FORMALIZAREA ASPECTELOR DE MONOTONIE ALE METODELOR „VOTURI-DECIZIE” MULTIOPȚIONALE

Prof. univ. dr. hab. Ion BOLUN, ASEM

Sunt definite şapte situații de monotonie ale metodelor VD cu specificarea căii de extindere a acestora, acoperind o gamă largă de situații posibile. Sunt identificate proprietățile generale ale metodelor VD monotone şi este elucidată starea de monotonie a puterii de influență a partidelor față de parametrii de intrare ce țin de şase situații de monotonie definite.

Cuvinte-cheie: *metode „voturi-decizie”, monotonie, proprietăți generale, parametri.*

JEL: C61

1. Introducere

Monotonia metodelor „voturi-decizie” (VD) influențează folosirea acestora în practică. Pentru prima dată, problema apare în 1880, când aplicarea metodei Hamilton a condus la aşa-numitul paradox Alabama [1]. Mai târziu au fost identificate, de asemenea, paradoxurile Populației (1900) şi al Noului stat (1907) [2]. Cercetările ulterioare au arătat că metodele d'Hondt, Sainte-Laguë şi Huntington-Hill [2] sunt imune la paradoxurile Alabama, al Populației şi al Noului stat. În [4] este definită cerința generală de monotonie a metodelor VD, având ca reper puterea de influență a părților implicate. Unele aspecte de monotonie ale metodelor Hamilton, Divizor liniar general şi Mixtă sunt cercetate în [5].

În lucrare, sunt formalizate unele aspecte de monotonie ale metodelor VD multiopționale cu reprezentare proporțională (RP), în baza problemei de alegere a deputaților în Parlament pe liste de partid – unul din cele mai frecvente cazuri de luare a deciziilor colective multiopționale prin votare.

2. Considerații preliminare

Problema de alocare a mandatelor include mărimile [6]: numărul total M de mandate în organul electiv; numărul $n > 1$ de partide ce au depăşit pragul electoral (cazul $n = 1$ este trivial); numărul total V de voturi acumulate de cele n partide; numărul total V_i de voturi acumulate de partidul $i, i = \overline{1,n}$ la

$$V = V_1 + V_2 + ... + V_n; \qquad (2.1)$$

numărul de mandate x_i, alocate partidului i, $i = \overline{1,n}$; I – indicele de disproporționalitate a alocării mandatelor. De asemenea, în diferite reguli VD, se folosesc şi asemenea mărimi, precum: $Q = V/M$, $d = M/V$ – valoarea unui vot, măsurată în mandate, u_i – numărul curent de mandate deja alocate partidului i ($u_i \geq 0$) şi $a_i = \lfloor V_i/Q \rfloor$ – cota de

FORMALIZATION OF MONOTONY ASPECTS OF MULTIOPTIONAL „VOTES-DESISION” METHODS

Professor, Dr.Hab. Ion BOLUN, ASEM

Seven situations of „votes-decision” (VD) methods of monotonicity, with their expansion path specification covering a wide range of possible situations, are defined. General properties of monotone VD methods are identified and the monotonicity state of parties' influence power related to the input parameters of six defined situations, are elucidated.

Key words: *“votes-decisions methods”, monotonicity, general properties, parameters.*

JEL: C61

1. Introduction

Monotony of “votes-decision” (VD) methods influences their use in practice. For the first time the problem occurred in 1880, when the Hamilton method led the so-called Alabama paradox [1]. Later were also identified paradoxes of Population (1900) and of New State (1907) [2]. Further research showed that d'Hondt, Sainte-Laguë and Huntington-Hill methods [2] are immune to Alabama, of New State and of Population paradoxes. In [4] the general requirement of monotony of VD methods is defined, having as reference the influence power of implicated parties. Some monotony aspects of the Hamilton, General Linear Divisor and Mixed methods are investigated in [5].

In this paper some monotony aspects of multi-optional VD methods with proportional representation (PR) are formalized, based on the issue of election of Members of Parliament on party lists – one of the most common cases of multi-optional collective decision making by voting.

2. Preliminary considerations

The problem of seats allocation includes quantities [6]: the total number M of seats in the elective body; the number $n > 1$ of parties that passed the electoral threshold (the case $n = 1$ is trivial); the total number V of votes cast for the n parties; the total number V_i of votes cast for the party i, $i = \overline{1,n}$ at

$$V = V_1 + V_2 + ... + V_n; \qquad (2.1)$$

the number x_i of seats, allocated to party i, $i = \overline{1,n}$; the index I of disproportionality of seats allocation. Also, different VD rules are using such quantities as: $Q = V/M$, $d = M/V$ – a vote value, measured in seats, u_i – the jos pentru partidul i.

La caracterizarea rezultatelor votării, se folosesc parametrii: M; n; V; $V_i, i=\overline{1,n}$ şi x_i, $i=\overline{1,n}$. Dintre aceştia, la date de intrare ale problemei de alocare a mandatelor, se referă valorile mărimilor M, V, n şi V_i, $i=\overline{1,n}$, iar la cele de ieşire – valorile mărimilor x_i, $i=\overline{1,n}$.

Din punct de vedere al numărului de votări, asupra cărora acestea se răsfrâng, se pot distinge două categorii de cerințe către metodele VD:

a) cerințe în cadrul unei votări;
b) cerințe în cadrul unor votări consecutive.

La prima categorie se referă, de exemplu, asemenea cerințe, ca [7]: prevalarea majorității (dacă există o majoritate de decidenți, care apreciază o alternativă mai înalt, decât pe toate celelalte, atunci această opțiune trebuie să fie decizia); participarea (votarea onestă trebuie să conducă la îmbunătățirea deciziei, comparativ cu neparticiparea la votare); condiția Condorcet (dacă la comparația în perechi o opțiune este preferată fiecăreia din celelalte opțiuni, atunci aceasta trebuie să fie decizia) ş.a.

Una din cerințele din a doua categorie este monotonia metodelor VD. Pentru sistemele RP, cerința de monotonie a metodelor VD poate fi definită, după cum urmează.

Definiția 2.1 [4]. O metodă VD este monotonă, dacă aceasta asigură caracterul non-descrescător al funcțiilor $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$, unde

$$D_i = dV_i = MV_i/V,\ i=\overline{1,n} \qquad (2.2)$$

este puterea de influență a partidului $i=\overline{1,n}$ în organul electiv, delegată de cele V_i voturi ale alegătorilor (valoarea sumară a celor V_i voturi).

