



UNIVERSITE  
TECHNIQUE  
DE MOLDOVA



AGENCE  
UNIVERSITAIRE  
DE LA  
FRANCOPHONIE

Faculté Ordinateurs, Informatique et Microélectronique  
*Filière Francophone Informatique*

*Vasile MORARU*

***RECHERCHE  
OPÉRATIONNELLE***  
Eléments de cours

Chişinău  
U.T.M.  
2012

În lucrare este tratată metoda simplex în vederea utilizării acesteia în determinarea soluțiilor optime a problemelor de programare liniară, de programare în numere întregi, de programare liniar-fracționară. Se prezintă problema de transport și se abordează dualitatea în programarea liniară.

Lucrarea reprezintă o inițiere în cursul de ***Cercetări operaționale***, conținând exemple și exerciții care să faciliteze studiul individual și este destinată studenților din anul doi de la ***Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică, Filiera francofonă Informatica***.

Autor: conf. univ., dr. Vasile Moraru

Responsabil pentru ediție: conf. univ. Liviu Carcea

Recenzenți: conf.univ., dr. Mihail Perebinos  
lector superior Daniela Istrati

# Table des matières

<b>Avant- Propos</b> .....	3
<b>1. NOTIONS CONCERNANT LES ENSEMBLES ET LES FONCTIONS CONVEXES</b> .....	6
1.1. <i>Ensembles convexes</i> .....	6
1.2. <i>Fonctions convexes</i> .....	10
<b>2. LA PROGRAMMATION LINEAIRE</b> .....	16
2.1. <i>Problème général de programmation linéaire</i> .....	16
2.2. <i>Exemples de problèmes de programmation linéaire</i> .....	18
2.3. <i>Forme d'un problème de programmation linéaire</i> .....	21
2.4. <i>Interprétation géométrique des problèmes de programmation linéaire à deux variables</i> .....	24
<b>III. Méthode du Simplexe</b> .....	27
3.1. <i>Solution admissible de base</i> .....	28
3.2. <i>Critère d'optimisation</i> .....	30
3.3. <i>Algorithme du simplexe</i> .....	33
3.4. <i>Tableaux simplexe</i> .....	40
3.5. <i>Détermination de la solution initiale de base</i> .....	47
<b>IV. Dualité en programmation linéaire</b> .....	49
4.1. <i>Problèmes duals symétriques</i> .....	49
4.2. <i>Théorèmes duales de la programmation linéaire</i> .....	51
4.3. <i>Algorithme simplexe dual</i> .....	54
<b>V. Résolution des problèmes de transport</b> .....	60
5.1. <i>Préliminaires</i> .....	60
5.2. <i>Détermination de la solution initiale de base</i> .....	62
5.3. <i>Méthode des potentiels</i> .....	68
<b>VI. Programmation linéaire en nombres entiers</b> .....	78
<b>VII. Programmation linéaire fractionnaire</b> .....	87
<b>VIII. Réoptimisation et analyse paramétrique</b> .....	90
8.1. <i>Modification du vecteur des paramètres libres</i> .....	90
8.2. <i>Modification des coefficients de la fonction objective</i> .....	92
8.3. <i>Ajout d'un vecteur colonne à la matrice A</i> .....	94
8.4. <i>Modification d'un vecteur colonne de la matrice A</i> .....	94
8.5. <i>Ajout de nouvelles contraintes</i> .....	95
<b>IX. RESOLUTION DES PROBLEMES A L'ORDINATEUR</b> .....	96
9.1. <i>Le produit informatique QM</i> .....	96
9.2. <i>Lancement du paquet et sortie</i> .....	97
9.3. <i>Résolution d'un problème de programmation linéaire</i> .....	97
9.4. <i>Résolution d'un problème de transport</i> .....	103
<b>X. Exercices</b> .....	105
<b>XI. Solutions de quelques exercices</b> .....	110
<b>BIBLIOGRAPHIE</b> .....	113

