

## A Generalized Approach to the Calculation Procedure of Distribution Network Steady-state and Transient Regime

**Berzan V., Postoronca Sv., Vieru D., Tintiuc Iu.**

Institute of Power Engineering of the ASM  
Chişinău, Republic of Moldova

**Abstract.** The low-voltage electrical distribution networks are characterized by ramified topology and spatial distribution of the consumers connected to the power supply. This leads to certain difficulties in calculation of such circuits even in the case of steady state mode, since even in stationary case a new separate problem must be solved each time. We have to mention that these difficulties are even more pronounced in the case of the circuit transient analysis. This paper proposes a generalized approach to calculation of steady-state and transient regimes in the branched distribution networks with *RLC* loads. To solve this problem we propose to use the mesh currents method, representation of the system of equations in matrix form and the Laplace transform. This gives the possibility to determine the characteristics of the current and voltage changes over time in the network and in the load. The difference between the obtained results and the known results, published in the open sources, is determined by the fact that the calculation of stationary and transient modes, is performed using the same calculations algorithm for both stationary and transient regimes.

**Keywords:** tree electric network, steady state and transient mode, mesh currents method, Laplace transforms.

### O tratare generalizată a procedurii de calcul a regimului permanent și tranzitoriu a rețelei de distribuție

**Berzan V., Postoroncă Sv., Vieru D., Tintiuc Iu.**

Institutul de Energetică al AȘM  
Chişinău, Republica Moldova

**Rezumat.** Rețelele electrice de joasă tensiune au o topologie ramificată cu repartizarea spațială a consumatorilor, care se alimentează de la rețea. Aceasta conduce la unele dificultăți, chiar la determinarea parametrilor regimului permanent de funcționare ce se manifestă prin necesitatea unor eforturi creative privind atât etapa de formulare a problemei, cât și la etapa de calcul a regimului permanent. Vom menționa, că aceste dificultăți devin și mai pronunțate în cazul examinării problemei analizei regimurilor tranzitorii în aceste circuite. În prezenta lucrare se propune o tratare generalizată a procedurii de calculare a regimurilor permanente și tranzitorii în rețeaua arborescentă cu sarcini de tipul *RLC*. Pentru soluționarea acestei probleme se propune utilizarea metodei curenților de contur, prezentarea sistemului de ecuații privind mărimile necunoscute în formă matricială și utilizarea transformantei Laplace pentru determinarea caracteristicilor de evoluție în timp a mărimilor căutate (curenților și tensiunilor) în porțiunile rețelei și a sarcinilor conectate la această rețea. Noutatea rezultatelor prezentate este determinată de faptul, că calcularea regimului permanent și a regimului tranzitoriu se face în baza unui algoritm similar de calcul, care se realizează în baza unei metodologii unice de aplicare.

**Cuvinte-cheie:** rețea arborescentă, regim permanent și tranzitoriu, metoda curenților de contur, transformanta Laplace.

### Обобщенный подход к расчету установившегося и переходного режимов распределительной сети

**Берзан В., Посторонкэ С., Виеру Д., Тинтиук Ю.**

Институт энергетики АНМ  
Кишинэу, Республика Молдова

**Аннотация.** Низковольтные электрические распределительные сети характеризуются разветвленностью топологии и пространственным распределением потребителей, подключенных к сети питания. Это приводит к некоторым трудностям расчета таких цепей, даже в случае определения параметров установившегося режима, поскольку даже для стационарного режима в цепи необходимо каждый раз решать отдельную новую задачу. Отметим, что эти трудности еще более выражены при рассмотрении проблемы расчета и анализа переходных режимов в этих схемах. В этой статье рассматривается обобщенный метод расчета стационарных и переходных режимов в разветвленных распределительных сетях с *RLC* элементами. Для решения этой проблемы предлагается использовать метод контурных токов, представление системы уравнений в матричной форме и преобразование Лапласа. Это позволяет определить характеристики изменения токов и напряжений во времени в сети и в нагрузке. Отличие полученных результатов от известных определяется тем, что расчет стационарного и переходного

режимов, выполняется по тому же алгоритму расчета, как для стационарного, так и для переходного режима.