Astfel, D_i depinde de mărimile d şi V_i sau, ținând cont de relația dintre mărimile d, M şi V, de mărimile M, n, V_i, $i=\overline{1,n}$ şi $V = V_1 + V_2 + ... + V_n$. În [4] este demonstrat, de asemenea, că evitarea paradoxurilor Alabama, al Populației şi cel al Noului stat se încadrează în asigurarea cerinței de monotonie definite.

De menționat că diversele situații de nonmonotonie a unor metode VD, ce pot fi la votări consecutive, se obțin prin modificarea (mărirea sau micşorarea) valorii unuia sau a mai multora din parametrii M, V, n şi V_i, $i=\overline{1,n}$ ai scrutinului. Asemenea modificări pot fi elementare sau complexe.

Definiția 2.2. Se consideră elementară orice modificare a valorii unui parametru sau categorie (în cazul V_i, $i=\overline{1,n}$) de parametri de intrare, care implică cel mult o alternativă de modificare şi a valorilor altor parametri de intrare. Celelalte modificări de valori ale parametrilor de intrare se consideră complexe – modificări constituite din două sau mai multe modificări

current number of seats already allocated to party i ($u_i \geq 0$) and $a_i = \lfloor V_i/Q \rfloor$ – the lower quota for party i.

When characterizing the voting results, the following parameters are used: M; n; V; $V_i, i=\overline{1,n}$ and x_i, $i=\overline{1,n}$. Of these, to input data of seats allocation problem relate quantities M; n; V and $V_i, i=\overline{1,n}$, and to the output ones – quantities x_i, $i=\overline{1,n}$.

In terms of the number of ballots, on which they are subject, can be distinguished two categories of requirements to VD methods:

a) requirements within a ballots;
b) requirements within consecutive ballots.

To the first category refer, for example, such requirements as [7]: prevalence of majority (if there is a majority of decision makers who appreciate an alternative higher than all the others, then this option should be the decision); participation (honest voting should lead to an improvement of decision compared with abstention from voting); Condorcet condition (if, when comparing in pairs, an option is preferred to every other options, then it must be the decision), etc.

One of the requirements of the second category is the monotony of VD methods. For PR systems, monotony requirement of VD methods may be defined as follows.

Definition 2.1 [4]. A VD method is monotone if it ensures the non-decreasing character of functions $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$, where

$$D_i = dV_i = MV_i/V,\ i=\overline{1,n} \qquad (2.2)$$

is the influence power of party $i=\overline{1,n}$ in the elective body, delegated by the V_i electors' votes (the total value of the V_i votes). So, D_i depends on the values d and V_i or, taking into account the relation between parameters d, M and V, on the M, n, V_i, $i=\overline{1,n}$ and $V = V_1 + V_2 + ... + V_n$. In [4] is also shown that avoiding the Alabama, of Population and of New State paradoxes falls within the insurance of defined monotony requirement.

It should be noted that different situations of some VD methods non monotony, which may be at consecutive ballots, are obtained by changing (increasing or decreasing) the value of one or more of election parameters M, V, n and V_i, $i=\overline{1,n}$. Such changes can be elementary or complex.

Definition 2.2. Any change in value of an input parameter or a category (in case of V_i, $i=\overline{1,n}$) of input parameters is considered elementary, involving also no more than one alternative and of other input parameters values. Other changes of the input parameters values are considered complex – changes that consist of two or more elementary elementare.

Modificărilor complexe le este caracteristică multitudinea de alternative posibile la aceeaşi modificare a valorii parametrului de intrare. Fiecare modificare complexă a valorii unui parametru de intrare implică una din două sau mai multe alternative posibile de modificare a valorilor altor parametri de intrare.

Din multitudinea de alternative posibile, prezintă interes monotonia metodelor VD faţă de asemenea modificări elementare ale valorilor parametrilor de intrare, ca:

1) numărul total de mandate M;
2) numărul total de voturi V cu modificarea proporţională şi a valorilor mărimilor $V_i(V)$, $i = \overline{1,n}$ dictată de relaţia (2.1);
3) numărul de voturi acumulate de un partid V_k cu modificarea respectivă şi a numărului total de voturi $V(V_k)$;
4) preferinţele unora dintre decidenţi (V_k, $k \in K$, $|K| \leq n$);
5) comasarea de partide (reducerea n) cu redistribuirea respectivă a electoratului;
6) divizarea de partide (creşterea n) cu redistribuirea respectivă a electoratului;
7) aria de cuprindere totală (n, $M(n)$ şi $V(n)$).

Aici, notarea $Z(Y)$ semnifică monotonia metodei VD faţă de modificarea valorii parametrului Y – modificare care implică, totodată, şi modificarea respectivă a valorii parametrului Z. Primele cinci, din cele şapte situaţii de monotonie enumerate (situaţiile 1-6), se referă la aceeaşi arie de cuprindere a mulţimii de decidenţi, pe când ultima (situaţia 7) – la o nouă arie de cuprindere pentru următorul scrutin: mai îngustă sau mai largă decât cea iniţială. De asemenea, cele 1-3, 5, 6 şi 7 sunt situaţii de monotonie faţă de un parametru, iar cea de-a 4-a – faţă de o categorie de parametri de intrare.

Modificare complexă a valorii unui parametru de intrare este modificarea numărului de partide n. Creşterea sau descreşterea numărului de partide, în caz general (nu doar prin comasări de partide sau, din contra, doar prin divizări de partide), implică, în mod obligatoriu, şi modificarea valorilor altor parametri de intrare, fiind posibile şi cazuri cu două sau mai multe alternative. De exemplu, odată cu creşterea sau descreşterea numărului de partide, se pot modifica şi preferinţele electoratului, existând o multitudine de alternative posibile.

Ca exemple de cazuri din practică, ce pot fi reprezentate prin situaţiile de monotonie definite, ar putea servi, pe situaţii:

1) mărirea sau micşorarea numărului de mandate în Parlament;
2) creşterea numărului alegătorilor („Populare”) sau reducerea numărului alegătorilor („Depopulare”) cu păstrarea proporţională, în ambele cazuri, a preferinţelor decidenţilor;

changes.