## ***Avant- Propos***

Dans l'industrie, le commerce, l'administration, l'économie, la chimie, l'énergie, le transport, les réseaux, dans presque tous les domaines de l'activité humaine apparaissent des problèmes qui conduisent au choix une situation donnée et ce choix doit être fait d'une telle manière qu'il soit assurée la réalisation d'un but bien déterminé. Les problèmes de ce type sont nommés *problèmes de décision*. Un rôle important dans les problèmes de décision le joue les *problèmes d'optimisation* qui consistent dans le calcul du maximum ou du minimum d'une fonction donnée de plusieurs variables liées entre elles par d'une d'entre toutes les possibilités d'action dans des différentes relations. Un cas particulier des problèmes d'optimisation est la *programmation linéaire* qui inclue un système d'équations et (ou) inéquations linéaires, nommées restrictions du problème, aussi qu'une fonction linéaire qui représente le but désiré, le but désiré par la valeur maximale ou minimale de celle-ci.

Le problème de programmation linéaire a été formulé pour la première fois en 1939 par Kantorovitch L.V. En 1947 Dantzig George a élaboré la *méthode simplex* de résolution des problèmes de programmation linéaire. La méthode simplex consiste dans le parcours des sommets du polyèdre des solutions admissibles, en

s'approchant de la solution optimale, jusqu'au moment de sa atteinte dans un des sommets du polyèdre.

Dans l'ouvrage on étudie la méthode simplexe pour son utilisation pour la détermination des solutions optimales des problèmes de programmation linéaire, de programmation des nombres entiers, de programmation linéaire fractionnaire. On présente le problème de transport et on aborde la dualité dans la programmation linéaire. On discute la sensibilité de la solution et on indique les possibilités d'utilisation du produit informatique QM pour la résolution des problèmes à l'aide de l'ordinateur.

Les méthodes d'optimisation linéaire sont incluses dans les programmes d'enseignement universitaire comme objet séparé ou les compartiments des cours de *Recherche Opérationnelle* ou de *Programmation Mathématique*. Les cours respectives sont lues aux étudiants des institutions d'enseignement supérieur avec un profil technique et économique. C'est à eux que cet ouvrage est adressé aussi comme aux autres hommes qui veulent s'initier dans l'optimisation linéaire.

## **BIBLIOGRAPHIE**

1. **Brezinski C.** *Initiation a la programmation linéaire et a l'algorithme du simplex.* Ellipses Edition Marketing S.A., Paris, 2002. 90 p.
2. **Mellouli K. Kamel A. El., Borne P.** *Programmation linéaire et applications. Elements de cours et exercices résolus.* Editions Technip, Paris, 2004, 112 p.
3. **Werra D., Liebling Th. M., Heche J.-F.** *Recherche opérationnelle pour ingénieurs I.* Presses polytechniques et universitaires romandes. Lausanne, 2003, 386 p.
4. **Moraru V., Pârțachi I., Berzan R.** *Introducere în optimizarea liniară.* Editura A.S.E.M., 1997. 112 p.
5. **Smadici C.** *Cercetare operațională.* Universitatea "Al. I. Cuza", Iași, Facultatea de matematică, 1985.- 654p.
6. **Strave P.** *Matematici speciale cu aplicații în economie.* Scrisul românesc, Craiova, 1982.- 547p.
7. **Муртаф Б.** *Современное линейное программирование. Теория и практика.* М.: Мир, 1984.-224p. (traducere din limba engleză **Murtagh B.** *Advanced Linear Programming: Computation and Practice,* 1981).
8. **Схрейвер А.** *Теория линейного и целочисленного программирования.* М.: Мир, 1991.-360p. (traducere din limba engleză. **Schrijver A.** *Theory of linear and integer programming,* 1990)
9. *Lucrări practice. Studiile de caz rezolvate cu produsul informatic QM.* A .S.E. București, 1995.