**Ключевые слова:** разветвленная сеть, установившийся и переходный режимы, метод контурных токов, преобразование Лапласа.

## 1. Introducere

Rețelele electrice au destinația de a transporta și distribui energia electrică consumatorilor finali. În prezent predomină schema de alimentare a consumatorilor în care fluxul de energie are direcția de la rețelele de tensiune înaltă spre rețelele de tensiune joasă, la care și sunt racordați consumatorii. Pentru rețelele de joasă tensiune este caracteristică o topologie arborescentă cu multe ramificări și racordarea consumatorilor pe toate porțiunile, ce formează infrastructura de alimentare cu energie electrică. Structura arborescentă condiționează unele dificultăți în calcularea regimurilor atât permanente, cât și tranzitorii de funcționare a acestui tip de circuit [1-3].

La frecvențe joase circuitele electrice se pot prezenta prin scheme echivalente formate din combinații de componente *RLC*. În cazul alimentării de la surse de energie cu semnale periodice sinusoidale calcularea regimurilor permanente se execută cu metoda simbolică de calcul cu utilizarea metodelor descrise în bazele teoretice ale electrotehnicii [4].

Mai multe dificultăți se întâlnesc la calcularea regimurilor tranzitorii. Totuși vom menționa, că orice regim tranzitoriu tinde cu timpul la o stare staționară, deoarece în circuitele reale are loc fenomenul de disipare a energiei, care și asigură efectul de atingere a stării de echilibru [5]. Pentru cazul regimului tranzitoriu procesele se descriu de ecuații integro-diferențiale, ceea ce și conduce la mai multe dificultăți în cazul studierii caracteristicii derulării regimului tranzitoriu [4-6].

De obicei, calcularea regimului permanent și a regimului tranzitorii se examinează ca două probleme separate. Ca urmare, atât studierea metodelor de calcul, cât și realizarea calculelor necesare pentru elaborarea și argumentarea soluțiilor tehnice privind proiectarea circuitelor și rețelelor electrice se realizează separat. Aceasta conduce la unele dificultăți privind calcularea acestor regimuri, deoarece în fiecare caz este necesar de selectat cea mai rezonabilă metoda de calcul, atât pentru cazul calculării regimului permanent, dar și a celui tranzitoriu.

În prezenta lucrare vom examina o abordare generalizată a procedurii de calcul a regimului permanent și regimului tranzitoriu în circuitul cu topologia caracteristică a unei rețele de joasă tensiune de tip arbore cu mai mulți consumatori racordați de tipul *RLC*.

## 2. Formularea problemei

Vom considera că topologia circuitului este apropiată de structura rețelei arborescente. Circuitul este alimentat de la o singură sursă de energie. Sarcinile conectate la rețea au o repartiție spațială și prezintă combinații de tipul *RLC*. Obiectivul investigației constă în obținerea valorilor curenților în sarcini și a valorilor tensiunilor în nodurile de racord ale sarcinilor la rețea în regim staționar și regim tranzitoriu la alimentarea de la o sursă de curent sinusoidal a porțiunii de circuit examinat.

## 3. Metoda de analiză

Pentru determinarea prin calcul a mărimilor necunoscute, curenților și tensiunilor în diferite porțiuni a circuitului examinat vom utiliza metoda curenților de contur. Ecuațiilor echilibrului tensiunilor pentru fiecare contur le vom întocmi astfel, ca în aceste ecuații curentul prin porțiunea circuitului ce prezintă sarcina racordată la rețea să coincidă cu curentul de contur. În acest caz avem posibilitatea să determinăm valorile tensiunii în secțiunile respective ale circuitului, utilizând legea lui Ohm. Astfel vom determina și profilul tensiunii în circuit. Deoarece examinăm circuitul pentru cazul frecvenței industriale, avem posibilitatea să prezentăm schema reală a rețelei prin schema echivalentă cu componente cu parametri concentrați.

În fig. 1 se prezintă schema echivalentă a circuitului de tip arborescent. Impedanțele fiecărui contur includ la general ansambluri de componente de tip *RLC*. Curentul de contur îl vom nota după numărul nodul e conectare a sarcinii la rețea.