Characteristic to complex changes is the multitude of possible alternatives at the same input parameter value change. Each complex change of the input parameter value implies one of two or more possible alternatives of other input parameters values changes.

From the multitude of possible alternatives, of interest is the monotony of VD methods towards such elementary changes of input parameters values as:

1) the total number of seats M;
2) the total number of votes V with proportional changes of parameters $V_i(V)$, $i = \overline{1,n}$ values, imposed by relationship (2.1);
3) the total number of votes cast for a party V_k with the respective change of the total number of votes $V(V_k)$;
4) preferences of some decision makers (V_k, $k \in K$, $|K| \leq n$);
5) merging of parties (reduction of n) with respective redistribution of the electorate;
6) dividing of parties (increasing of n) with respective redistribution of the electorate;
7) the total coverage (n, $M(n)$ şi $V(n)$).

In this case, notation $Z(Y)$ means the VD method monotony to the change of Y parameter value – change involving, at the same time, the corresponding change of Z parameter value. The first five, of the seven listed monotony situations (situations 1-6), concern the same area of coverage of the decision makers set, while the latter (situation 7) – a new area of coverage for the next election: narrower or wider than the initial. Also, the 1-3, 5, 6 and 7 are situations of monotony to one parameter, and the 4 – to a category of input parameters.

A complex change of the value of an input parameter is the change of the number n of parties. In general, the increase or decrease of the number of parties (not only through merging of parties or, on the contrary, only by dividing of parties), involves, necessarily, also the change of other input parameters, being possible cases with two or more alternatives. For example, with increasing or decreasing the number of parties may change the voter preferences too; a multitude of possible alternatives may exist.

As examples of cases in practice, which can be represented by defined monotony situations, could serve, per situations:

1) increasing or decreasing the number of seats in Parliament;
2) increasing the number of voters (“Population”) or reduce the number of voters (“Depopulation”) with proportional retention, in both cases, of decision makers preferences;

3) modificarea doar a numărului alegătorilor ce preferă un anumit partid sau doar a numărului alegătorilor unui stat dintr-o comunitate;
4) modificarea preferinţelor alegătorilor, în funcţie de noile programe de activitate ale partidelor, sau redefinirea hotarelor teritoriale ale unor zone geografice;
5) crearea unui bloc din două sau mai multe partide;
6) separarea, de la partidele existente, a unor noi partide;
7) intrarea de noi state într-o comunitate sau ieşirea unora din state dintr-o comunitate.

În ce priveşte modificarea numărului de partide (situaţia (8)), în caz general, aceasta poate reprezenta participarea la alegeri a unor noi partide cu noi programe de activitate sau, din contra, neparticiparea în alegeri a unor partide, sau redefinirea hotarelor teritoriale ale unor zone geografice cu creşterea sau, din contra, descreşterea numărului total de zone.

Bineînţeles, pot prezenta interes şi alte situaţii de monotonie faţă de doi sau mai mulţi parametri concomitent, cum ar fi:

9) faţă de numărul de voturi V_k, $k \in K$, acumulate de $|K|$ partide cu modificarea respectivă şi a numărului total de voturi $V(V_k, k \in K)$. Situaţia poate reprezenta modificarea doar a numărului alegătorilor ce preferă partidele mulţimii K sau doar a numărului alegătorilor statelor mulţimii K dintr-o comunitate;
10) faţă de numărul total de mandate M şi numărul total de voturi V cu modificarea proporţională şi a valorilor mărimilor $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ dictată de relaţia (2.1). Situaţia poate reprezenta faptul măririi sau micşorării numărului de mandate în Parlament, odată cu creşterea sau reducerea numărului alegătorilor la păstrarea proporţională, în ambele cazuri, a preferinţelor decidenţilor ş.a.

Definiţia 2.3. Un parametru de intrare se consideră independent, dacă modificarea valorii acestuia este una elementară.

La parametri de intrare independenţi, se referă: M, V şi V_i, $i=\overline{1,n}$.

Definiţia 2.4. Un parametru de intrare se consideră dependent, dacă modificarea valorii acestuia poate fi complexă.

Parametru de intrare dependent este n.

3. Proprietăţi generale ale metodelor VD monotone

Prin similitudine cu funcţiile monotone, în secţiune, sunt concretizate unele proprietăţi generale ale metodelor VD monotone.

Este cunoscut, de exemplu, că, dacă o funcţie este non-descrescătoare (non-crescătoare) la mărirea valorii

3) changing only the number of voters who prefer a particular party or only the number of voters of a state in a community;
4) changing the preferences of voters, according to new programs of activity of parties, or redefining the territorial boundaries of some geographic areas;
5) creating a block of two or more parties;
6) separating, from the existing parties, of some new parties;
7) the entry of new states into a community or leaving the community by some states.

As regards to changing the number of parties (situation (8), generally, it may represent the case of participation in elections of some new parties with new work programs or, on the contrary, the non-participation in elections of some parties, or the redefinition of territorial boundaries of some geographic areas with growth or, conversely, decrease of the total number of areas.

Of course, of interest may also be other situations of monotony to two or more parameters simultaneously, like:

9) to the number of votes V_k, $k \in K$, accumulated by $|K|$ parties, with the corresponding change of the total number of votes $V(V_k, k \in K)$. The situation may represent the change only of the number of voters who prefer only parties of the set K or only of the number of voters of states related to the set K of a community;
10) to the total number M of seats and to the total number V of votes with the proportional change of quantities $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ values, dictated by (2.1). The situation may represent the increase or the decrease of the number of seats in Parliament with the increasing or decreasing of the number of voters, keeping proportion, in both cases, the decision makers preferences, etc.

Definition 2.3. An input parameter is considered independent, if its value change is an elementary one.

To independent input parameters refer: M, V and V_i, $i=\overline{1,n}$.

Definition 2.4. An input parameter is considered dependent, if its value change is a complex one.

A dependent input parameter is n.

3. General properties of monotone VD methods

Similarly with monotone functions, in this section are embodied some general properties of monotonicity of VD methods.

It is known, for example, that if a function is unui argument, atunci ea este non-crescătoare (non-descrescătoare) la micşorarea valorii acestuia. O asemenea proprietate pentru metodele VD este definită de afirmația 3.1.

Afirmația 3.1. Dacă metoda VD este monotonă față de mărirea valorii unui parametru de intrare independent al unui scrutin, atunci aceasta este monotonă şi față de micşorarea valorii acestuia.

