

ASPECTE PRIVIND ELABORAREA TEORIEI ANGRENAJULUI PRECESIONAL MULTIPLU ȘI A TEHNOLOGIEI MODERNE DE FABRICARE

Acad. Ion BOSTAN,
Rector al Universității Tehnice
a Moldovei, Chișinău



Este doctor habilitat, profesor universitar și academician al Academiei de Științe a Moldovei, rector al Universității Tehnice a Moldovei, academician de onoare al Academiei Româno-Americane; academician de onoare al Academiei Tehnice din România; doctor honoris causa al Universității „Petrol – Gaze” din Ploiești, al Universității Tehnice „Gh.Asachi” din Iași și al Universității din Bacău. Președinte al Asociației Inginerilor din Republica Moldova. Laureat al Premiului de Stat al Republicii Moldova în domeniul științei și tehnicii (1977, 1998). Inventator Emerit al Republicii Moldova. Inventator de Elită al României. A publicat manuale și monografii – 8, articole științifice – 325; invenții brevetate – 132.

**Dr. hab. conf. univ. Valeriu
DULGHERU,**



Este șeful catedrei Teoria mecanismelor și organe de mașini a Universității Tehnice a Moldovei, membru corespondent al Academiei Româno-Americane și membru al Biroului Asociației Inginerilor din Republica Moldova. Laureat al Premiului de Stat al Republicii Moldova în domeniul științei și tehnicii (1998); Inventator Emerit al Republicii Moldova; Inventator de Elită al României. Manuale și monografii – 9; articole științifice – 160; invenții – 102.

REZUMAT. Studiul ingineresc complex al triadei angrenaj-tehnologie-transmisie a permis elaborarea unui tip nou de transmisie mecanică – transmisia precesională cu angrenaj multiplu, care din punct de vedere tehnologic, poate fi fabricat utilizând o metodă nouă de prelucrare a roților dințate cu profil convex-concav.. În lucrare, autorii prezintă modelul matematic al angrenajului multiplu. De asemenea, a fost elaborat programul de calculator pentru cercetarea angrenajului. Sunt prezentate domeniile de bază ale utilizării transmisiilor precesionale. Caracterul specific al mișcării sfero-spațiale (precesionale) face imposibilă utilizarea profilelor evolventice clasice. Acest fapt necesită elaborarea unor profile noi ale dinților, adecvate condițiilor mișcării sfero-spațiale a roții satelit, care asigură performanțe înalte transmisiilor precesionale.

ABSTRACT. The complex engineering study of the gear-technology-transmission triad has permitted to elaborate a new type of precessional transmissions with multicouple gear, which, from the technological point of view, can be manufactured via a new method of conical teeth with convex-concave profile processing. The specific character of sphere-spatial (precessional) motions of the precessional transmissions pinion makes impossible the utilisation of teeth classical involute profiles. This fact requires the elaboration of new profiles, adequate to the sphere-spatial motion of pinion which would ensure high performances to the precessional transmission. In this paper, the authors present the mathematic model of the multicouple gear. A computer program for doing this is also elaborated, and the main field of its utilization is described.

1. INTRODUCERE

Cerințele mereu crescânde, în special privind capacitatea portantă, precizia cinematică și posibilitățile cinematice, impun elaborarea unor noi tipuri de transmisii planetare, cu performanțe deosebite. Perfecționarea angre-

najelor este una dintre soluțiile problemei. Angrenajele *Novicov-Wildhaber*, *Symarc* ș. a. au ridicat simțitor capacitatea portantă a transmisiilor.

O altă direcție de dezvoltare a transmisiilor mecanice constă în elaborarea unor noi tipuri de transmisii planetare. Căutările creative ale inginerilor au fost încununate de

elaborarea unui nou tip de transmisie – *transmisia armonică*. Pentru prima oară, principiul de funcționare al transmisiei armonice a fost brevetat în 1959, de inginerul american *W. Musser*. Începând cu acest an *W. Musser* a brevetat un număr mare de scheme constructive diverse pentru transmisii armonice (dîntate, cu fricțiune, cu filet) și cuplaje și a demonstrat posibilitățile principiului nou de construire a transmisiei mecanice. Astfel, în 1961, la una dintre firmele americane a fost produsă, pentru prima oară pe scară industrială, transmisia armonică. Transmisii armonice sunt compacte, au capacitate portantă ridicată, asigură precizie cinematică înaltă și posibilitatea transmiterii mișcării în medii etanșate – unul din avantajele de bază ale transmisiilor armonice. Drept dezavantaje ale transmisiilor armonice pot fi evidențiate: fiabilitatea redusă a elementului flexibil (și, deci, a transmisiei în general), capacitatea redusă de funcționare la viteze mari, unele dificultăți tehnologice.