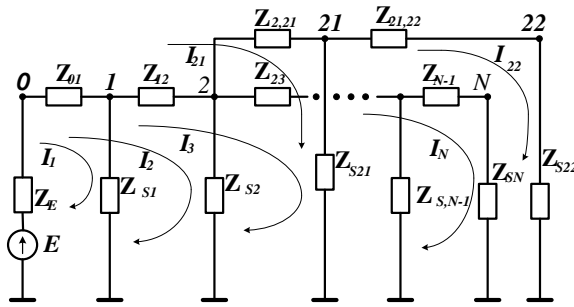


Fig.1. Circuit cu topologie arborescentă.

### 3.1. Calculul regimului permanent

Impedanța conturului include componenta impedanței interne a sursei  $Z_E$  componentele porțiunilor longitudinale începând cu punctul notat prin zero, deci  $Z_{01}, Z_{02}, \dots, Z_{0k}$  și impedanța sarcinii conectată la punctul de racord  $k$ , deci  $Z_{sk}$ . Deoarece pe parcursul conturului selectat pentru care se întocmește ecuația echilibrului tensiunilor componentele longitudinale sunt conectate în serie, avem posibilitatea ca aceste componente să fie prezentat de o impedanță echivalentă care include aceste impedanțe definite ca elemente longitudinale în schema echivalentă a rețelei:

$$Z_{0k} = Z_{01} + Z_{12} + \dots + Z_{k-2,k-1} + Z_{k-1,k}.$$

Impedanța echivalentă a conturului se va nota astfel:  $Z_k = Z_E + Z_{0k} + Z_{sk}$ . În acest caz pentru schema din fig.1 vom avea sistemul de ecuații:

$$\begin{aligned} I_1 Z_1 &= E \\ I_2 Z_2 &= E \\ &\vdots \\ I_k Z_k &= E \\ &\vdots \\ I_N Z_N &= E. \end{aligned} \quad (1)$$

În sistemul de ecuații (1)  $k=1,2, \dots, n-1, N, 21, 22$ , și numărul de necunoscute sau variabile independente care sunt definite ca curenții de contur coincide cu numărul sarcinilor racordate la rețeaua de alimentare. Sarcinile racordate la rețea sunt laturi transversale în schema echivalentă examinată.

Vom transforma sistemul de ecuații (1) astfel:

$$\begin{aligned} I_1 Z_1 + I_2 0 + \dots + I_{N-1} 0 + I_N 0 + I_{21} 0 + I_{22} 0 &= E \\ I_1 0 + I_2 Z_2 + \dots + I_{N-1} 0 + I_N 0 + I_{21} 0 + I_{22} 0 &= E \\ &\vdots \\ I_1 0 + I_2 0 + \dots + I_{N-1} Z_{N-1} + I_N 0 + I_{21} 0 + I_{22} 0 &= E \\ I_1 0 + I_2 0 + \dots + I_{N-1} 0 + I_N Z_N + I_{21} 0 + I_{22} 0 &= E \\ I_1 0 + I_2 0 + \dots + I_{N-1} 0 + I_N 0 + I_{21} Z_{21} + I_{22} 0 &= E \\ I_1 Z_1 + I_2 0 + \dots + I_{N-1} 0 + I_N 0 + I_{21} 0 + I_{22} Z_{22} &= E. \end{aligned} \quad (2)$$

Sistemul de ecuații (2) se poate prezenta în formă concisă ca o ecuație matricială:

$$BX = Y, \quad (3)$$

în care

$$B = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Z_{N-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{21} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{22} \end{pmatrix} -$$

matrice diagonală care include impedanțele de contur;

$X = (I_1, I_2, \dots, I_{N-1}, I_N, I_{21}, I_{22})^T$  - matricea transponată a mărimilor necunoscute, curenților de contur;

$Y = (E, E, \dots, E, E, E, E)^T$  - matricea transponată a mărimilor cunoscute.