Într-adevăr, fie metoda VD este monotonă față de mărirea valorii parametrului y de la $y' = y(1)$ la cea $y'' = y(2) > y(1)$, valorile tuturor celorlalți parametri de intrare rămânând fără modificare (cazul A). Să considerăm, de asemenea, cazul B: $y' = y(2)$, $y'' = y(1)$, valorile tuturor celorlalți parametri de intrare rămân fără modificare. Evident, alocările de mandate celor n partide, în aceste două cazuri, coincid atât pentru valoarea $y(1)$, cât şi pentru valoarea $y(2)$ ale parametrului y. Deci, calitatea de monotonie a metodei VD cercetate are loc şi pentru cazul reducerii parametrului y de la valoarea $y' = y(2)$ la cea $y'' = y(1)$. ■

Consecința 3.1. La demonstrarea calității de monotonie a metodelor VD, este suficient de demonstrat cazul de creştere a valorii parametrului de intrare respectiv sau de descreştere a acesteia.

Justețea consecinței 3.1 rezultă direct din afirmația 3.1. ■

Afirmația 3.2. Dacă metoda VD este monotonă față de modificarea cu o unitate a valorii unui parametru de intrare, atunci aceasta este monotonă şi față de modificarea acesteia cu mai multe unități.

Într-adevăr, fie metoda VD este monotonă la mărirea valorii parametrului y de la $y' = y(1)$ la cea $y'' = y(2) = y(1) + 1$, valorile tuturor celorlalți parametri de intrare rămânând fără modificare. Trebuie demonstrat că metoda este monotonă şi la mărirea valorii parametrului y cu $g > 0$ unități, adică de la valoarea $y' = y(1)$ la cea $y''' = y(3) = y(1) + g$. Pentru aceasta, se poate observa uşor că trecerea de la starea inițială $y' = y(1)$ la cea finală $y''' = y(3)$ se poate efectua în g etape, fiecare din care se caracterizează prin creşterea valorii parametrului y cu o unitate față de valoarea acestuia la etapa precedentă. Totodată, conform definiției, la fiecare din aceste g etape, metoda VD în cauză este monotonă. Deci, ea este monotonă şi la mărirea valorii parametrului y cu g unități. ■

Consecința 3.2. La demonstrarea calității de monotonie a metodelor VD, este suficient de demonstrat cazul de creştere a valorii parametrului de intrare respectiv sau de descreştere a acesteia cu o singură unitate.

Justețea consecinței rezultă direct din afirmațiile 3.1 şi 3.2. ■

Afirmația 3.3. Dacă o metoda VD este monotonă față de fiecare dintre parametrii unui set, atunci ea este monotonă şi față de setul de parametri în cauză, în ansamblu.

non-decreasing (non-increasing) when increasing the value of an argument, then it is non-increasing (non-decreasing) when decreasing the argument value. Such property for VD methods is defined by Statement 3.1.

Statement 3.1. If a VD method is monotone to the increase of the value of an independent input parameter of an election, then it is monotone to the decrease of its value, too.

Indeed, let the VD method be monotone to the increase of the value of parameter y from $y' = y(1)$ to $y'' = y(2) > y(1)$, the values of all other input parameters remaining without modification (case A). Let us also consider the case B: $y' = y(2)$, $y'' = y(1)$, the values of all other input parameters remaining without modification. Obviously, the allocation of seats to the n parties in these two cases coincide both, the value $y(1)$, as well as the value $y(2)$ of the parameter y. So, the quality of monotony of the researched VD method occurs also for the reduction in value of the parameter y from $y' = y(2)$ to the $y'' = y(1)$ one. ■

Consequence 3.1. To demonstrate the quality of monotony of VD methods, it is sufficient to prove the case of increasing the value of the respective input parameter or of its decreasing.

The correctness of Consequence 3.1 follows directly from *Statement* 3.1. ■

Statement 3.2. If a VD method is monotone to the change of one unit of the value of an input parameter, then it is monotone to its change with several units, too.

Indeed, let the VD method be monotone to the increase of the value of parameter y from $y' = y(1)$ to $y'' = y(2) = y(1) + 1$, the values of all other input parameters remaining without modification. One has to prove that the method is monotone also to the increase with $g > 0$ units of the value of parameter y, that is from the value $y' = y(1)$ to the $y''' = y(3) = y(1) + g$ one. For this, one can easily observe that the transition from the initial state $y' = y(1)$ to the final $y'''= y(3)$ one may be made in g steps, each of which is characterized by the increase of the parameter y with one unit to its value in the previous step. However, as defined, in each of these g steps the VD method in question is monotonous. So, it is monotonous to the increase, with g units, of the parameter y value. ■

Consequence 3.2. To demonstrate the quality of monotony of VD methods, it is sufficient to prove the case of the increase of the input parameter value or of its decrease by one unit

The correctness of Consequence 3.2 follows directly from the *Statement* 3.1 and 3.2. ■

Statement 3.3. If a VD method is monotonous to each parameter of a set, then it is monotonous to the set of parameters in question as a whole.

Într-adevăr, fie, la aplicarea metodei VD cercetate, funcţiile $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ sunt non-descrescătoare faţă de fiecare din parametrii de intrare y şi z aparte. De exemplu, atât la mărirea valorii parametrului y de la $y' = y(A1)$ la cea $y'' = y(A2) > y(A1)$, valorile tuturor celorlalţi parametri de intrare rămânând fără modificare (cazul A), cât şi la mărirea valorii parametrului z de la $z' = z(B1)$ la cea $z'' = z(B2) > z(B1)$, valorile tuturor celorlalţi parametri de intrare rămânând fără modificare (cazul B), au loc relaţiile $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ şi, respectiv, $x_i(B2) \geq x_i(B1)$.

Să considerăm cazul C de mărire a valorii parametrului y de la $y' = y(A1)$ la cea $y'' = y(A2) > y(A1)$ şi, concomitent, a valorii parametrului z de la $z' = z(B1)$ la cea $z'' = z(B2) > z(B1)$, valorile tuturor celorlalţi parametri de intrare rămânând fără modificare. Trebuie demonstrat că şi în acest caz au loc relaţiile $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ şi $x_i(B2) \geq x_i(B1)$. Pentru aceasta, se poate observa uşor că trecerea de la starea iniţială $\{y' = y(A1), z' = z(B1)\}$ la cea finală $\{y'' = y(A2), z'' = z(B2)\}$ se poate efectua şi în următoarele două etape:

a) trecerea de la starea $\{y' = y(A1), z' = z(B1)\}$ la cea $\{y'' = y(A2), z' = z(B1)\}$;

b) trecerea de la starea $\{y'' = y(A2), z' = z(B1)\}$ la cea $\{y'' = y(A2), z'' = z(B2)\}$.

