

Optimizarea rutelor de transmisiune a datelor în rețelele de comunicații prin intermediul algoritmului lui Ford

Andrei Chihai, Dinu Țurcanu, Nicolae Bejan, Lachi Arina, Ion Nistiriuc, Natalia Sharma Popovici, Pavel V.Nistiriuc
Universitatea Tehnică a Moldovei
andrei.chihai@fimet.utm.md

Abstract: In this paper is analyzed the use of the Ford algorithm for determining the minimum length routes in the communication networks.

Termeni cheie – Rețele de comunicații, algoritmul Ford, optimizarea rutelor de transmisiune a datelor, graf orientat.

I. INTRODUCERE

Algoritmul lui Ford permite să determinăm rutele de valoare minimă în rețelele de comunicații prin utilizarea unui graf orientat $G=(X,Y)$ cu și fără circuite, de la un nod s la toate celelalte noduri [1-3]. Fie $l(u)$ valoarea unei rute $u \in Y$.

În particular, algoritmul determină, în cazul în care se solicită, rutele de valoare minimă de la nodul s la un alt nod t . Dacă graful este neorientat sau parțial orientat, fiecărei rute u cu extremitățile i și j și valoarea $l(u)$ se asociază două rute (i,j) și (j,i) cu aceeași valoare $l_{ij} = l_{ji} = l(u)$.

Fiecărui nod j se asociază o variabilă λ_j care va asigura valoarea cea mai mică a rutelor de la nodul s la nodul j ($\lambda_s = 0$).

La utilizarea algoritmului lui Ford, inițial se întocmește un tabel cu toate nodurile grafului rețelei de comunicații și corespunzător cu valorile $\lambda_s = 0, \lambda_j = \infty, j \neq s$, prin utilizarea următorilor doi pași:

- Pasul 1. Pentru toate rutele $(i,j) \in Y$ se compară (dacă are sens) diferența $\lambda_j - \lambda_i$ cu valoarea l_{ij} . Dacă $\lambda_j - \lambda_i > l_{ij}$, atunci $\lambda_j = \lambda_i + l_{ij}$. Dacă $\lambda_j - \lambda_i \leq l_{ij}$ se trece la examinarea unei alte rute. Se repetă pasul 1 într-o nouă iterație până când, pentru toate rutele $(i,j) \in Y$, se verifică relația:

$$\lambda_j - \lambda_i \leq l_{ij}, \quad (1)$$

după care se trece la pasul 2.

- Pasul 2. Rutele de valoare minimă de la nodul s la celelalte noduri se reconstituie din rutele (i,j) , care verifică relația cu egalitatea, adică:

$$\lambda_j - \lambda_i = l_{ij} \quad (2)$$

Rutele cu care verifică egalitate (2) formează un graf parțial al rutelor de lungime minimă de la nodul s la toate celelalte noduri ale grafului rețelei de comunicații. Rutele de valoare maximă se pot obține cu algoritmul lui Ford inițializând $\lambda_s = 0, \lambda_i = -\infty, i \neq s$ și substituind inegalitățile ($>, \leq$) din pașii 1 și 2 prin inegalitățile ($<, \geq$) iar cuvântul "min" prin "max".

II. PARTEA DE BAZĂ.

Posibilitățile de comunicare între localitățile 1 și 6 sunt reprezentate prin graful rețelei de comunicații din fig.1, unde fiecărei rute i se asociază lungimea (în zeci de km) a

tronsoanelor respective. Se solicită, determinarea traseului de lungime minimă între localitățile 1 și 6.

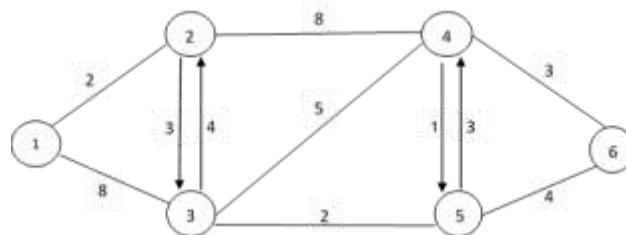


Fig.1. Graful rețelei de comunicații

Traseul minim între nodurile 1 și 6 se determină cu ajutorul algoritmului lui Ford. Fiecare rută cu extremitățile i și j definește două arce (i,j) și (j,i) cu aceeași lungime ($l_{ij} = l_{ji}$).

Inițial, fiecărui nod j al grafului se asociază variabilele λ_j . Se ia $\lambda_i = 0$ și $\lambda_j = \infty, j \neq 1$.

Valorile λ_j sunt prezentate după fiecare iterație în tabelul 1.

TABELUL 1. RUTELE CONFORM ITERAȚIILOR 1 ȘI 2.

| J | λ_j | Inițializare | Iterația 1 | Iterația 2 |
|---|-------------|--------------|------------|------------|
| 1 | λ_1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | λ_2 | ∞ | 2 | 2 |
| 3 | λ_3 | ∞ | 8,5 | 5 |
| 4 | λ_4 | ∞ | 10,8 | 8 |
| 5 | λ_5 | ∞ | 7 | 7 |
| 6 | λ_6 | ∞ | 11 | 11 |

Iterația 1

Pentru fiecare rută (arc) (i,j) dacă relația $\lambda_j - \lambda_i > l_{ij}$ se verifică, atunci $\lambda_j = \lambda_i + l_{ij}$ (pasul 1 din algoritmul lui Ford):