Valorile mărimilor necunoscute de determină utilizând regula lui Cramer:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\det(B_{I1})}{\det(B)}; I_2 = \frac{\det(B_{I2})}{\det(B)}; \dots; I_{N-1} = \frac{\det(B_{I,N-1})}{\det(B)}; \\ I_N &= \frac{\det(B_{IN})}{\det(B)}; I_{21} = \frac{\det(B_{I21})}{\det(B)}; I_{22} = \frac{\det(B_{I22})}{\det(B)}, \end{aligned} \quad (4)$$

în care matricele  $B_{I1}, B_{I2}, \dots, B_{I,N-1}, B_{IN}, B_{I21}, B_{I22}$  prezintă de asemenea matrice pătrate, determinantul cărora este produsul elementelor diagonalei principale, ca și în cazul matricei pătrate  $B$ . În determinantul matricelor  $B_{I1}, B_{I2}, \dots, B_{I,N-1}, B_{IN}, B_{I21}, B_{I22}$  impedanța de contur din determinatul matricei  $B$  este substituit de către t.e.m.  $E$  a sursei de alimentare sau dacă avem mai multe surse de suma algebrică a surselor ce sunt incluse în circuitul conturului examinat.

Pentru circuitele de curent continuu mărimile notate prin sunt rezistențe active, iar în cazul unui circuit de curent alternativ mărimile  $Z$  sunt numere complexe. Ținând cont că componentele

inductive și capacitive a impedențelor de contur  $Z_k$  sunt funcții de frecvență  $\omega$ , reiese că în cazul alimentării circuitului de la o sursă de curent (tensiune) sinusoidală raportul determinanților  $\det(B_{ik})/\det(B)$  prezintă raportul a două polinoame de gradul  $m$  și  $n$ , pentru care se îndeplinesc condiția  $m < n$ .

Pentru regimul permanent curenții de contur se pot calcula cu ajutorul relației:

$$I_k = E \frac{Q(\omega)}{D(\omega)}, \quad (5)$$

în care  $\omega$  - frecvența unghiulară, valoarea căruia pentru cazul unui circuit de curent continuu este egală cu zero.

Căderea tensiunii pe impedența sarcinii de la curentul de contur determină valoarea tensiunii în rețea în nodul de racord, deci

$$U_k = I_k Z_{sk} = E \frac{Q(\omega) Z_{sk}}{D(\omega)}. \quad (6)$$

Relația (6) ne permite să determinăm profilul tensiunii în circuitul examinat. Valorile curenților în porțiunile longitudinale se determină în baza primei legi a lui Kirchhoff. Menționăm, că valoarea curentului de intrare  $I_E$ , deci absorbit de la sursa de alimentare, va fi egală cu suma curenților ce se scurg prin sarcinile conectate la rețeaua de alimentare:

$$I_E = \sum_{k=1}^M I_k, \quad (7)$$

în care  $M$  - este determinat de numărul variabilelor (necunoscutelor) independente - curenții de contur.

### 3.2. Calculul regimului tranzitoriu

#### 3.2.1 Determinarea valorilor imaginii funcțiilor originale

Procedeul aplicat pentru calcularea regimului permanent este robust și în cazul determinării caracteristicilor regimului tranzitoriu în circuitul arboriscent. În acest caz este necesar de definit caracterul impedențelor sarcinilor racordate la rețea, deci este necesar de nominalizat caracterul fiecărei sarcini: activ, inductiv, capacitiv sau activ-inductiv (cel mai frecvent), activ-capacitiv. Porțiunile longitudinale ale circuitului sunt impedențe cu caracter activ-inductiv, valorile

căroră depind de valorile parametrilor lineice  $r_0$  și  $L_0$ , și lungimea porțiunii respective. Impedența internă  $Z_E$  a sursei de asemenea este formată din rezistența activă  $r_E$  și inductivitatea  $L_E$ .

Pentru cazul examinării regimului tranzitoriu echilibrul tensiunilor în circuit se prezintă de un sistem de ecuații integro-diferențiale. Vom menționa, că în caz general aceste ecuații trebuie să fie întocmite reieșind din ipoteza, că condițiile inițiale sunt nenule. Totuși, pentru a prezenta esența procedurii este util de considerat, că condițiile inițiale sunt nule. Concomitent nu vom stipula ce caracter are sursa de alimentare a circuitului, deci este o sursă de curent continuu sau o sursă de curent alternativ. Valorile curenților și tensiunilor în ecuațiile echilibrului tensiunii sunt mărimi instantanee, iar parametrii în schema echivalentă au valori constante, deci circuitul este liniar.