Fiecare din aceste două etape, (a) şi (b), reprezintă câte un caz de monotonie faţă de un singur parametru de intrare: etapa (a) – faţă de parametrul y, iar etapa (b) – faţă de parametrul z. Astfel, în faza finală, vor avea loc condiţiile de monotonie $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ şi $x_i(B2) \geq x_i(B1)$. În acelaşi mod, poate fi confirmată veridicitatea afirmaţiei 2.3, în cazul când metoda VD este non-crescătoare faţă de fiecare din parametrii y şi z aparte.

Evident, în acelaşi mod, procesul se extinde şi asupra cazului general de ansamblu din mai mult de doi parametri. ■

Afirmaţia 3.4. Dacă o metoda VD este non-monotonă faţă de cel puţin unul din parametrii unui set, atunci ea este, în caz general, non-monotonă şi faţă de setul de parametri în ansamblu.

Într-adevăr, cazul de nonmonotonie a metodei VD, faţă de un parametru de intrare anume, este unul particular pentru metoda în cauză – caz în care valorile tuturor celorlalţi parametri de intrare rămân intacte. ■

Consecinţa 3.3. La demonstrarea calităţii de monotonie a metodelor VD, este suficient de demonstrat monotonia acestora faţă de fiecare parametru de intrare aparte.

Justeţea consecinţei rezultă direct din afirmaţiile 3.3 şi 3.4. ■

4. Monotonia puterii de influenţă a partidelor faţă de parametrii de intrare

În afirmaţiile 4.1-4.6, este definită starea de monotonie a puterii de influenţă a partidelor D_i, $i=\overline{1,n}$ faţă de parametrii de intrare, ce ţin de situaţiile de

Indeed, let, when using the investigated VD method, functions $x_i(D_i)$, $i=\overline{1,n}$ are non-decreasing to each of the input parameters y and z apart. For example, both to the increase of the parameter y value from $y' = y(A1)$ to the $y'' = y(A2) > y(A1)$ one, the values of all other input parameters remaining without modification (case A), and to the increase of the parameter z value from $z' = z(B1)$ to the $z'' = z(B2) > z(B1)$ one, the values of all other input parameters remaining without modification (case B), occur relations $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ and, respectively, $x_i(B2) \geq x_i(B1)$.

Let us consider the case C of the increase of parameter y value from $y' = y(A1)$ to the $y'' = y(A2) > y(A1)$ one and, at the same time, of parameter z value from $z' = z(B1)$ to the $z'' = z(B2) > z(B1)$ one, the values of all other input parameters remaining without modification. One has to prove that in this case the relations $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ and $x_i(B2) \geq x_i(B1)$ take place, too. For this, one can easily observe that the transition from the initial state $\{y' = y(A1), z' = z(B1)\}$ to the final one $\{y'' = y(A2), z'' = z(B2)\}$ can be performed in the following two steps:

c) transition from the state $\{y' = y(A1), z' = z(B1)\}$ to the $\{y'' = y(A2), z' = z(B1)\}$ one;

d) transition from the state $\{y'' = y(A2), z' = z(B1)\}$ to the $\{y'' = y(A2), z'' = z(B2)\}$ one.

Each of these two steps, (a) and (b), represents one case of monotony to a single input parameter: step (a) – to the parameter y, and the step (b) – to the z one. So, in the final phase, the monotony conditions $x_i(A2) \geq x_i(A1)$ and $x_i(B2) \geq x_i(B1)$ will take place. Similarly can be confirmed the *Statement* 2.3 veracity, in case the VD method is non-increasing to each of the parameters y and z apart.

Obviously, in the same way, the process extends to the general case of an ensemble of more than two parameters. ■

Statement 3.4. If a VD method is non-monotonous to at least one of parameters of a set, then it is, in general case, non-monotonous, to the set of parameters as a whole, too.

Indeed, the case of non-monotony of the VD method to a particular input parameter is a particular one for the method in question – case in which the values of all other input parameters remain intact. ■

Consequence 3.3. To demonstrate the quality of monotony of VD methods, it is sufficient to prove their monotony to each input parameter separately.

The correctness of Consequence 3.3 follows directly from statements 3.3 and 3.4.

4. Monotony of parties' influence power to input parameters

In statements 4.1-4.6 are defined the monotony state of parties' influence power D_i, $i=\overline{1,n}$ versus input parameters related to monotony monotonie 1-6, nominalizate în secțiunea 2.

Afirmația 4.1. Funcțiile $D_i(M)$, $i=\overline{1,n}$ sunt monoton crescătoare.

Veridicitatea afirmației 4.1, ținând cont de păstrarea intactă a valorilor celorlalți parametri de intrare, rezultă direct din relațiile (2.2). ■

Consecința 4.1. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de numărul total de mandate M, este necesar şi suficient ca funcțiile $x_i(M)$, $i=\overline{1,n}$ să fie non-descrescătoare.

Veridicitatea consecinței 2.1, ținând cont de definiția 2.1, rezultă direct din afirmația 4.1. ■

Afirmația 4.2. Funcțiile $D_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, la modificarea proporțională şi a mărimilor $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ implicată de relația (2.1), sunt invariante.

Într-adevăr, fie $V' = gV$, $g > 0$, unde V' este numărul total de voturi în următorul scrutin. Atunci, în baza (2.1), avem $V_i^{'} = gV_i$, $i=\overline{1,n}$. Deoarece valorile celorlalți parametri de intrare nu se modifică, pentru următorul scrutin, relația (2.2) ia forma $D_i^{'}(V') = d'V_i^{'} = M'V_i^{'}/V' = MgV_i/gV = MV_i/V = D_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, ceea ce, ținând cont de consecința 3.1, şi se cerea de demonstrat. ■

Consecința 4.2. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de numărul total de voturi V, la modificarea proporțională şi a mărimilor $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, este necesar şi suficient ca funcțiile $x_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ să fie invariante.

