



Universitatea Tehnică a Moldovei

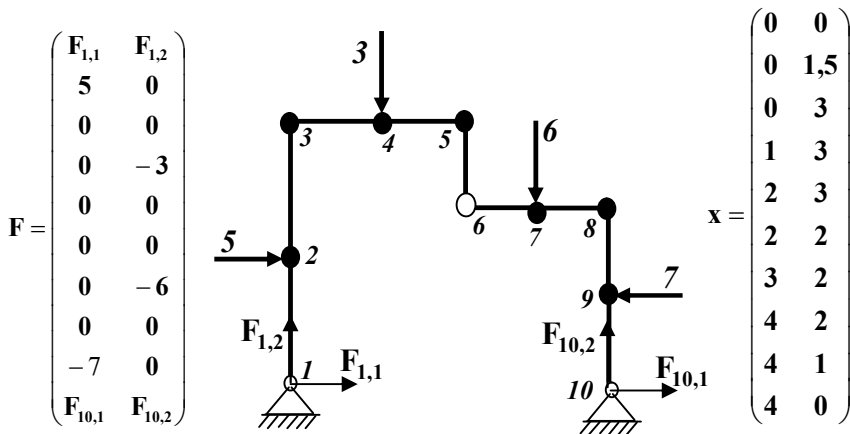
Viorica MARINA

REZISTENȚA MATERIALELOR I

FORȚE ȘI TENSIUNI

Breviarul cunoștințelor fundamentale

Note de curs



$$\sum_{k=1}^n F_{k,i} = 0 \quad \sum_{k=1}^n (F_{k,i} x_{k,j} - F_{k,j} x_{k,i}) = 0$$

Chișinău

2022

Universitatea Tehnică a Moldovei
Facultatea Inginerie Mecanică, Industrială și
Transporturi
Departamentul Bazele Proiectării Mașinilor

Viorica MARINA

REZISTENȚA MATERIALELOR I
FORȚE ȘI TENSIUNI
Breviarul cunoștințelor fundamentale

Note de curs

Chișinău
Editura “Tehnica-UTM”
2022

CZU 539.3/4(075.8)

M 39

Lucrarea a fost discutată și aprobată pentru editare la Consiliul Facultății Inginerie Mecanică, Industrială și Transporturi, proces-verbal nr.7 din 30.06.22.

În această lucrare sunt incluse *Notele de curs* ce țin de capitolul *Forțe și tensiuni*. Noțiunile fundamentale se definesc într-o formă accesibilă modului actual de gândire și comunicare cu calculatorul. Se ține cont de impactul pe care îl are dezvoltarea metodelor numerice asupra modului în care este predat cursul *Rezistența materialelor*.

Astfel, se pune accentul pe schemele de discretizare a structurii și a sistemului de forțe, care permite o formulare concentrată a problemelor în formă matriceală.

Lucrarea este destinată studenților cu profil mecanic, construcții și arhitectură.

Redactor responsabil: prof.univ., dr.hab. în șt.fiz.-mat.
Vasile MARINA

Recenzent: prof.univ., dr.hab. în șt.fiz.-mat.
Alexandru BARSUC

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN RM

Marina, Viorica.

Rezistența materialelor: Note de curs / Viorica Marina; redactor responsabil: Vasile Marina; Universitatea Tehnică a Moldovei, Facultatea Inginerie Mecanică Industrială și Transporturi, Departamentul Bazele Proiectării Mașinilor.

– Chișinău: Tehnica-UTM, 2022 – . – ISBN 978-9975-45-823-8.

[Partea] 1-a: Forțe și tensiuni: Breviarul cunoștințelor fundamentale.

– 2022. – 161 p.: fig., tab. – Bibliogr.: p. 159 (9 tit.). – 100 ex.

– ISBN 978-9975-45-824-5.

539.3/4(075.8)

M 39

ISBN 978-9975-45-823-8

© UTM, 2022

ISBN 978-9975-45-824-5 (Partea I)

INTRODUCERE

Pentru utilizarea eficientă a calculatorului se impun schimbări esențiale de orientare în domeniul calculului structurilor. Prin posibilitățile noi apărute, când volumul calculelor numerice nu mai reprezintă un obstacol, s-a ajuns la un alt mod de a privi schematizarea comportării structurilor și implicit la o altă poziție privind formularea și sistematizarea aplicării metodelor de calcul.

