

# TESTAREA PERFORMANTELOR SISTEMULUI AUTOMAT CU MODELE APROXIMATE ALE OBIECTULUI DE REGLARE DUPĂ RĂSPUNSUL EXPERIMENTAL AL PROCESULUI INDUSTRIAL

Bartolomeu IZVOREANU, Ion FIODOROV, Irina COJUHARI, Dumitru MORARU

Universitatea Tehnică a Moldovei

**Abstract:** În lucrare se testează performanțele sistemului automat construit pe baza modelelor aproximative ale obiectului de reglare cu întârziere cu elemente identice cu timp mort pentru răspunsul experimental al procesului. Se analizează modele aproximative ale obiectului de reglare cu elemente identice cu întârziere și timp mort. Pentru aceste modele de obiecte de reglare se acordează algoritmul de reglare PID după metoda gradului maximal de stabilitate și metoda Ziegler-Nichols. Sistemul automat cu aceste modele de obiecte și respectiv cu regulatorul PID s-a simulat pe calculator în pachetul MATLAB și s-au analizat performanțele sistemului. Se examinează exemplul de calcule și se efectuează simularea SA pe calculator.

**Cuvinte cheie:** Modele de obiecte de reglare cu elemente identice, funcția de transfer, parametrii modelului obiectului, algoritmi de reglare, parametrii regulatorului, sistem automat, performanțele sistemului.

## 1. Introducere

La automatizarea diverselor procese industriale pentru a determina modelele matematice (MM) atașate acestor procese se ridică experimental procesele tranzitorii ca răspuns la semnale de tip treaptă [1-2]. În lucrările autorilor [3-5] s-a prezentat procedura de identificare a MM aproximat al obiectului de reglare cu întârziere de ordinul unu, doi și cu elemente identice cu sau fără timp mort pentru procese industriale după alura curbei experimentale. Parametrii modelului de ordinul unu se determină după alura curbei experimentale a procesului și se prezintă prin f.d.t. [4, 5]

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0s+1}, \quad (1)$$

unde  $k$  este coeficientul de transfer,  $T$  - constanta de timp,  $\tau$  - timpul mort al obiectului.

Cunoscând constanta de timp  $T$  a modelului (1) se construiește modelul de ordinul doi descris cu funcția de transfer

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^2+a_1s+a_2} = \frac{ke^{-\tau s}}{0,2048T^2s^2+0,96Ts+1}, \quad (2)$$

unde  $T_2 = 0,64T$ ,  $T_1 = 0,5T_2 = 0,5 \cdot 0,64T = 0,32T$ , iar  $a_0 = T_1T_2 = 0,2048T^2$ ,  $a_1 = T_1 + T_2 = 0,96T$ ,  $a_2 = 1$ .

De la modelul obiectului de reglare (2) obținem modele cu elemente identice de forma

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_2s+1)\left(\frac{T_1}{n}s+1\right)^n} = \frac{ke^{-\tau s}}{(0,64Ts+1)\left(\frac{0,32T}{n}s+1\right)^n} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}, \quad (3)$$

unde  $a_0 = T_2T_1^2 = 0,016384T^3$ ,  $a_1 = 2T_2T_1 + T_1^2 = 0,2304T^2$ ,  $a_2 = T_2 + 2T_1 = 0,64T + 0,32T = 0,96T$ ,  $a_3 = 1$ , pentru simplificare păstrăm semnificația lui  $T_1 = T_1/2$  (la condiția  $n = 2$ ),  $n$  este numărul de elemente identice pentru care și vom analiza cazul  $n = 2$ .

În lucrare se aplica procedura de acordare a algoritmilor de reglare de tip PID după metoda gradului maximal de stabilitate la modelele matematice obținute (2), (3) cu parametrii cunoscuți și se analizează performanțele sistemului automat construit.

## 2. Algoritmul de reglare PID

În studiu se utilizează schema bloc structurală a sistemului automat (SA) alcătuită din regulator cu f.d.t.  $H_R(s)$  și modelul obiectului cu f.d.t.  $H_{PF}(s)$  dată în fig. 1.

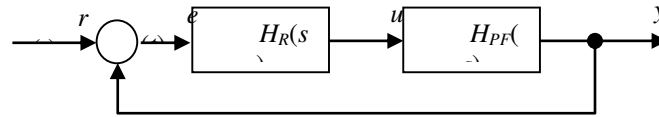


Fig. 1. Schema bloc structurală a SA.