La sfârșitul anilor '70 la Universitatea Tehnică a Moldovei a fost elaborat un alt tip, principial nou, de transmisii – *transmisiile planetare precesionale cu angrenaj multiplu*. Multiplicitatea absolută a angrenajului precesional (până la 100% perechi de dinți aflate simultan în angrenaj, comparativ cu 5-7% în angrenajele clasice) asigură capacitate portantă și precizie cinematică sporite, gabarite și masă reduse. Adăugând la cele menționate mai sus posibilitățile cinematice largi ($\pm 8-3600$, comparativ cu 79-300 în transmisiile armonice), emisia acustică redusă și soluționarea tuturor problemelor tehnologice, aceste avantaje deschid perspective largi de utilizare a transmisiilor planetare precesionale în diverse domenii ale construcției de mașini. Colectivul de autori a elaborat un număr mare de scheme de transmisii planetare precesionale (pentru reductoare, multiplicatoare și diferențiale), angrenaje multiple pentru transmisii de putere și cinematice, ca și metode de prelucrare a acestor angrenaje și pentru controlul lor, majoritatea lor fiind brevetate cu peste **130 de brevete de invenție**. Valorificarea transmisiei precesionale cu angrenaj multiplu, deosebită de cele clasice prin construcție, principiul de transformare a mișcării și angrenaj, a necesitat efectuarea cercetărilor științifice pe întreg spectrul de probleme, în direcțiile prezentate în continuare.

2. MODELAREA MATEMATICĂ A ANGRENAJULUI PRECESIONAL

2.1. ASPECTE GENERALE

Teoria fundamentală a angrenajului precesional multiplu cu profil nestandard al dinților și metoda de fabricare a lui au fost descrise pe larg în [1]. Metoda de prelucrare a dinților cu profil nestandard se bazează pe utilizarea lanțului cinematic al unei mașini-unelte de danturat și a unui dispozitiv special, având în componența sa un număr minim de elemente mobile. Din punct de vedere cinematic, legătura dintre semifabricat și sculă, în care una dintre ele (scula) efectuează mișcare sfero-spațială, fiind în

același timp limitată de la rotire în jurul axei axului principal al mașinii unelte de danturat, este similară legăturii neasurice din transmisia planetară precesională tip K-H-V. Legătura cinematică între sculă și partea imobilă a dispozitivului reprezintă o articulație Hooke care generează variabilitatea funcției de transfer în legătura cinematică „sculă-semifabricat”. Această variație va influența profilul dinților. Astfel, legătura sculei cu carcasa imprimă o oarecare eroare de schemă, $\Delta\psi_3$ (urmează să se înțeleagă prin aceasta abaterea unghiului de rotire a semifabricatului, ψ_3 , de la unghiul de rotire, respectiv al acestui semifabricat, ψ_3^m , la rotirea sa uniformă)

$$u_{31}^m = -\frac{z_2 - z_3}{z_3},$$

$$\Delta\psi_3 = \psi_3 - u_{31}^m = \frac{z_2}{z_3}(\psi - \arctg(\cos\theta \cdot \operatorname{tg}\psi)). \quad (1)$$

În figura 1 este reprezentată dependența erorii de schemă a poziției sculei, $\Delta\psi_3$, la o turație a axului principal al mașinii-unelte ψ . Această eroare se transmite sculei, iar scula formează profilul dinților cu aceeași eroare.

Pentru asigurarea continuității funcției de transfer este necesară modificarea profilului dinților în funcție de mărirea erorii de schemă $\Delta\psi_3$, prin comunicarea către sculă a unei mișcări suplimentare. În acest caz, raportul de transmitere momentan al angrenajului fabricat va fi constant.