Vom considera, că sarcinile cu indici impari au caracter activ-inductiv, iar cele cu indici pari caracter activ capacitiv. Pentru aceste condiții avem posibilitatea de a formula ecuațiile integro-diferențiale în formă generalizată.

$$\begin{aligned} R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} &= e \\ R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2 dt &= e \\ R_3 i_3 + L_3 \frac{di_3}{dt} &= e \\ &\vdots \\ R_{2k-1} i_{2k-1} + L_{2k-1} \frac{di_{2k-1}}{dt} &= e \\ R_{2k} i_{2k} + L_{2k} \frac{di_{2k}}{dt} + \frac{1}{C_{2k}} \int_0^t i_{2k} dt &= e, \end{aligned} \quad (7)$$

în care  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Pentru determinarea variabilelor necunoscute vom utiliza metoda operațională, transformând ecuațiile integro-diferențiale ale sistemului (7) în ecuații algebrice:

$$\begin{aligned} R_1 I_1(p) + I_1(p) p L_1 &= E(p) \\ R_2 I_2(p) + I_2(p) p L_2 + \frac{1}{p C_2} I_2(p) &= E(p) \\ R_3 I_3(p) + I_3(p) p L_3 &= E(p) \\ &\vdots \\ R_{2k-1} I_{2k-1}(p) + I_{2k-1}(p) p L_{2k-1} &= E(p) \\ R_{2k} I_{2k}(p) + I_{2k}(p) p L_{2k} + \frac{1}{p C_{2k}} I_{2k}(p) &= E(p). \end{aligned} \quad (8)$$

Sistemul de ecuații (8) îl vom transcrie în forma sistemului (2):

$$\begin{aligned}
 I_1(p)[R_1 + pL_1] + I_2(p)*0 + \dots + I(p)_{2k-1} *0 + \\
 + I_{2k}(p)*0 = E_1(p) \\
 I_1(p)*0 + I_2(p)[R_2C_2 + L_2C_2p^2 + 1] + \dots + \\
 + I(p)_{2k-1} *0 + I_{2k}(p)*0 = E_2(p)pC_2 \\
 I_1(p)*0 + I_2(p)*0 + I_3(p)[R_3 + pL_3] + \dots + \\
 + I(p)_{2k-1} *0 + I_{2k}(p)*0 = E_3(p) \\
 \vdots \\
 I_1(p)*0 + I_2(p)*0 + \dots + \\
 + I(p)_{2k-1}[R_{2k-1} + pL_{2k-1}] + I(p)_{2k-1} *0 = E_{2k-1}(p) \\
 I_1(p)*0 + I_2(p)*0 + \dots + \\
 + I(p)_{2k-1} *0 + I_{2k}(p)[R_{2k}C_k p + pL_{2k}C_{2k}p^2 + 1] = \\
 = E_{2k}(p)pC_{2k}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Ecuațiile (9) se pot prezenta în formă matricială a ecuației (3), în care vectorul transpus al mărimilor căutate este prezentat de relația  $X(p) = [I_1(p), I_2(p), \dots, I_{2k-1}(p), I_{2k}(p)]^T$ , iar a celor cunoscute de vectorul transpus, considerând că mărimile funcțiilor imagine  $E(p) = E_1(p) = E_2(p) = \dots = E_{2k}(p)$  sunt notate cu indici doar pentru a avea o mai mare claritate la citirea vectorului

$$Y(p) = [E_1(p), pC_2E_2(p), E_3(p), pC_4E_4(p), \dots, \dots, E_{2k-1}(p), pC_{2k}E_{2k}(p)]^T.$$

Matricea pătrată a coeficienților din sistemul de ecuații (9) dacă notăm elementele ei prin:

$$\begin{aligned}
 Z_1(p) = R_1 + pL_1; \quad Z_2(p) = L_2C_2p^2 + R_2C_2p + 1; \dots; \\
 \dots; \quad Z_{2k-1}(p) = R_{2k-1} + pL_{2k-1},
 \end{aligned}$$

obținem matricea pătrată  $B(p)$  a coeficienților:

$$B(p) = \begin{pmatrix} Z_1(p) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_2(p) & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & Z_{2k-1}(p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Z_{2k}(p) \end{pmatrix}.$$