În baza algoritmilor din [6, 7] prezentăm algoritmul PID pentru modelele (2) și (3) respectiv. Sistemul de ecuații pentru acordarea parametrilor algoritmului de reglare PID la modelul (2) este:

$$c_0J^3 - c_1J^2 + c_2J - c_3 = 0,$$

$$\text{unde } c_0 = \tau^3 a_0, c_1 = \tau^3 a_1 + 9\tau^2 a_0, c_2 = \tau^3 a_2 + 6\tau^2 a_1 + 18\tau a_0, c_3 = 3\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 6a_0.$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 \tau J^3 - J^2(a_1 \tau + 3a_0) + J(\tau a_2 + 2a_1) - a_2) + 2k_d J,$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (a_0 J^3 - a_1 J^2 + a_2 J) - k_d J^2 + k_p J. \quad (4)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (a_0 \tau^2 J^3 - J^2(\tau^2 a_1 + 6\tau a_0) + J(\tau^2 a_2 + 4\tau a_1 + a_0) - 2(\tau + a_1)).$$

Sistemul de ecuații pentru acordarea parametrilor algoritmului de reglare PID la modelul (3) este:

$$-c_0J^4 + c_1J^3 - c_2J^2 + c_3J - c_4 = 0,$$

$$\text{unde } c_0 = \tau^3 a_0, c_1 = \tau^3 a_1 + 12\tau^2 a_0, c_2 = \tau^3 a_2 + 9\tau^2 a_1 + 36\tau a_0, c_3 = \tau^3 a_3 + 6\tau^2 a_2 + 18\tau a_1 + 24a_0, c_4 = 3\tau^2 a_3 + 6\tau a_2 + 6a_1,$$

$$k_p = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-d_0J^4 + d_1J^3 - d_2J^2 + d_3J - d_4) + 2k_d J,$$

$$\text{unde } d_0 = a_0 \tau, d_1 = a_1 \tau + 4a_0, d_2 = a_2 \tau + 3a_1, d_3 = a_3 \tau + 2a_1, d_4 = a_3.$$

$$k_i = \frac{e^{-\tau J}}{k} (-a_0J^4 + a_1J^3 - a_2J^2 + a_3J) - k_d J^2 + k_p J. \quad (5)$$

$$k_d = \frac{e^{-\tau J}}{2k} (-a_0 \tau^2 J^4 + J^3(\tau^2 a_1 + 8\tau a_0) - J^2(\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 12a_0) + J(\tau^2 a_2 + 6\tau a_1 + 12a_0) - 2(\tau a_3 + a_2))$$

În continuare se efectuează calculele de acordare a parametrilor  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  de reglare PID după relațiile (4) și (5) respectiv pentru modelele (2) și (3). Se simulează sistemul automat cu modelele obiectului (2) și (3) cu algoritmul de reglare PID și se analizează performanțele obținute ale sistemului automat proiectat.

### 3. Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea rezultatelor obținute la construirea modelelor (2) și (3) prezentăm un exemplu de modele și acordarea parametrilor regulatorului PID după metoda gradului maximal de stabilitate și metoda Ziegler-Nichols. Se dă modelul matematic al obiectului de reglare cu întârziere de ordinul trei cu timp mort ca original descris de funcția de transfer cu parametrii cunoscuți:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} = \frac{1,7e^{-15s}}{(20s+1)(10s+1)(5s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}, \quad (6)$$

$$\text{unde } a_0 = T_1T_2T_3, a_1 = T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3, a_2 = T_1 + T_2 + T_3, a_3 = 1.$$

Se determină modelul matematic de aproximare al obiectului de reglare cu întârziere de ordinul unu, doi cu timp mort pur  $\tau = 15$  s și cu elemente identice cu timp mort total (timpul mort pur  $\tau$  și timp tranzitoriu  $\tau_t$ )  $\tau_1 = 21,7$  s și  $\tau_2 = 24,11$  s aplicând calculele din [5] și modelele calculate sunt date în tabelul 1.

Tabelul 1. Modele approximate ale obiectului de reglare.