Veridicitatea consecinței 4.2, ținând cont de definiția 2.1, rezultă direct din afirmația 4.2. ■

Afirmația 4.3. Funcția $D_k(V_k)$, la modificarea respectivă şi a numărului total de voturi $V(V_k)$, este monoton crescătoare.

Într-adevăr, fie $V_k^{'} = gV_k$, $g > 1$, şi $V' = V + V_k^{'} - V_k$. Atunci, în baza (2.1) şi (2.2), avem $D_k^{'}(V_k^{'}) = d'V_k^{'} = M'V_k^{'}/V' = MgV_k/(V + gV_k - V_k) = MV_k/[V/g + V_k(1 - 1/g)]$. Aici are loc $V/g + V_k(1 - 1/g) < V$, deoarece $V_k(1 - 1/g) < V(1 - 1/g)$. Deci, avem $D_k^{'}(V_k^{'}) = MV_k/[V/g + V_k(1 - 1/g)] > MV_k/V > D_k(V_k)$, ceea ce, ținând cont de consecința 3.1, şi se cerea de demonstrat. ■

Consecința 4.3. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de numărul de voturi acumulate de un partid V_k, la modificarea respectivă şi a numărului total de voturi $V(V_k)$ şi păstrarea intactă a valorilor celorlalți parametri de intrare, este necesar şi suficient ca funcția $x_k(V_k)$ să fie non-descrescătoare, iar cele $x_i(V_k)$, $i=\overline{1,n}\backslash k$ – non-crescătoare.

situations 1-6, nominated in section 2.

Statement 4.1. Functions $D_i(M)$, $i=\overline{1,n}$ are monotonically increasing.

The veracity of Statement 4.1, taking into account the preserved values of other input parameters, follows directly from relations (2.2). ■

Consequence 4.1. For a VD method to be monotonous to the total number of seats M, it is necessary and sufficient that functions $x_i(M)$, $i=\overline{1,n}$ be non-decreasing.

The veracity of Consequence 4.1, taking into account the Definition 2.1, follows directly from Statement 4.1. ■

Statement 4.2. Functions $D_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, at proportionate change of quantities $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ involved by relationship (2.1), are invariant.

Indeed, let $V' = gV$, $g > 0$, where V' is the total number of votes in the next election. Then, on the basis of (2.1), we have $V_i^{'} = gV_i$, $i=\overline{1,n}$. As the values of other input parameters remain unchanged, for the next election the relation (2.2) takes the form $D_i^{'}(V') = d'V_i^{'} = M'V_i^{'}/V' = MgV_i/gV = MV_i/V = D_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, which, given the Consequence 3.1, was asked to prove.■

Consequence 4.2. For a VD method to be monotonous to the total number of votes V, at proportionate change of quantities $V_i(V)$, $i=\overline{1,n}$, too, it is necessary and sufficient that the functions $x_i(V)$, $i=\overline{1,n}$ be invariant.

The veracity of Consequence 4.2, taking into account the Definition 2.1, follows directly from Statement 4.2. ■

Statement 4.3. Function $D_k(V_k)$, at respective change of the total number of votes $V(V_k)$, too, is monotonically increasing.

Indeed, let $V_k^{'} = gV_k$, $g > 1$ and $V' = V + V_k^{'} - V_k$. Then, basing on (2.1) and (2.2), we have $D_k^{'}(V_k^{'}) = d'V_k^{'} = M'V_k^{'}/V' = MgV_k/(V + gV_k - V_k) = MV_k/[V/g + V_k(1 - 1/g)]$. Here occurs $V/g + V_k(1 - 1/g) < V$, since $V_k(1 - 1/g) < V(1 - 1/g)$. So, we have $D_k^{'}(V_k^{'}) = MV_k/[V/g + V_k(1 - 1/g)] > MV_k/V > D_k(V_k)$, which, taking into account the Consequence 3.1, was required to prove. ■

Consequence 4.3. For a VD method to be monotonous to the number V_k of votes obtained by a party, at the respective modification of the total number of votes $V(V_k)$, too, and preserved values of other input parameters, it is necessary and sufficient that function $x_k(V_k)$ be non-decreasing, and the $x_i(V_k)$, Într-adevăr, conform afirmației 4.3, funcția $D_k(V_k)$, la modificarea respectivă şi a numărului total de voturi $V(V_k)$, este monoton crescătoare. Totodată, conform definiției 2.1, funcția $x_k(D_k)$ trebuie să fie non-descrescătoare. Astfel, funcția $x_k(V_k)$ trebuie să fie non-descrescătoare.

În acelaşi timp, fie $V_k^{'} > V_k$, atunci $V' > V$ şi, respectiv, $d' = M/V' < M/V = d$, $D_i^{'}(V_i^{'}) = D_i^{'}(V_i) = d'V_i < dV_i = D_i(V_i)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$. Deci, conform definiției 2.1, pentru monotonia metodei, în acest caz, trebuie să aibă loc relațiile $x_i^{'}(V_k^{'}) \le x_i(V_k)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$. Astfel, pentru cazul general, ținând cont de consecința 3.1, funcțiile $x_i(V_k)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$ trebuie să fie non-crescătoare. ■

Afirmația 4.4. Funcțiile $D_k(V_k)$, $k \in K$, $|K| \le n$, la păstrarea intactă a valorilor tuturor celorlalți parametri de intrare, sunt monoton crescătoare.

Veridicitatea afirmației 4.4 rezultă direct din relațiile (2.2) şi consecința 3.1. ■

Consecința 4.4. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de preferințele decidenților partidelor ce țin de mulțimea K, la păstrarea intactă a valorilor tuturor celorlalți parametri de intrare, este necesar şi suficient ca funcțiile $x_k(V_k)$, $k \in K$ să fie non-descrescătoare, iar cele $x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$ – invariante.

