

L. EULER – REMARCABIL MATEMATICIAN ȘI SAVANT MULTILATERAL

Autor: Ecaterina SAVCIUC
Coordonator științific: Aurica POPESCU

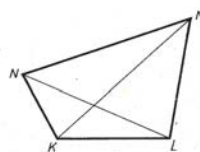
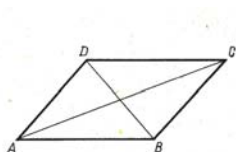
Universitatea Tehnică a Moldovei

Abstract: Leonhard Euler reprezintă unul dintre cei mai remarcabili genii a umanității și cu adevărat forța dominantă a matematicii secolului al XVIII-lea. Aportul său științific este enorm: studii în geometrie, analiza matematică, funcții speciale, ecuații diferențiale cu aplicații, serii de puteri și funcționale. El poate fi numit cu adevărat cel mai prolific autor din toate timpurile și din toate domeniile cunoașterii- opera sa include aproximativ 80 de volume masive.

Cuvinte cheie: Academia Petersburg, geometrie, analiza matematică, funcții speciale, ecuații diferențiale.

Leonhard Euler s-a născut la Basel, la 15 aprilie 1707. Aici el a făcut studiile gimnaziale și cele universitare la facultatea de teologie. În 1726 este invitat la Academia Petersburg. Recunoașterea meritului său vine după lucrarea „Mecanica, sau știința despre mișcare în interpretare analitică” publicată în 1736. În 1741 a acceptat invitația lui Frederic II-lea de a veni profesor la Academia Berlin unde va lucra 25 de ani. În 1766 revine la Peterburg ca Președinte al Academiei din Rusia, pe care o va conduce până se va stinge din viață pe 18 septembrie 1783.

Din multiplele sale descoperiri putem enumera: În geometrie Euler a demonstrat că pentru un



patrulater care nu este paralelogram suma pătratelor laturilor este mai mare decât suma pătratelor diagonalelor:

$$KL^2 + ML^2 + MN^2 + NK^2 > KM^2 + NL^2$$

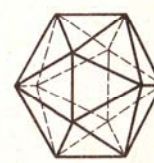
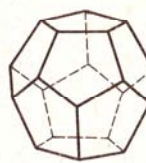
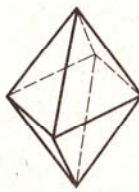
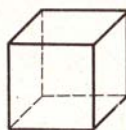
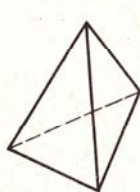
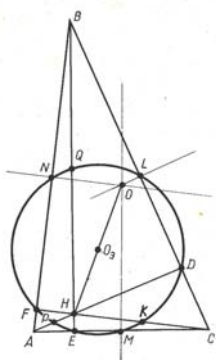
Pentru paralelogram are loc egalitatea:

$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + DA^2.$$

Este cunoscut că cele trei înălțimi ale triunghiului se intersectează în ortocentrul lui. În 1765 Euler a demonstrat că mijlocurile laturilor triunghiului, picioarele înălțimilor și mijlocurile segmentelor înălțimilor între ortocentru și vîrfuri sunt conciclice.

Euler a demonstrat că pentru oricare poliedru simplu esre adevărată relația:

$$V-M+F=2 \text{ unde } V\text{-numărul de vîrfuri, } M\text{-numărul de muchii, } F\text{-numărul de fețe.}$$



Tetraedru, cub, octaedru, dodecaedru, icosaedru

Euler a introdus notările moderne pentru funcțiile trigonometrice, litera „e” pentru logaritmi naturali, litera „Σ” pentru notarea sumei, litera „i” unitatea

imaginară, constanta γ . A demonstrat:

$$\ln 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots; e = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots$$