2.2.

Descrierea analitică a profilului

modificat al dinților roților dințate din angrenajul precesional

Specificul mișcării sfero-spațiale (de precesie) a satelitului transmisiei precesionale face imposibilă utilizarea profilurilor clasice (evolventice) ale dinților. Acest moment a generat necesitatea elaborării unor profiluri noi, adecvate mișcării sfero-spațiale a satelitului, care să asigure transmisiilor precesionale performanțe ridicate. În transmisia precesională roata satelit efectuează mișcare sfero-spațială în jurul unui punct nemișcat [1]. Este cunoscut [Euler], că corpul care efectuează mișcare sferică are trei grade de libertate. În mecanica teoretică, de regulă, poziția corpului care efectuează mișcare precesională, este determinată de unghiurile lui Euler. Pentru aceasta sistemul mobil de coordonate $OX_1Y_1Z_1$ este legat rigid cu roata satelit, drept origine a sistemului de coordonate fiind ales punctul imobil O (centru de precesie) (fig. 2). Acest sistem de coordonate efectuează, împreună cu roata satelit mișcare sferică în raport cu sistemul imobil de coordonate

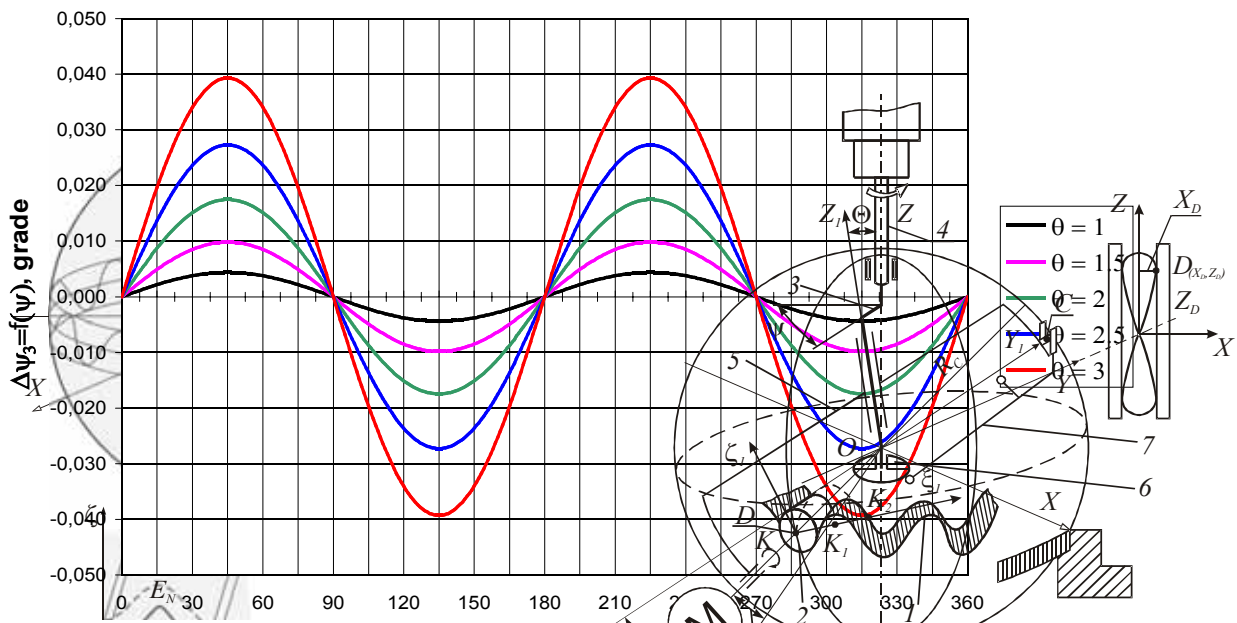


Fig. 1. Dependenta erorii de schemă a poziției sculei, $\Delta\psi_3=f(\psi)$, grade, pentru o gamă de valori ale unghiului de nutație θ , în grade.

Fig. 2. Determinarea profilului dintelui în secțiunea normală.