Datorită metodelor specifice oferite de calculul automatizat, se deschide posibilitatea unei unificări a modului de abordare pentru diferite categorii de probleme din calculul structurilor. Sistematizarea metodelor de calcul sub forma unor algoritmi ușor programabili impune utilizarea unei formulări adecvate, care este formularea matricială, prin care se obține o exprimare deosebit de concentrată și susceptibilă de a cuprinde generalitatea problemelor tratate. Cu toate acestea, utilizarea metodelor numerice necesită o bună înțelegere a conceptelor din Rezistența Materialelor și Teoria Elasticității. Se spune, pe deplin justificat, că *o metodă numerică, de exemplu, Metoda Elementelor Finite, poate transforma un inginer bun într-unul foarte bun și un inginer slab într-unul periculos* [9]. Dacă pentru cei familiarizați cu metodele matriciale avantajele sunt evidente, acest mod de formulare nu trebuie să umbrească fenomenele mecanice care se oglindesc în calcul. Ca atare, drumul normal de înțelegere și însușire a metodelor de calcul nu poate ocoli formulările particulare înainte de a aborda formulările matriciale unde domină generalul.

Pornind de la aceste considerente, lucrarea este consacrată studiului variației eforturilor, tensiunilor și calculul la rezistență în sisteme mecanice elementare: bare drepte și cadre. În cazul

sistemelor simple, avantajele metodelor generale pot fi comparate, fără a depune mari eforturi, cu cele caracteristice calculului manual în care fiecare problemă se consideră ca un caz individual, cu specificul său tratat ca atare. În condițiile utilizării în practica de calcul a calculatorului, este firesc să se urmărească posibilitățile de automatizare integrală a rezolvării problemelor, proiectantului revenindu-i să furnizeze numai datele inițiale. În consecință, metoda de calcul utilizată trebuie sistematizată astfel încât să se reducă la o succesiune precis definită de operații simple, conducând la un algoritm ușor programabil.

Orientarea spre general, condiționată de necesitatea formulării de algoritmi aplicabili unor categorii mari de structuri, cere ca structura însăși să fie definită sub formă generală. Aceasta se realizează definind un anumit model de calcul, obținut prin discretizarea structurii schematizate, și anume, considerând structura ca alcătuită dintr-un număr finit de bare prinse între ele în noduri.

Modelul structurii discretizate cuprinde două categorii de elemente: (a) nodurile, care sunt privite drept corpuri rigide de sine stătătoare, asupra cărora pot fi aplicate sarcini și unde pot interveni legături cu mediul exterior; (b) barele, care sunt prinse la extremități de noduri prin anumite legături (încăstrare, articulare). Definirea modelului trebuie înțeleasă în sens larg, fiind posibil să se considere noduri nu numai punctele de întâlnire a mai multor bare, sau cele de frângere ale barelor cotite, ci și anumite puncte intermediare, de exemplu punctele de aplicare a forțelor concentrate, puncte în care se dorește determinarea mărimilor eforturilor, tensiunilor, deplasărilor etc.

Privitor la încărcări, concepția discretizării structurii implică și reducerea la noduri a sarcinilor ce acționează pe parcursul barelor în formă de forțe concentrate aplicate în noduri. În aceste condiții, se definesc două matrice: matricea coordonatelor nodurilor și matricea sistemului de forțe exterioare.

Datorită prezentării forței sub formă de matrice coloană, iar a momentului forței sub formă de matrice antisimetrică 3×3 , în

ecuațiile de echilibru figurează numai matricele coordonatelor nodurilor și a sistemului de forțe exterioare. Eficiența și universalitatea algoritmului necesită și utilizarea unui mod adecvat pentru notațiile mărimilor mecanice.

În partea ce ține de *Forțe și tensiuni* se definesc noțiunile de forțe interioare, modelate din punct de vedere matematic cu tensor de ordinul al doilea numit *tensor tensiune*, se deduc *ecuațiile locale de echilibru* al mediului continuu deformabil și se pun în evidență *proprietățile tensorului tensiune*. Pe lângă partea ce ține de *Forțe și tensiuni* modelul general al mediului deformabil se mai construiește pe capitolele *Deplasări și deformații, Relații între tensiuni și deformații*. Cu scopul de a reduce efectele legate de complexitatea în creștere a modelului matematic și lipsa unui raport optimal între curs – seminar – laborator, se propune a trece la calculul tensiunilor în bare drepte bazat pe ipoteza distribuției liniare a tensiunilor normale în cadrul secțiunilor transversale. În relațiile pentru tensiuni în bare drepte intervin două tipuri de mărimi: *eforturi secționale și caracteristici geometrice*. Sunt prezentați algoritmi de calcul ai acestor mărimi.