Valorile imaginilor funcțiilor căutate de asemenea în acest caz se vor calcula conform regulii Cramer (a vedea relațiile (4), (6) și (7)). În acest caz obținem:

$$\det B(p) = Z_1(p)Z_2(p)Z_3(p)\dots Z_{2k-1}(p)Z_{2k}(p).$$

Respectiv, determinații complementari se vor determina de relațiile respective în dependență de indicele imaginii curentului examinat ca mărime necunoscută:

$$\det B_{I_1}(p) = E_1(p)*Z_2(p)\dots Z_{2k-1}(p)*Z_{2k}(p);$$

$$\det B_{I_2}(p) = Z_1(p)*pC_2E_2(p)*\dots *Z_{2k-1}(p)*Z_{2k}(p);$$

$$\det B_{I_3}(p) = Z_1(p)*Z_2(p)*E_3(p)*\dots *Z_{2k-1}(p)*Z_{2k}(p);$$

$$\det B_{I_{2k-1}}(p) = Z_1(p)*Z_2(p)*\dots *E_{2k-1}(p)*Z_{2k}(p);$$

$$\det B_{I_{2k}}(p) = Z_1(p)*Z_2(p)*\dots *pC_{2k}E_{2k}(p)*Z_{2k}(p),$$

în care  $E(p) = E_1(p) = E_2(p) = \dots = E_k(p)$ .

Valorile imaginilor funcțiilor original a curenților se calculează cu relații similare (4), iar valorile imagine a funcțiilor original privind tensiunea în punctul de racord cu utilizarea relațiilor (6). Vom menționa că imaginile funcțiilor original a curenților se determină din relația  $I(p) = E(p)Q_i(p)/D_i(p)$ , în care  $Q_i(p)$  și  $D_i(p)$  sunt polinoame de grad înalt. Gradul polinoamelor depinde de caracterul și numărul sarcinilor racordate la circuitul de la care se alimentează.

Funcția imagine a tensiunii în nodul de racordare se calculează conform teoremei lui Ohm, deci

$$U_{S,2k-1}(p) = I_{2k-1}(p)Z_{S,2k-1} = \frac{\det B_{I_{2k-1}}(p)}{\det B(p)} Z_{S,2k-1}(p),$$

pentru sarcina cu caracter activ inductiv și

$$U_{S,2k}(p) = I_{2k}(p)Z_{S,2k}(p) = \frac{\det B_{I_{2k}}(p)}{\det B(p)} Z_{S,2k}(p)$$

pentru sarcina cu caracter activ capacitiv.

Vom menționa, că mărimile imagine notate prin  $Z_{S,2k-1}(p)$  și  $Z_{S,2k}(p)$  sunt prezentate de următoarele relații:

$$Z_{S,2k-1}(p) = r_{S,2k-1} + pL_{S,2k-1};$$

$$Z_{S,2k}(p) = \frac{r_{S,2k}C_{S,2k}p+1}{pC_{S,2k}},$$

unde  $k=1,2,3,\dots$  și mărimea  $k$  depinde de numărul punctelor de racord la rețea a sarcinilor.

Ca și în cazul calculării valorilor imagine a funcției originale a curentului avem o relație similară după structură și pentru determinarea valorii imaginii funcției originale a tensiunii în orice nod de conectare a sarcinilor la rețea:

$$U_{S,2k-1}(p) = E(p) \frac{Q_{U,S2k-1}(p)}{D_U(p)},$$

$$U_{S,2k}(p) = E(p) \frac{Q_{U,S2k}(p)}{D_U(p)}.$$

Comun atât pentru cazul imaginii funcției curentului, cât și a imaginii funcției tensiunii se prezintă faptul că în relațiile de calcul este prezentă componenta raportului a două polinoame de grad înalt. Vom menționa, determinarea expresiei funcției imagine se reduce la calcularea rădăcinilor polinomului notat prin  $D(p)$ , determinarea derivatei lui și calcularea pentru fiecare valoare a rădăcinilor a valorii raportului  $Q(p_i)/D'(p_i)$ , polinomului  $D(p) = 0$ .