Coordonatele punctului C al axei mecanismului de legătură, după ce i se comunică o mișcare suplimentară de la camă, devin

$$\begin{aligned} X_C^m &= 0; \\ Y_C^m &= \sqrt{R_C^2 - (Z_C^m)^2}; \\ Z_C^m &= R_C \sin \theta \cos \psi, \end{aligned} \quad (2)$$

unde: R_C este distanța punctului C de la originea O a sistemului fix de coordonate, care coincide cu centrul de

$OXYZ$. Relațiile analitice între coordonatele punctelor roții satelit, date în sistemele de coordonate mobil $OX_1Y_1Z_1$ și imobil $OXYZ$, au fost obținute din analiza a două poziții ale satelitului – inițială, când axele sistemelor de coordonate coincid, și finală, când axele sunt deplasate [1].

Conform metodei de generare a dinților angrenajului precesional prin rulare în funcție de parametrii angrenajului (fig. 3) [2], semifabricatul 1, instalat pe masa mașinii-unelte, este prelucrat cu ajutorul sculei 2, careia i se comunică viteză de așchiere de la motorul M , și mișcare precesională prin manivela 3, de la axul principal 4 și balansiera 5. Dinții sunt obținuți drept înfășurătoarea familiei de arce cu raza sculei; centrele se află pe traiectoria mișcării unui punct arbitrar D al axei sculei.

Modificând traiectoria mișcării sculei 2, putem obține modificarea profilului dintelui. Modificarea traiectoriei mișcării sculei se face comunicându-i o mișcare suplimentară de la cama 6, prin pârghia 7 și mecanismul de legătură cinematică. Cama face ca coordonata X_C a punctului să fie nulă, iar aceasta, prin modificare de profil a dinților, face ca funcția de transmitere a rotațiilor să fie constantă.

Fig. 3. Schema principală a mecanismului de realizare a metodei de prelucrare a danturii roții precesionale.

θ – unghiul de precesie; ψ – unghiul de rotație al axului conducător.

Indicele m simbolizează modificarea dinților.

Coordonatele punctului D^m modificat sunt:

$$\begin{aligned} X_D^m &= -\sin \delta \sin [Y_C^m \sin \theta + Z_C^m (1 - \cos \theta) \cos \psi]; \\ Y_D^m &= -Y_C^m \cos \delta + Z_C^m \sin \delta [\cos^2 \psi + \cos \theta \sin^2 \psi]; \\ Z_D^m &= -Y_C^m \sin \delta (\cos^2 \psi + \cos \theta \sin^2 \psi) - Z_C^m \cos \delta. \end{aligned} \quad (3)$$

Mișcarea punctului D^m în raport cu sistemul mobil le-

gat rigid de semifabricat se descrie cu ajutorul formulelor:

$$\begin{aligned} X_{1D}^m &= X_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1} - Y_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1}; \\ Y_{1D}^m &= X_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1} + Y_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1}; \\ Z_{1D}^m &= Z_D^m. \end{aligned} \quad (5)$$

Proiecțiile vitezelor punctelor C^m și D^m se calculează cu relațiile:

$$\begin{aligned} \dot{Z}_C^m &= -R_C \sin \theta \sin \psi \cdot \dot{\psi}; \\ \dot{Y}_C^m &= -\frac{Z_C^m}{Y_C^m} \dot{Z}_C^m; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \dot{X}_D^m &= -\sin \delta \cos \psi [Y_C^m \sin \theta + \\ &+ Z_C^m (1 - \cos \theta) \cos \psi] \dot{\psi} - \\ & - \sin \delta \sin \psi [Y_C^m \sin \theta + Z_C^m (1 - \cos \theta) \cos \psi - \\ & - Z_C^m (1 - \cos \theta) \sin \psi \cdot \dot{\psi}]; \\ \dot{Y}_D^m &= -Y_C^m \cos \delta + Z_C^m \sin \delta [\cos^2 \psi + \cos \theta \sin^2 \psi] + \\ & + Z_C^m \sin \delta [-2 \cos \psi \sin \psi + 2 \cos \theta \sin \psi \cos \psi] \dot{\psi}; \end{aligned} \quad (7)$$