Tip model	Model ordin 1	Model ordin 2 (1)	Model ordin 3 ( $n=2$ ) (2)
Cu $\tau$ (1)	$\frac{1,7e^{-15s}}{37,19s + 1}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(23,802s + 1)(11,901s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-15s}}{(23,802s + 1)(5,9505s + 1)^2}$
Cu $\tau_1$ (2)	$\frac{1,7e^{-21,79s}}{30,4s + 1}$	$\frac{1,7e^{21,79s}}{(19,456s + 1)(9,728s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-21,79s}}{(19,456s + 1)(4,864s + 1)^2}$
Cu $\tau_2$ (3)	$\frac{1,7e^{-24,11s}}{28,08s + 1}$	$\frac{1,7e^{24,11s}}{(17,9712s + 1)(8,9856s + 1)}$	$\frac{1,7e^{-24,11s}}{(17,9712s + 1)(4,4928s + 1)^2}$

Se soluționează sistemul de ecuații (4) și se determină parametrii optimali  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  ai regulatorului PID pentru trei modele de ordinul doi (coloana 1) din tabelul 1 și sistemul de ecuații (5) pentru determinarea parametrilor optimali  $k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  ai regulatorului PID pentru modelul (6) și trei modele de ordinul trei cu elemente identice (coloana 2) din tabelul 2, iar valorile parametrilor sunt date în tabelul 2. Numerotarea 1...7 din tabelul 2 corespunde: 1 – modelul original (6), iar 2...7 – numerotarea din tabelul 1 cu 1-1, 1-2, 2-1, 2-2, 3-1, 3-2.

S-au simulat pe calculator structurile SA (fig. 2) cu modelul obiectului (6) și cu modelele din tabelul 1 (coloanele 1 și 2) și algoritmul PID, iar procesele tranzitorii sunt date în fig. 3, a (numerotarea curbelor corespunde numărului 1, 2, 3 din tabelul 2, care ai cele mai ridicate performanțe) și performanțele SA sunt date în tabelul 2.

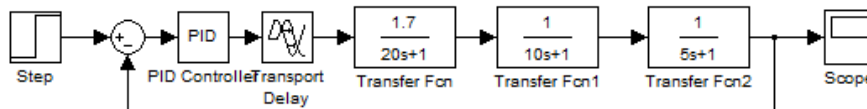


Fig. 2. Schema de simulare a SA.

Din analiza curbelor proceselor tranzitorii ale SA cu modelul original (6) (rândul 1) și modelele approximate (rândurile 2, 3) din tabelul 2 se constată că cele mai ridicate performanțe s-au obținut pentru SA cu modelele approximate de ordinul doi (timpul de reglare  $t_r = 72,95$  s) și modelul de ordinul trei cu elemente identice (timpul de reglare  $t_r = 87,55$  s) în comparație cu SA cu modelul original (6) (timpul de reglare  $t_r = 97,31$  s), care sunt date în fig. 3, a.

Tabelul 2. Parametrii regulatorului PID și performanțele sistemului automat.

Nr. crt.	Tip model	Tip reg.	Parametrii regulatorului					Performanțele sistemului			
			$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i, s$	$k_d, s$	$t_c, s$	$\sigma, \%$	$t_r, s$	$l$
1	(6)	PID	0,0594	0,3560	0,0117	85,47	2,4638	97,31	-	97,31	-
2	$\tau, 1-1$	PID	0,0641	0,5444	0,0154	64,94	4,3069	72,95	-	72,95	-
3	$\tau, 1-2$	PID	0,063	0,4078	0,0127	78,74	2,5784	87,55	-	87,55	-
4	$\tau_1, 2-1$	PID	0,0476	0,2899	0,0099	101,0	1,878	118,71	-	118,71	-
5	$\tau_1, 2-2$	PID	0,0609	0,2879	0,01014	98,62	1,7564	111,91	-	111,91	-
6	$\tau_2, 3-1$	PID	0,0579	0,2838	0,010	100,0	1,8587	113,35	-	113,35	-
7	$\tau_2, 3-2$	PID	0,0443	0,2137	0,00856	116,82	1,0772	134,43	-	134,43	-
8	(6)	PID		0,864	0,0201	49,644	8,274	38,6	20,82	107,6	2
9	$\tau, 1-1$	PID		1,11	0,02217	45,108	7,518	34,9	23,88	106,8	2
10	$\tau, 1-2$	PID		0,918	0,0209	47,81	7,968	37,4	21,91	104,7	2

S-au efectuat calculele de acordare a regulatorului PID pentru modelul (6) și modelele de ordinul doi și trei din tabelul 1 (coloanele 2, 3) după metoda Ziegler-Nichols. Rezultatele SA cu performanțe mai ridicate s-au obținut pentru SA cu regulatorul PID acordat la modelul (6) și modelele 1-1, 1-2 din tabelul 1 și parametrii regulatorului PID și performanțele sistemului sunt date în tabelul 2 (rândurile 8, 9, 10), iar procesele tranzitorii oscilante (cu suprareglare 21 – 24 %) sunt prezentate în fig. 3, b (curbele 8, 9, 10 conform numerotării din tabelul 2). Performanțe mai ridicate ale SA cu obiectul original și modele approximate ale obiectului s-au obținut pentru SA cu regulatorul PID acordat după metoda gradului maximal de stabilitate.

