul limită după puterea activă

Nr.	Forma de scriere	$P_{lim}$ , MW	$U_1$ , kV	N
1	Programul Rastr	107,282	61,475-j34,335	-
2	BC utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	105,717	62,074-j34,059	98
3	BP utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	105,804	60,396-j34,094	12
4	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate rectangulare	105,504	63,657-j33,982	99
5	BC utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	105,804	60,396-j34,094	9
6	BP utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	105,804	60,396-j34,094	12
7	BC activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	105,804	60,396-j34,094	11
8	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate polare	105,532	63,498-j33,991	99
9	BC în formă complexă	105,804	60,396-j34,094	11

**Tabelul 3 – Rezultatele obținute pentru regimul limită după puterea reactivă**

Nr.	Forma de scriere	$Q_{lim}$ , MVar	$U_1$ , kV	N
1	Programul Rastr	76,73	59,132-j0,591	-
2	BC utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	75,623	60,024-j0,723	13
3	BP utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	75,623	60,024-j0,723	12
4	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate rectangulare	75,342	63,581-j0,752	99
5	BC utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	75,623	60,024-j0,723	11
6	BP utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	75,623	60,024-j0,723	12
7	BC activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	75,623	60,024-j0,723	11
8	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate polare	75,342	63,581-j0,752	99
9	BC în formă complexă	75,623	60,024-j0,723	12

**Tabelul 4 – Rezultatele obținute pentru regimul limită după rezistență**

Nr.	Forma de scriere	$R_{lim}$ , $\Omega$	$U_1$ , kV	N
1	Programul Rastr	94,883	64,778+j5,503	-
2	BC utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	92,367	60,179+j5,247	40
3	BP utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	92,367	60,179+j5,247	12
4	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate rectangulare	91,996	63,516+j5,228	99
5	BC utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	92,367	60,179+j5,247	11
6	BP utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	92,367	60,179+j5,247	12
7	BC activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	92,367	60,179+j5,247	11
8	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate polare	91,996	63,516+j5,228	99
9	BC în formă complexă	92,367	60,179+j5,247	12

**Tabelul 5 – Rezultatele obținute pentru regimul limită după reactanță**

Nr.	Forma de scriere	$X_{lim}$ , $\Omega$	$U_1$ , kV	N
1	Programul Rastr	122,799	58,591-j24,15	-
2	BC utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	119,654	60,424-j27,042	98
3	BP utilizând varianta rectangulară de prezentare a tensiunilor	119,674	59,736-j27,049	12
4	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate rectangulare	119,335	62,956-j26,957	99
5	BC utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	119,674	59,736-j27,049	10
6	BP utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	119,674	59,736-j27,049	11
7	BC activi și reactivi utilizând varianta polară de prezentare a tensiunilor	119,674	59,736-j27,049	11
8	Prezentarea sarcinilor prin admitanțe, în coordonate polare	119,355	62,858-j26,962	99
9	BC în formă complexă	119,674	59,736-j27,049	11

### Concluzii

În baza calculului efectuat, se observă că rezultatele obținute pentru toate formele de scriere a ecuațiilor de stare nu diferă pentru regimul normal de funcționare și nu diferă esențial pentru regimurile limită studiate. Astfel se cere de ales acea formă de scriere pentru care se scrie un număr redus de ecuații, dar și pentru care numărul de iterații este minim.

### Bibliografie

1. Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М., Неуймин В.Г. *Вычислительные модели потокораспределения в электрических системах*, Москва, Наука, 2008.
2. Конторович А.М., *Решение уравнений установившихся режимов электрических систем без разделения на вещественные и мнимые составляющие*, Переходные и установившиеся режимы электрических систем и управление ими, Ленинград, 1984.
3. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Соколов В.Ю., *Моделирование систем электроснабжения с мощными токопроводами*, Иркутск, 2010.