L.Euler a creat domeniul teoriei ecuațiilor diferențiale ordinare și a pus fundamentul teoriei ecuațiilor în derivate parțiale, a definit metode de rezolvare a ecuației liniare diferențiale $y''+p(x)y'=q(x)$, întâlnită la studierea problemelor din mecanică, chimie, biologie, fizică. Lui Euler îi aparține metoda clasică generală de rezolvare a ecuațiilor diferențiale liniare cu coeficienți constanți: $y^n + a_1y^{n-1} + a_2y^{n-2} + \dots + a_{n-1}y^1 + a_ny = f(x)$, metoda de introducere a funcției $y = e^{kx}$, iar

pentru ec. neom. cu partea dreaptă specială-metode concrete, a introdus metoda variației constantelor arbitrare. Remarcăm că ecuația $y'' + a_1 y' + a_2 y = f(x)$ stă la baza fenomenelor de oscilație în mecanică, problemelor din mecanica teoretică și teoria rezistenței materialelor. Euler a dezvoltat domeniul fizicii matematice analizând problemele oscilației arcului, plăcii, membranei.

Funcțiile Gamma și Beta, numite integrale speciale, introduse de Euler reprezintă o generalizare a conceptului de factorial al numerelor reale și cele complexe:

$$\Gamma(p) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{p-1} dt \quad (p > 0); \quad B(p, q) = \int_0^1 t^{p-1} (1-t)^{q-1} dt \quad (p > 0, q > 0)$$

Integralele lui Euler sunt tabulate și au o mare aplicabilitate în combinatorică, teoria numerelor, teoria probabilității, statistică. Cu ajutorul funcțiilor Gamma și Beta se calculează rapid clase de integrale definite și improprii.

Euler a demonstrat descompunerea în serii de puteri a funcțiilor elementare:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} + \dots;$$

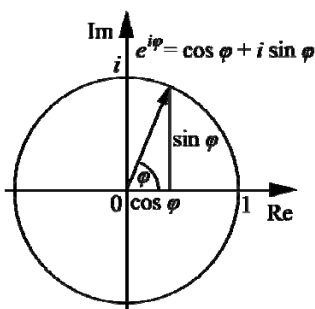
$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!} + \dots; \quad \cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$$

L.Euler a rezolvat vestita problema Bazel:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) = \frac{\pi^2}{6}.$$

Pentru seria armonică $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \dots + \frac{1}{n} + \dots$ Euler a calculat sumele parțiale $S_{1000} = 7$ pînă la

$S_{10000} = 15$ și s-a convins că ele cresc lent, a demonstrat că $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \infty$ și că seria este divergentă, astfel confirmînd spusele lui F.Arago că „Euler calculează așa cum oamenii respiră”.

L.Euler a introdus noțiunea de serii trigonometrice, a studiat convergența lor, dezvoltarea funcției în serie trigonometrică și aplicația lor în teoria oscilațiilor armonice.



Euler a obținut renumita formulă ce leagă funcțiile trigonometrice cu funcția exponențială: $e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$.

După moartea sa încă 20 de ani în revistele științifice apăreau lucrări semnate de Euler, încît un savat renumit s-a exprimat : „Cine a spus ca Leonhard Euler a murit!”.

Remarcăm că în 1988, peste 200 de ani de la moartea sa, matematicienii au votat identitate Euler $e^{i\pi} + 1 = 0$ ca fiind „cea mai frumoasă formulă matematică din toate timpurile”.

Leonhard Euler și viața lui– aureolată de destine și binemeritate onoruri-constituie un exemplu minunat de muncă dedicată științei și progresului omenirii. Membru a opt academii, cu merite enorme în multiple domenii: analiză matematică, geometrie diferențială, teoria numerelor, calcule aproximative, fizică matematică, mecanică cerească, optică, balistică, cartografie, istoria muzicii el poate fi de-a dreptul numit cel mai prolific savant a tuturor timpurilor. Viitoarelor generații le-a rămas un veritabil tezaur care inspire și inspiră.

Bibliografia:

1. R. Thele. Leonhard Euler, București. 1992.
2. Otto Spiess, Leonhard Euler, Fraunfeld. Leipzig. 1999.
3. Яковлев А. Люди науки: Леонард Эйлер .Москва. Просвещение. 1993.