



Digitally signed by
Library TUM
Reason: I attest to the
accuracy and integrity
of this document



UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**I. Balmuş, Gh. Ceban, A. Leahu,
I. Lisnic, A. Moloşniuc**

Teoria Probabilităţilor şi a Informaţiei în Sistemul de programe Mathematica

(Teorie, indicaţii metodice şi probleme propuse)



**Chişinău
2017**

UNIVERSITATEA TEHNICĂ A MOLDOVEI

**FACULTATEA CALCULATOARE,
INFORMATICĂ ȘI MICROELECTRONICĂ
DEPARTAMENTUL INGINERIE SOFTWARE ȘI
AUTOMATICĂ**

**Teoria Probabilităților și a Informației în
Sistemul de programe Mathematica**

(Teorie, indicații metodice și probleme propuse)

**Chișinău
Editura "Tehnica-UTM"
2017**

CZU 519.2(075.8)

T 43

Manualul este destinat studenților din cadrul Facultății de *Calculatoare, Informatică și Microelectronică* la studierea cursului *Matematici Speciale*, dar poate fi folosit și de către studenții altor facultăți ai UTM la studiul *Matematicii Superioare*. S-a pus accentul nu numai pe acele noțiuni fundamentale care reflectă adecvat știința Teoriei Probabilităților și a Informației dar și oferă viitorilor specialiști în Tehnologia Informațională, Securitatea Informației, Calculatoare, Automatică și Informatică, Microelectronică și Nanotehnologii unele instrumente probabilistice cu largi posibilități de aplicație în domeniile corespunzătoare de activitate. Sunt expuse unele considerente de ordin general asupra Sistemului de Programe Mathematica.

Autori: conf. univ., dr. I. Balmuș

lect. sup. Gh Ceban

conf. univ., dr. A. Leahu

lect. univ. I. Lisnic

conf. univ., dr. A. Moloșniuc

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII

Teoria Probabilităților și a Informației în Sistemul de programe

Mathematica: (Teorie, indicații metodice și probleme propuse) /

I. Balmuș, Gh. Ceban, A. Leahu [et al.]; Univ. Tehn. a Moldovei, Fac. Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Dep. Inginerie Software și Automatică. - Chișinău: Editura "Tehnica-UTM", 2017. – 130 p.

Bibliogr.: p. 130 (5 tit.). – 50 ex.

ISBN 978-9975-45-495-7.

519.2(075.8)

T 43

ISBN 978-9975-45-495-7.

© UTM, 2017

CUPRINS

1. Întroducere.....	6
1.1. Obiectul de studiu al Teoriei Probabilităților.....	6
1.2. Considerente de ordin general asupra Sistemului de programe (software) Mathematica	9
1.2.1. Generalități.....	10
1.2.2. Operații aritmetice și de calcul.....	12
1.2.3. Algebra elementară.....	14
1.2.4. Exerciții din algebra liniară.....	16
1.2.5. Calculul diferențial și calculul integral al funcțiilor reale de o variabilă reală.....	21
1.3. Elemente de Analiză Combinatorie și Aplicațiile acestora.....	25
2. Calculul probabilităților.....	31
2.1. Observații privind calculul probabilităților și definiția axiomatică a probabilității.....	31
2.2. Calculul probabilităților clasice.....	35
2.3. Probabilitate discretă.....	36
2.4. Probabilitate geometrică.....	38
2.5. Probabilități condiționate. Formula înmulțirii probabilităților. Independența evenimentelor aleatoare.....	39
2.6. Formula probabilității totale. Formula lui Bayes.....	42
2.7. Probe Bernoulli (Experimente independente).....	43
2.8. Schema binomială (sau schema bilei întoarse în cazul a doua culori posibile). Distribuția (repartiția) binomială.....	44
2.9. Schema (repartiția) multinomială (polinomială) (sau schema bilei întoarse în cazul bilelor de mai multe culori).....	45
2.10. Schema Poisson. Funcția generatoare de probabilități.....	46
2.11. Schema bilei neîntoarse în cazul a două culori (Repartiția Hipergeometrică).....	47
2.12. Schema bilei neîntoarse în caz general.....	48
2.13. Schema (repartiția) geometrică.....	49
2.14. Teoreme Limită privind calculul valorilor aproximative ale probabilității din schema Binomială.....	50
2.15. Exerciții pentru lucrul individual.....	53
3. Variabile aleatoare.....	57
3.1. Introducere.....	57
3.2. Noțiune de variabilă aleatoare. Funcția de repartiție.....	58
3.2.1. Definiția variabilei aleatoare (v.a).....	58
3.2.2. Proprietăți ale variabilei aleatoare.....	59
3.2.3. Funcția de repartiție (distribuție) a v.a.....	59
3.2.4. Exemple.....	60