Într-adevăr, necesitatea condiției ca funcțiile $x_i(V_k,\ k \in K)$, $i \in K$ să fie non-descrescătoare, ținând cont de definiția 2.1, rezultă direct din afirmația 4.4 şi relațiile (2.2). În ce priveşte partidele ce nu țin de mulțimea K, adică cele $i = \overline{1,n} \setminus K$, puterile de influență D_i ale acestora rămân intacte şi, conform definiției 2.1, ar trebui să aibă loc relațiile $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) \ge x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$. Însă cazuri, în care pentru unul sau mai multe partide are loc inegalitatea strictă $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) > x_i(V_k,\ k \in K)$, $i \notin K$, nu se admit. Dacă s-ar admite, atunci condiția de monotonie specificată de definiția 2.1 nu s-ar satisface la trecerea de la datele inițiale ale celui de-al doilea scrutin la datele inițiale ale primului scrutin – partidele în cauză ar pierde mandate. Astfel, se admit doar egalitățile $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) = x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$. ■

Afirmația 4.5. Fiecare din funcțiile $D_i(n)$, $i = \overline{1,n}$, la modificarea concomitentă a valorilor mărimilor $V_k(n)$, $k \in K$, $|K| \le n$ şi păstrarea intactă a valorii mărimii $V(n)$, este invariantă față de n şi monoton crescătoare față de V_i.

Într-adevăr, conform relației (2.2), D_i depinde doar de parametrii de intrare M, V şi V_i. Deci, la păstrarea intactă a valorilor parametrilor M şi V, $i = \overline{1,n} \setminus k$ ones – non-increasing.

Indeed, according to Statement 4.3, the function $D_k(V_k)$, at respective modification of the total number of votes $V(V_k)$, too, is monotonically increasing. However, according to Definition 2.1, the function $x_k(D_k)$ must be non-decreasing. Thus, the function $x_k(V_k)$ must be non-decreasing.

At the same time, let $V_k^{'} > V_k$, then $V' > V$ and, respectively, $d' = M/V' < M/V = d$, $D_i^{'}(V_i^{'}) = D_i^{'}(V_i) = d'V_i < dV_i = D_i(V_i)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$. So, according to Definition 2.1, for monotony of the method in this case should occur relations $x_i^{'}(V_k^{'}) \le x_i(V_k)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$. Thus, for the general case, taking into account Consequence 3.1, the functions $x_i(V_k)$, $i = \overline{1,n} \setminus k$ has to be non-increasing. ■

Statement 4.4. Functions $D_k(V_k)$, $k \in K$, $|K| \le n$, at keeping intact the values of all other input parameters, are monotonically increasing.

The veracity of Statement 4.4 follows directly from relations (2.2) and Consequence 3.1. ■

Consequence 4.4. For a VD method to be monotonous to preferences of decision makers of parties related to set K, when keeping intact the values of all other input parameters, it is necessary and sufficient that functions $x_k(V_k), k \in K$ be non-decreasing, and the $x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$ ones – invariant.

Indeed, the need of condition that functions $x_i(V_k,\ k \in K)$, $i \in K$ be non-decreasing, taking into account the Definition 2.1, follows directly from Statement 4.4 and relations (2.2). As for parties not related to set K, ie the $i = \overline{1,n} \setminus K$ ones, their powers of influence D_i remain intact and, according to Definition 2.1, should occur relations $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) \ge x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$. But cases, in which for one or more parties takes place the strict inequality $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) > x_i(V_k,\ k \in K)$, $i \notin K$, are not allowed. If it were accepted, then monotony condition specified by Definition 2.1 would not be satisfied at transition from initial data of the second ballot to initial data of the first ballot – concerned parties would lose seats. Thus, only equalities $x_i^{'}(V_k^{'},\ k \in K) = x_i(V_k,\ k \in K)$, $i = \overline{1,n} \setminus K$ are allowed. ■

Statement 4.5. Each of functions $D_i(n)$, $i = \overline{1,n}$, at concomitant modification of quantities $V_k(n)$, $k \in K$, $|K| \le n$ values and preserved value of $V(n)$, is invariant to n and monotonically increasing to V_i.

mărimea D_i depinde doar de cea V_i, fiind monoton crescătoare față de aceasta. ■

Consecința 4.5. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de numărul de partide n, la modificarea concomitentă a valorilor mărimilor $V_k(n)$, $k \in K$ şi păstrarea intactă a valorii mărimii $V(n)$, este necesar şi suficient ca funcțiile $x_k(V_k)$, $k \in K$ să fie non-descrescătoare, iar cele $x_i(V_k$, $k \in K$), $i = \overline{1, n} \setminus K$ – invariante.

Justețea consecinței 4.5, referitor la funcțiile $x_k(V_k)$, $k \in K$ rezultă direct din definiția 2.1, relațiile (2.2) şi afirmația 4.5. În ce priveşte funcțiile $x_i(V_k$, $k \in K$), $i = \overline{1, n} \setminus K$, demonstrarea respectivă se efectuează, în mod similar, cu cea pentru aceste funcții în cazul consecinței 4.4. ■

Afirmația 4.6. Funcțiile $D_i(n)$, $i = \overline{1, n}$, la modificarea concomitentă respectivă a valorilor mărimilor $M(n)$ şi $V(n)$ şi păstrarea intactă a valorilor tuturor celorlalți parametri de intrare sunt invariante față de n şi monoton crescătoare față de V_i.

Într-adevăr, caracterul monoton crescător al dependenței D_i de V_i rezultă direct din (2.2). În ce priveşte dependența D_i de n, fie $n' = n + 1$, $M' = M + g$ şi $V' = M'/d$. Atunci, după cum se poate observa din (2.2), mărimile D_i, $i = \overline{1, n}$ nu depind de n, iar pentru D_{n+1} avem $V_{n+1} = V' - V$, $D_{n+1} = dV_{n+1} = d(V' - V) = g$ şi nu depinde de n, ci de g. ■

Consecința 4.6. Pentru ca o metodă VD să fie monotonă față de aria de cuprindere (numărul de partide n, la modificarea concomitentă respectivă a valorilor mărimilor $M(n)$ şi $V(n)$ şi păstrarea intactă a valorilor tuturor celorlalți parametri de intrare), este necesar şi suficient ca funcțiile $x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$ să fie invariante.