### 3.2.2. Determinarea funcției originale

Este cunoscut, că raportul a două polinoame  $Q(x)/D(x)$  se poate prezenta ca suma componentelor

$$\frac{Q(x)}{D(x)} = A_1 \frac{1}{x-x_1} + A_2 \frac{1}{x-x_2} + \dots + A_n \frac{1}{x-x_n},$$

în care  $x_1, x_2, \dots, x_n$  sunt rădăcinile polinomului  $D(x)$  de gradul  $n$ .

Pentru imaginile funcțiilor originale a mărimilor necunoscute noi am obținut că valorile lor sunt prezentate de expresia care include raportul a două polinoame de grad superior  $Q(p)$  și  $D(p)$ . Raportul acestor polinoame de asemenea se poate prezenta ca suma a mai multor componente, deci

$$\frac{Q(p)}{D(p)} = A_1 \frac{1}{p-p_1} + A_2 \frac{1}{p-p_2} + \dots + A_n \frac{1}{p-p_n}.$$

Mărimile  $p_1, p_2, \dots, p_n$  sunt rădăcinile polinomului  $D(p) = 0$  și se referă la componenta liberă a procesului nestaționar.

Calcularea rădăcinilor polinoamelor de grad înalt prezintă o problemă dificilă, dar cunoașterea valorilor rădăcinilor este o condiție necesară pentru a determina expresia analitică a funcției originale căutată, de exemplu, evoluția curentului și tensiunii în procesul tranzitoriu în punctele de racord ale sarcinilor  $RLC$ .

Pentru polinoamele  $D_I(p)$  și  $D_U(p)$  rădăcinile se calculează relativ simplu, deoarece aceste polinoame includ grupări similare de componente de primul grad și de gradul doi. Gruparea tipică pentru schema examinată are următoarea structură  $(b_1p+b_0)(a_2p^2+a_1p+1) = 0$ . Determinarea rădăcinilor se reduce la calcularea lor pentru ecuații de tipul  $b_1p+b_0=0$  și  $a_2p^2+a_1p+1=0$  pentru fiecare din conturul selectat al circuitului prezentat în fig.1.

Din ecuația (9), reiese că pentru punctul de racord  $k$  avem:  $a_{2,2k} = L_{2k}C_{2k}$ ,  $a_{1,2k} = R_{2k}C_{2k}$ ,  $b_{1,2k-1} = L_{2k-1}$ ,  $b_0 = R_{2k-1}$ . Rădăcinile ecuației de gradul unu și ecuației patrate:

$$p_1 = -\frac{b_0}{b_1} = -\frac{R_{2k-1}}{L_{2k-1}},$$

$$p_{2,3} = \frac{-R_{2k}C_{2k} \pm \sqrt{(R_{2k}C_{2k})^2 - 4L_{2k}C_{2k} * 1}}{2L_{2k}C_{2k}} =$$

$$= \frac{-R_{2k} \pm \sqrt{R_{2k}^2 - 4Z_{2k}^2}}{2L_{2k}}, \quad (9)$$

în care  $Z_{2k}^2 = L_{2k}/C_{2k}$  - impedanța caracteristică a conturului examinat.

Mărimile  $p_1, p_2, p_3$  sunt determinate de parametrii  $RLC$  a conturilor respective și se definesc ca constante de timp.

Valorile coeficienților  $A_1, A_2, \dots, A_n$ , de exemplu  $A_1$  se determină prin înmulțirea părții din dreapta și din stânga la  $p-p_1$  și în caz că  $p \rightarrow p_1$  obținem  $(p-p_1)Q(p)/D(p) = A_1$ . Pentru a exclude nedeterminanța ne vom folosi de regula lui L'Hôpital. Aceasta ne permite determinarea valorilor coeficienților notați prin  $A_1, A_2, \dots, A_n$  din relația  $A_k = Q(p_k)/D'(p_k)$ . Deoarece conform transformantei Laplace  $1/(p-\alpha) \rightarrow e^{\alpha t}$ , reiese că funcțiile originale

necunoscute pentru curenții cu indicele  $2k-1$  se pot determina utilizând relația:

$$i_{2k-1}(t) = \sum_{i=1}^n E(p_i) \frac{Q_i(p_i)}{D'(p_i)} e^{p_i t}$$

iar pentru curenții cu indicii  $2k$  utilizând formula:

$$i_{2k}(t) = \sum_{i=1}^n p_i C_{2k} E(p_i) \frac{Q_i(p_i)}{D'(p_i)} e^{p_i t}$$