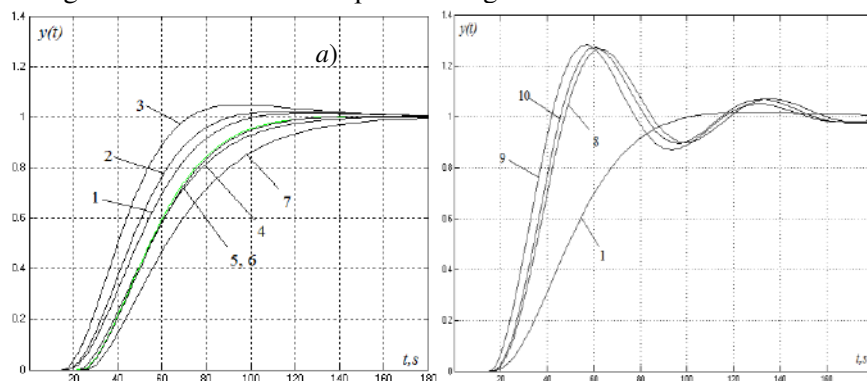


Fig. 3. Procesele tranzitorii ale SA.

#### 4. Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Cele mai bune performanțe ale SA cu modele approximate s-au obținut pentru cazul modelului de ordinul trei cu elemente identice ( $n = 2$ ) cu timp mort pur (rândul 3 din tabelul 2 cu  $t_r = 87,55$  s, cu 10 % mai mic decât la modelul original  $t_r = 97,31$  s) în comparație cu modelele de ordinul trei cu elemente identice cu timp mort total  $\tau_1, \tau_2$  (rândul 5 cu  $t_r = 111,91$  s, cu 28 % mai mare decât  $t_r = 87,55$  s și rândul 7 din tabelul 2 cu  $t_r = 134,43$  s, cu 54 % mai mare decât  $t_r = 87,55$  s).

- Timpul tranzitoriu  $\tau_1$  în modelul aproximat cu cât este mai mic are o influență mai mică asupra performanțelor SA (timpul tranzitoriu a crescut de la 6,79 s la 9,11 (cu 2,32 s), iar timpul de reglare a crescut de la 111,91 s la 134,43 s (cu 20 %).

- Cu creșterea timpului mort tranzitoriu  $\tau_1$  în modelul aproximat se micșorează constanta de timp a modelului de ordinul unu și respectiv se micșorează constantele de timp în modelele de ordinul doi și în modelele cu elemente identice, ceea ce duce la creșterea duratei timpului de reglare.

#### Bibliografie

1. Лукас, В. А. *Теория автоматического управления*. Москва: Недра, 1990. 416 с.
2. Preitl, Ș.; Precup, R. E. *Introducere în ingineria reglării automate*. Timișoara: Editura Politehnica, 2001. 334 p.
3. Izvoreanu, B., Fiodorov, I., Cojuhari, Irina, Moraru, D., Potlog, M. *Analiza metodelor de aproximare a modelului obiectului cu inerție și timp mort*. În: Materialele Conferinței Tehnico-Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților a U.T.M., 18 noiembrie 2016, Chișinău: Editura „Tehnica-UTM”, 2016.
4. Izvoreanu, B., Potlog, M., Cojuhari, Irina, Fiodorov, I., Moraru, D. *Metodă de indentificare a modelului obiectului de reglare de ordinul unu și doi după răspunsul experimental al procesului*. În: The Proceedings of the 9th International Conference of Microelectronics and Computer Science, October 19-21 2017, Chișinău, p. 206-209. ISBN 978-9975-4264-8-0.
5. Izvoreanu, B., Cojuhari, Irina, Fiodorov, I., Moraru, D. *Metodă de indentificare a modelelor obiectului de reglare cu elemente identice cu întârziere și timp mort după răspunsul procesului*. În: Materialele Conferinței Tehnico-Științifice a Colaboratorilor, Doctoranzilor și Studenților a U.T.M., 17 noiembrie 2017, Chișinău, 2017.
6. Zagarii, G. I., Shubladze, A. M. *Sintez system upravlenia na osnove criteria maximalnoi stepeni ustoičivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree)*. Moskva: Energoatomizdat, 1998. 198 s.
7. Izvoreanu, B., Fiodorov, I. *The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method*. In: Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control. București: Editura Tehnică, 1997, p. 449 - 454.