3.3. Variabila aleatoare de tip discret și caracteristicile numerice ale acestora.....	61
3.3.1. Definiția variabilei aleatoare de tip discret.....	61
3.3.2. Repartiția (distribuția) probabilistă a v.a. de tip discret.....	62
3.3.3. Caracteristicile numerice ale v. a. de tip discret.....	63
3.3.4. Exemple de determinare a funcției de repartiție și de calcul al valorilor caracteristice ale unei v.a. de tip discret.....	66
3.4. Repartiții (modele probabiliste) uzuale (clasice) în caz discret.....	70
3.4.1. Funcția generatoare a variabilei aleatoare.....	70
3.4.2. Repartițiile uniformă, Bernoulli și Binomială.....	70
3.4.3. Repartiția Poisson.....	72
3.4.4. Repartiția geometrică.....	75
3.4.5. Repartiția hipergeometrică.....	76
3.5. Variabila aleatoare de tip (absolut) continuu și caracteristicile numerice ale acestora.....	77
3.5.1. Noțiune de variabilă aleatoare de tip (absolut) continuu.....	77
3.5.2. Exemple de variabile aleatoare continue.....	77
3.5.3. Funcția de repartiție.....	77
3.5.4. Densitatea de repartiție și proprietățile acesteia.....	78
3.5.5. Caracteristici numerice ale v.a.c.....	78
3.5.6. Exemple.....	80
3.6. Modele probabiliste (repartiții) de tip (absolut) continuu (uzuale) clasice.....	83
3.6.1. Repartiția uniformă.....	83
3.6.2. Repartiția exponențială.....	84
3.6.3. Repartiția normală.....	86
3.6.4. Repartiția gamma.....	90
3.6.5. Repartiția hi-pătrat.....	90
3.7. Exerciții pentru lucrul individual.....	90
4. Sisteme de variabile aleatoare (s.v.a.) multidimensionale sau vectori aleatori.....	95
4.1. Introducere.....	95
4.2. Sisteme de variabile aleatoare (v.a.) multidimensionale. Funcția de repartiție.....	96
4.2.1. Noțiune de v.a. multidimensionale.....	96
4.2.2. Funcția de repartiție.....	97
4.2.3. Proprietăți ale funcției de repartiție.....	97
4.2.4. Probabilitatea ca un s.v.a. să ia valori dintr-un dreptunghi. Independența v.a.....	97
4.2.5. Funcția de repartiție condiționată.....	98
4.2.6. Exemple.....	98

4.3. V.a. multidimensionale de tip discret și caracteristicile numerice ale acestora.....	100
4.3.1. Definiția s.v.a. de tip discret (s.v.a.d.).....	100
4.3.2. Matricea de repartiție.....	100
4.3.3. Determinarea repartițiilor marginale.....	101
4.3.4. Caracteristici numerice ale unui s.v.a.d.....	101
4.3.5. Exemplu de determinare a caracteristicilor numerice.....	103
4.3.6. Repartiții condiționate.....	108
4.3.7. Caracteristici numerice ale v.a. condiționate.....	109
4.3.8. Noțiuni de regresie.....	109
4.4. Vectori aleoari continui (v.a.c.).....	112
4.4.1. Noțiuni generale.....	112
4.4.2. Densitatea de repartiție (d.r.) și proprietățile acesteia.....	112
4.4.3. Probabilitatea ca un punct aleator (ξ, η) să aparțină unui domeniu mărginit și închis D	113
4.4.4. Funcția de repartiție exprimată prin densitatea de repartiție.....	113
4.4.5. Exprimarea funcțiilor de repartiție marginale prin densitatea de repartiție a sistemului.....	113
4.4.6. Exprimarea densităților de repartiție marginale prin densitatea de repartiție a sistemului.....	113
4.4.7. Formule de calcul pentru caracteristicile numerice ale unui s.v.a.c.....	113
4.4.8. Variabile aleatoare independente.....	114
4.4.9. Densitate de repartiție condiționată.....	114
4.4.10. Caracteristici numerice condiționate. Regresia.....	115
4.4.11. Exemple.....	115
4.4.12. Teorema Limită Centrală și Legea Numerelor Mari pentru variabile aleatoare independente, identic repartizate (v.a.i.i.r.).....	120
4.4.13. Exerciții pentru lucrul individual și lucrări de laborator.....	121
5. Elemente de Teoria Informației.....	124
5.1. Obiectul de studiu al Teoriei Informației.....	124
5.2. Entropia ca măsură a nedeterminării cantității de informație.....	125
5.3. Proprietățile entropiei.....	126
5.4. Transmiterea informației. Codificarea. Teoreme de Codificare.....	127
BIBLIOGRAFIE.....	130

Motto. *Matematica este arta de a da lucrurilor
diferite unul și același nume.*
Henri Poincare (1854-1912)

1. INTRODUCERE

1.1. Obiectul de studiu al Teoriei Probabilităților

Apariția Teoriei Probabilităților ca ramură a Matematicii datează din sec. XVII și este legată de numele marilor matematicieni Blaise Pascal (1623-1662), Pierre Fermat (1601-1665), Christian Huygens (1629-1695) și Jacob Bernoulli (1654-1705), plecînd de la rezolvarea unor probleme legate de jocurile de noroc. Necesitatea de a largi aria de aplicabilitate a acestei teorii a condus la varianta ei modernă și anume, Teoria axiomatică a Probabilităților, propusă în anul 1933 de către matematicianul rus Andrei Nikolaevici Kolmogorov (1903-1987).

Dacă e să ne referim la obiectul de studiu, putem spune *că Teoria Probabilităților studiază modele matematice ale fenomenelor (experimentelor) aleatoare întâmplătoare, stochastice sau indeterminate, cum li se mai spune*). Aici se impun unele lămuriri suplimentare.

BIBLIOGRAFIE

1. Poștaru A., Leahu A. Probabilitate, Procese aleatoare și aplicații, Chișinău, Știința, 1991.
2. Ciumac P., Ciumac V., Ciumac M. Teoria Probabilităților și elemente de Statistică Matematică, Chișinău , 2003.
3. Silviu Guiașu, Radu Theodorescu, Matematica și Informația, Bucuresti, Edit. Stiintifică, 1967.
4. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных процессов. (под ред. А.А.Свешникова), Наука, Москва, 1970.
5. G. A. Marin, Probability for Computer Scientists
<http://my.fit.edu/~gmarin/CSE5231/ProbabilityBasics.pdf>