Funcțiile originale ale tensiunii în punctele de racord ale sarcinilor la rețea se vor determina de expresiile:

$$u_{2k-1}(t) = \sum_{i=1}^n E(p_i) \frac{Q_i(p_i)}{D'(p_i)} (r_{S,2k-1} + p_i L_{S,2k-1}) e^{p_i t}$$

$$u(t)_{S,2k} = \sum_{i=1}^n p_i C_{2k} E(p_i) \frac{Q_i(p_i)}{D'(p_i)} \frac{(r_{S,2k} C_{2k} p_i + 1)}{p_i C_{2k}} e^{p_i t} =$$

$$= \sum_{i=1}^n E(p_i) \frac{Q_i(p_i)}{D'(p_i)} (r_{S,2k} C_{2k} p_i + 1) e^{p_i t}.$$

### Concluzii

S-a propus o tratare generalizată a procedurii de calcul a regimului staționar și permanent în rețeaua de distribuție a energiei electrice de joasă tensiune cu sarcini distribuite spațial. Noutatea rezultatelor este determinată de faptul, că calcularea regimului permanent și a regimului tranzitoriu se face în baza unui algoritm similar

### Informații despre autori.



**Berzan V**, dr. hab. în tehnică. Domeniul intereselor științifice: diagnoza echipamentului energetic, procese nestaționare în circuite electrice neomogene, modelarea matematică, transportul energiei electrice, surse regenerabile de energie. Autor a peste 230 publicații științifice, inclusiv 30 brevete și 12 monografii.  
E-mail: [berzan@ie.asm.md](mailto:berzan@ie.asm.md)



**Postoronca Sv.**, cercetător științific. Domeniul de interes - automatica, electronica de putere, sisteme de conversie a energiei surselor regenerabile. Autor și coautor a 20 lucrări științifice. E-mail: [slavapostoronca@mail.ru](mailto:slavapostoronca@mail.ru)

de calcul, care se realizează în baza unei metodologii unice de aplicare.

### Bibliografia (References)

- [1] Vieru, D., Tatian, I., Postoronca Sv. Procedeu de calculul al regimului staționar a rețelei electrice arborescente. Conferința științifică Jubiliară a studenților și colaboratorilor UTM, 20 octombrie, 2014, Chișinău. Secțiunea EIE-1. Electroenergetica. 4p.
- [2] Rețele electrice de distribuție și integrarea generării dispersate/ Calculul regimului permanent prin metoda ascendent-descendent/ Ioan Triștiu, 2006-2007. <http://documents.tips/documents/calculul-regimului-permanent-cu-metoda-ascendent-new.html> (accesat 14.12.2015)
- [3] Eremia M., Triștiu I. *Electric power systems*. Vol.I. Electric networks. Editura Academiei Române, 2006.
- [4] Bessonov L.A. Teoreticheskie osnovi electrotehniki. [Bessonov L.A. Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. M.: Visshaia shkola, 1978. – 528pp.
- [5] Berzan V., Rimschi V. *Procese nestaționare în circuite electrice neomogene*. Sub red. Prof. Postolache p. Ch.: Comb. Polig, 1988.-416p.
- [6] Circuite electrice liniare în regim tranzitoriu. [http://www.elth.pub.ro/~nemo/Bazele\\_Electrotehnicii\\_1/Note%20de%20curs/Circuite%20in%20regim%20tranzitoriu.pdf](http://www.elth.pub.ro/~nemo/Bazele_Electrotehnicii_1/Note%20de%20curs/Circuite%20in%20regim%20tranzitoriu.pdf). (accesat 14.12.2015)