Pe lângă modelul discretizat al structurii și sistemului de forțe se examinează modelul continuu. Este elaborat algoritmul de calcul al eforturilor secționale în cazul unui sistem de forțe exterioare distribuite. Sunt analizate legăturile de variație a eforturilor în funcție de particularitățile de distribuire a forțelor exterioare și modalităților de sprijinire a barei.

prof.univ., dr.hab. în șt.fiz.-mat.
Vasile MARINA

CUPRINS

Introducere	3
1. NOȚIUNI PRIMARE	6
1.1. Sistem de referință. Notații ordonate.....	6
1.2. Regula de transformare a coordonatelor la rotirea sistemului de referință. Scrieri indiciale.....	9
1.3. Forțe și tensiuni. Ecuațiile de echilibru.....	13
1.4. Forțe interioare. Principiul tensiunilor Cauchy.....	18
1.5. Ecuațiile locale de echilibru.....	23
1.6. Ecuațiile de echilibru la frontiera corpului.....	26
1.7. Tensiuni principale.....	26
1.8. Descompunerea tensorului tensiune în deviator și tensor sferic.....	29
2. EFORTURI ȘI TENSIUNI ÎN BARELE DREPTE	30
2.1. Clasificarea și schematizarea corpurilor în rezistența materialelor.....	30
2.2. Schematizarea sarcinilor.....	33
2.3. Tipuri de legături.....	35
2.4. Eforturi secționale.....	36
2.5. Calculul tensiunilor normale într-o bară dreaptă.....	40
2.6. Tensiuni tangențiale la încovoiere.....	46
3. CALCULUL EFORTURILOR ÎN BARELE DREPTE ȘI CADRE	50
3.1. Probleme unidimensionale.....	50
3.2. Tipuri simple de solicitări.....	56
3.3. Algoritm eficient de calcul al eforturi.....	58
4. CARACTERISTICILE GEOMETRICE	78
4.1. Momente statice. Centrul de greutate.....	78
4.2. Momente de inerție.....	80
4.3. Momente principale de inerție.....	84
4.4. Variația momentelor de inerție în raport cu axele paralele.....	88
5. CALCULUL LA REZISTENȚĂ	90
5.1. Proprietățile mecanice ale materialelor.....	90
5.2. Încercarea materialelor la întindere.....	90

5.3. Criteriu de stare limită. Cazuri particulare.....	95
5.4. Proiectarea optimă a barei la încovoiere.....	105
6. CALCULUL EFORTURILOR CU FORȚE	
DISTRIBUITE.....	108
7. LUCRARE DE CALCUL.....	129
7.1. Condițiile problemelor și variante.....	129
7.2. Exemple de probleme rezolvate.....	138
Bibliografie.....	159

Bibliografie

1. Marina V. Calculul tensorial pentru ingineri, Vol I., Chișinău: Editura „Tehnica-Info”, 2006, ISBN 978-9975-910-00-2, - 404 p.
2. Marina V. Considerații privind o nouă concepție de predare a cursului rezistența materialelor. REZMAT 4, Buletinul metodico-științific al Consfătuirii Naționale REZMAT-4, Brașov 29 mai 1997, pp. 47-50.
3. Marina V. Considerații privind noțiunile fundamentale ale mecanicii corpului deformabil. REZMAT 6, Buletinul metodico-științific al Consfătuirii Naționale REZMAT-6, Constanța, 3-5 iunie, 1999, pp. 51-56.
4. Marina V. Introducere în mecanica corpului deformabil și rezistența materialelor. Ciclul de prelegeri. Partea I. Chișinău: Editura UTM, 1993. - 56 p.
5. Marina V. Mecanica rațională. Vol.I. - Chișinău: Editura Elena V.I., 2011, ISBN 978-9975-106-69-6, - 552 p.
6. Marina V.Iu., Marina V.I. Introducere în mecanica corpului solid deformabil și rezistența materialelor. - Chișinău: Editura UTM, 2017, ISBN 978-9975-45-475-9, - 324 p.
7. Fiodosiev V.I. Rezistența materialelor. - Chișinău: Editura Lumina, 1992, ISBN 5-372-01188-2, - 253 p.
8. Bărsănescu P.D., Ciobanu O. Rezistența materialelor. Vol.I. - Iași: Ed. „Gheroghe Asachi”, 2001, ISBN 973-8292-05-0, 420 p.
9. Bărsănescu P.D. Rezistența materialelor. Elemente de stabilitate, elasticitate și solicitări compuse. Vol.II. - Iași: Ed.Tehnopress, 2022, ISBN 978-606-687-482-3, - 407 p.