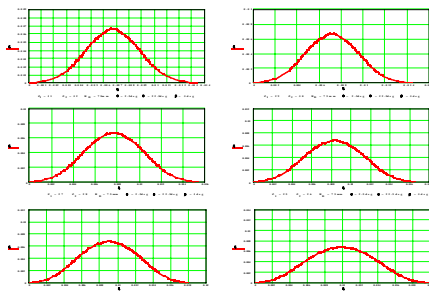
$$\begin{aligned} \dot{X}_{1D}^m &= \dot{X}_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1} - \frac{\dot{\Psi}}{Z_1} X_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1} - \\ & - \dot{Y}_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1} - \frac{\dot{\Psi}}{Z_1} Y_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1}; \\ \dot{Y}_{1D}^m &= \dot{X}_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1} + \frac{\dot{\Psi}}{Z_1} X_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1} + \\ & + \dot{Y}_D^m \cos \frac{\Psi}{Z_1} - \frac{\dot{\Psi}}{Z_1} Y_D^m \sin \frac{\Psi}{Z_1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Coordonatele punctului E^m pe sferă se calculează cu formulele:

$$\begin{aligned} X_{1E}^m &= k_2^m Z_{1E}^m + d_2^m; \\ Y_{1E}^m &= k_1^m Z_{1E}^m - d_1^m; \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z_{1E}^m = \frac{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m) - \sqrt{(k_1^m d_1^m - k_2^m d_2^m)^2 + (k_1^{m2} + k_2^{m2} + 1) \cdot (R_D^2 - d_1^{m2} - d_2^{m2})}}{k_1^{m2} + k_2^{m2} + 1},$$

unde:



Influență a numărului de dinți a roții centrale Z , asupra profilului

$$\begin{aligned} k_1^m &= \frac{X_{1D}^m \left(X_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m + Y_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m \right) + Z_{1D}^{m2} \dot{X}_{1D}^m}{Z_{1D}^m \left(X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - Y_{1D}^m \dot{X}_{1D}^m \right)}; \\ k_2^m &= -\frac{\left(k_1^m Y_{1D}^m + Z_{1D}^m \right)}{X_{1D}^m}; \\ d_1^m &= \frac{R_D^2 \cos \beta X_{1D}^m}{\left(X_{1D}^m \dot{Y}_{1D}^m - X_{1D}^m Y_{1D}^m \right)}; \\ d_2^m &= \frac{\left(R_D^2 \cos \beta + d_1^m Y_{1D}^m \right)}{X_{1D}^m}. \end{aligned}$$

Proiecția punctului E^m pe planul transversal dintelui are coordonatele:

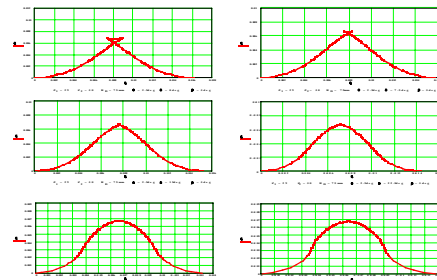
$$\begin{aligned} X_E^{mm} &= \varepsilon^m \cdot X_{1E}^m, & Y_E^{mm} &= \varepsilon^m \cdot Y_{1E}^{mm}, \\ Z_E^{mm} &= \varepsilon^m \cdot Z_{1E}^m, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\text{unde: } \varepsilon^m = -\frac{D}{AX_{1E}^m + BY_{1E}^m + CZ_{1E}^m}.$$

Profilul modificat al dintelui se descrie prin ecuațiile:

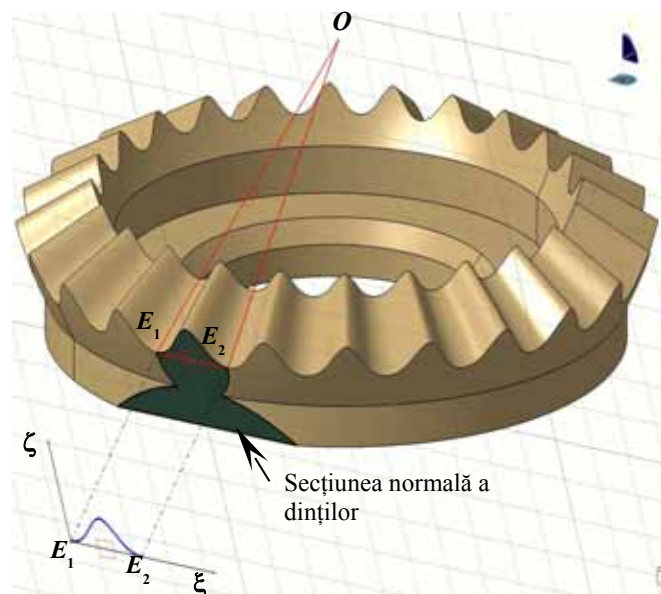
$$\begin{aligned} \xi^m &= X_E^{mm} \cos \frac{\pi}{Z_1} + [R_D \cos (\delta + \theta + \beta) + Y_E^{mm}] \sin \frac{\pi}{Z_1}; \\ \zeta^m &= X_E^{mm} \sin \gamma \sin \frac{\pi}{Z_1} - \\ & - [R_D \cos (\delta + \theta + \beta) + Y_E^{mm}] \sin \gamma \cos \frac{\pi}{Z_1} + \\ & + [R_D \sin (\delta + \theta + \beta) + Z_E^{mm}] \cos \gamma. \end{aligned} \quad (11)$$

În baza relațiilor analitice obținute a fost elaborat un program de calcul și de generare a danturii, care a permis obținerea pe plan a traiectoriilor modificate ale punctelor E_e^m și E_i^m de pe suprafețele frontale, respectiv de pe părțile exterioară și interioară ale coroanei danturate (fig. 4). Aceste traiectorii reprezintă profilul dinților roților centrale.



Influență a unghiului axoidului conic asupra profilului dintelui

Fig. 5. Modelul matematic al roții dințate.



Varierea celor 5 parametri de bază, care influențează forma profilului dinților (unghiul axoidei conice δ , unghiul de nutație θ , unghiul β de conicitate a sculei (rolei), numărul Z al dinților coroanelor conjugate și coraportul între numerele de dinți ale coroanelor $Z_2 = Z_1 \pm 1$) a permis obținerea unei game foarte variate de profiluri ale dinților. Alegerea profilului dinților se efectuează în funcție de parametrii funcționali și cinematici ai transmisiei proiectate și de regimul de funcționare (transmisia funcționează în regim de reductor sau multiplicator). De menționat că întreaga gamă de profiluri poate fi fabricată cu același dispozitiv, schimbând doar scula.

Pentru realizarea proiectării asistate de calculator a angrenajului precesional în baza relațiilor analitice (9) obținute a fost elaborat un program de calcul și de generare a danturii în sistemul de modelare CATIA V5R7, care a permis obținerea pe sferă a traiectoriilor modificate ale punctelor E_e^m și E_i^m de pe suprafețele frontale sferice, respectiv de pe părțile exterioară și interioară ale coroanei danturate (fig. 5), utilizând proprietatea asemănării. Actual

mente, în programul MotionInventor sunt efectuate ample studii ale transmisiei precesionale, cu varierea atât a parametrilor geometrici ai angrenajului, cât și a parametrilor cinetostatici, în limite largi.

BIBLIOGRAFIE

1. **Bostan I.** *Precessionnye peredaci s mnogoparnym zacepleniem*, 356 p., Știința, Chișinău, 1991.
2. **Bostan I., Dulgheru V., Grigoraș Ș.** *Transmisii planetare, precesionale și armonice*, Editura Tehnică, București – Editura „Tehnica Info”, Chișinău, 1997.
3. **Bostan I., Babaian I.** „Transmisie precesională”. Brevet nr. 550 MD. I.Cl.:F16 H15/52. Publ. 30.11.1996, BOPI nr. 11/96.
4. **Bostan I., Babaian I.** „Metodă de prelucrare a dinților modificați ai transmisiei planetare precesionale”. Brevet nr. 560 MD. I.Cl.:F16 H15/52. Publ. 30.11.1996, BOPI nr. 11/96.
5. **Bostan I., Țopa M., Dulgheru V., Vaculenco M.** „Angrenaj precesional și procedeu de realizare a lui”. Brevet nr. 1886 MD. I.Cl.:F16 H15/52. Publ. 31.03.2002, BOPI nr. 3/2002.