Într-adevăr, după cum se poate uşor observa, dacă metoda VD cercetată asigură invarianța funcțiilor $x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$, atunci, ținând cont de definiția 2.1, relațiile (2.2) şi păstrarea intactă a valorilor parametrilor $V_i(n)$, $i = \overline{1, n}$ şi $d(n)$, ea este monotonă. Totodată, ca şi la demonstrarea consecinței 4.4, nu se admit cazuri în care, pentru unul sau mai multe partide, are loc inegalitatea strictă $x_i^{'}(n') > x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$. Dacă s-ar admite, atunci condiția de monotonie specificată de definiția 2.1 nu s-ar satisface la trecerea de la datele inițiale ale celui de-al doilea scrutin la datele inițiale ale primului scrutin – partidele în cauză ar pierde mandate. Astfel, se admit doar egalitățile $x_i^{'}(n') = x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$. ■

Indeed, according to formula (2.2), D_i depends only on the input parameters M, V and V_i. So, when keeping intact the parameters M and V values, the quantity D_i depends only on the size of V_i, being monotonically increasing to it. ■

Consequence 4.5. For a VD method to be monotonous to the number of parties n, at concomitant change of quantities $V_k(n)$, $k \in K$ values and preserved value of quantity $V(n)$, it is necessary and sufficient that functions $x_k(V_k)$, $k \in K$ be non-decreasing, and the $x_i(V_k$, $k \in K$), $i = \overline{1, n} \setminus K$ ones – invariant.

The correctness of *Consequence* 4.5, with refer to functions $x_k(V_k)$, $k \in K$, follows directly from Definition 2.1, relation (2.2) and *Statement* 4.5. Regarding functions $x_i(V_k$, $k \in K$), $i = \overline{1, n} \setminus K$, the respective prove is conducted similarly to that for these functions in case of Consequence 4.4. ■

Statement 4.6. Functions $D_i(n)$, $i = \overline{1, n}$, at concomitant modification of quantities $M(n)$ and $V(n)$ and preserved values of all other input parameters, are invariant to n and monotonically increasing to V_i.

Indeed, the monotone increasing dependence of D_i to V_i results directly from (2.2). With refer to the dependence of D_i to n, let $n' = n + 1$, $M' = M + g$ and $V' = M'/d$. Then, as can be seen from (2.2), quantities D_i, $i = \overline{1, n}$ do not depend on n, and for D_{n+1} we have $V_{n+1} = V' - V$, $D_{n+1} = dV_{n+1} = d(V' - V) = g$ and depends not on n, but on g. ■

Consequence 4.6. For a VD method to be monotonous to coverage aria (number n of parties, at concomitant respective change of quantities $M(n)$ and $V(n)$ values and preserved values of all other input parameters), it is necessary and sufficient that functions $x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$ be invariant.

Indeed, as can be easily seen, if the researched VD method ensures the invariance of functions $x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$, then, taking into account the Definition 2.1, relations (2.2) and preserved values of parameters $V_i(n)$, $i = \overline{1, n}$ and $d(n)$, it is monotonous. However, as when proving the Consequence 4.4, are not allowed cases in which for one or more parties takes place the strict inequality $x_i^{'}(n') > x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$. If it were accepted, then the monotony condition, specified by Definition 2.1, would not meet at transition from initial data of the second ballot to initial data of the first ballot – concerned parties would lose seats. Thus, only equalities $x_i^{'}(n') = x_i(n)$, $i = \overline{1, n}$ are allowed. ■

5. Concluzii

Pornind de la problema de luare de decizii multiopționale prin votare cu reprezentare proporțională [6], paradoxurile Alabama, al Populației şi cel al Noului stat [2] şi ținând cont de cerința generală de monotonie a metodelor VD, definită prin puterea de influență a partidelor [4], sunt sistematizate aspectele generale de formalizare a cerințelor de monotonie ale metodelor „voturi-decizie” multiopționale.

Astfel, sunt definite şapte situații de monotonie ale metodelor VD față de unul sau față de o categorie de parametri de intrare. Sunt date exemple de cazuri din practică, ce pot fi reprezentate prin situațiile de monotonie definite. Este specificată calea de extindere a situațiilor de monotonie în cauză față de doi sau mai mulți parametri de intrare, în funcție de necesitate. Sunt identificate proprietățile generale ale metodelor VD monotone, formulate în afirmațiile 3.1-3.4 şi consecințele 3.1-3.3. În scopul cercetării ulterioare a calităților de monotonie ale metodelor VD, este elucidată starea de monotonie a puterii de influență a partidelor față de parametrii de intrare ce țin de cele şase situații de monotonie nominalizate.

Afirmațiile 3.1-3.4, 4.1-4.6 şi consecințele 3.1-3.3, 4.1-4.6 ar putea fi folosite la cercetarea calităților de monotonie ale unor metode VD multiopționale RP concrete.

5. Conclusions

Starting from the problem of multi-optional decision-making by voting with proportional representation [6], the Alabama, of Population and of New State paradoxes [2] and taking into account the overall requirement of VD methods monotony, defined by the parties' power of influence [4], the general aspects of formalizing the monotony requirements of multi-optional "votes-decision" methods are systematized.

So, seven situations of monotony of VD methods to one or to a category of input parameters are defined. Examples of cases in practice, which can be represented by defined situations of monotony, are done. The path of expansion of the concerned monotony situations to two or more input parameters, if necessary, is specified. Are identified general properties of monotonous VD methods, formulated in statements 3.1-3.4 and consequences 3.1-3.3. In order to further research of monotony qualities of VD methods, the monotony state of the parties' influence power to input parameters, related to the six nominated situations of monotony, is elucidated.

Statements 3.1-3.4, 4.1-4.6 and Consequence s 3.1-3.3, 4.1-4.6 could be used in research of monotony qualities of some particular multi-optional VD methods.

Referințe bibliografice / Bibliographic references:

1. ROBINSON, F. The Alabama Paradox. *Teaching Mathematics and its Applications*, 1982, vol. 1, Issue 2, pp. 69-72.
2. TANNENBAUM, P. *Excursions in Modern Mathematics*, Seventh Edition. Pearson, 2008, 704 p.
3. GALLAGHER, M. *Proportionality, Disproportionality and Electoral Systems*. Electoral Studies (1991), 10:1, pp. 33-51.
4. BOLUN, I. *„Votes-decision” monotone method in PR systems.* Economica, 2011, nr.4. Chişinău: Editura ASEM. pp. 108-117.
5. BOLUN, I. *Monotony of Some Multioptional „Votes-Decision” PR Methods*. Economica, 2014, nr.3. Chişinău: Editura ASEM. pp. 70-79.
6. BOLUN I. *Seats allocation in party-list election*. Economica, 2011, nr.2. Chişinău: Editura ASEM. pp. 138-151.
7. GALLAGHER, M., MITCHELL, P. *The Politics of Electoral Systems*. London: Oxford University Press, 2008.