- (1,2) $\lambda_2 - \lambda_1 = \infty > 2 \Rightarrow \lambda_2 = \lambda_1 + 2 = 2$;
 (1,3) $\lambda_3 - \lambda_1 = \infty > 8 \Rightarrow \lambda_3 = \lambda_1 + 8 = 8$;
 (2,1) $\lambda_1 - \lambda_2 = 0 - 2 = -2 < 2$;
 (2,3) $\lambda_3 - \lambda_2 = 8 - 2 = 6 > 3 \Rightarrow \lambda_3 = \lambda_2 + 3 = 5$;
 (2,4) $\lambda_4 - \lambda_2 = \infty > 8 \Rightarrow \lambda_4 = \lambda_2 + 8 = 10$;
 (3,1) $\lambda_1 - \lambda_3 = 0 - 5 = -5 < 8$;
 (3,2) $\lambda_2 - \lambda_3 = 2 - 5 = -3 < 4$;
 (3,4) $\lambda_4 - \lambda_3 = 10 - 5 = 5 = 5$;
 (3,5) $\lambda_5 - \lambda_3 = \infty > 2 \Rightarrow \lambda_5 = \lambda_3 + 2 = 7$;
 (4,2) $\lambda_2 - \lambda_4 = 2 - 10 = -8 < 8$;
 (4,3) $\lambda_3 - \lambda_4 = 5 - 10 = -5 < 5$;
 (4,5) $\lambda_5 - \lambda_4 = 7 - 10 = -3 < 3$;
 (4,6) $\lambda_6 - \lambda_4 = \infty > 3 \Rightarrow \lambda_6 = \lambda_4 + 3 = 13$;
 (5,3) $\lambda_3 - \lambda_5 = 5 - 7 = -2 < 2$;
 (5,4) $\lambda_4 - \lambda_5 = 10 - 7 = 3 > 1 \Rightarrow \lambda_4 = \lambda_5 + 1 = 8$;
 (5,6) $\lambda_6 - \lambda_5 = 13 - 7 = 6 > 4 \Rightarrow \lambda_6 = \lambda_5 + 4 = 11$.

Iterația 2

Se reia pasul 1:

- (1,2) $\lambda_2 - \lambda_1 = 2 - 0 = 2 = 2$;
 (1,3) $\lambda_3 - \lambda_1 = 5 - 0 = 5 < 8$;
 (2,1) $\lambda_1 - \lambda_2 = 0 - 2 = -2 < 2$;
 (2,3) $\lambda_3 - \lambda_2 = 5 - 2 = 3 = 3$;
 (2,4) $\lambda_4 - \lambda_2 = 8 - 2 = 6 < 8$;
 (3,1) $\lambda_1 - \lambda_3 = 0 - 5 = -5 < 8$;
 (3,2) $\lambda_2 - \lambda_3 = 2 - 5 = -3 < 4$;
 (3,4) $\lambda_4 - \lambda_3 = 8 - 5 = 3 < 5$;
 (3,5) $\lambda_5 - \lambda_3 = 7 - 5 = 2 = 2$;
 (4,2) $\lambda_2 - \lambda_4 = 2 - 8 = -6 < 8$;
 (4,3) $\lambda_3 - \lambda_4 = 5 - 8 = -3 < 5$;
 (4,5) $\lambda_5 - \lambda_4 = 7 - 8 = -1 < 3$;
 (4,6) $\lambda_6 - \lambda_4 = 11 - 8 = 3 = 3$;
 (5,3) $\lambda_3 - \lambda_5 = 5 - 7 = -2 < 2$;
 (5,4) $\lambda_4 - \lambda_5 = 8 - 7 = 1 = 1$;
 (5,6) $\lambda_6 - \lambda_5 = 11 - 7 = 4 = 4$.

În iterația 2 valorile variabilelor λ_i nu s-au modificat. Acestea înseamnă, că algoritmul s-a terminat și rutele minime între localitățile 1 și 6 sunt date de arcele (i,j) care realizează egalitatea

$$\lambda_j - \lambda_i = l_{ij}.$$

III. CONCLUZII

S-a constatat, că pentru graful rețelei de comunicații reprezentat în fig. 1, conform algoritmului lui Ford, rutele care realizează egalitatea $\lambda_j - \lambda_i = l_{ij}$ sunt: (1,2), (2,3), (3,5), (4,6), (5,4), (5,6), iar rutele de valoarea minimă pentru graful rețelei de comunicații sunt reprezentate în fig.2.

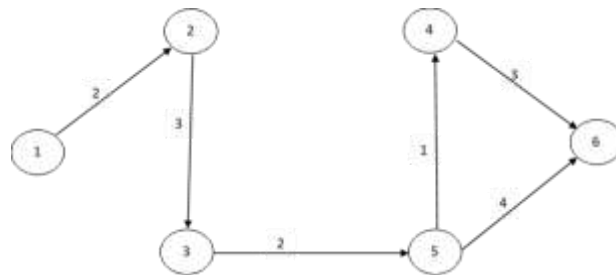


Fig.2. Rute de valoare minimă în graful rețelei de comunicații

Astfel, între localitățile 1 și 6 există două taseuri de lungime minimă egală cu 11 (în zeci de km), care trec prin următoarele noduri ale rețelei de comunicații: $\mu_1 = [1,2,3,5,4,6]$ și $\mu_2 = [1,2,3,5,6]$.

BIBLIOGRAFIE

- [1]<http://voyager8.blogspot.md/2018/01/book-algorithms-notes-for-professionals.html>
 [2]http://lomagfiles.com/iu0a2ppuf18r/Advanced_Analysis_Techniques_ebook3000.pdf.html
 [3] Bhatnagar S. K. Network Analysis Technique. John Wiley & Sons, New York, 2016. -912 pages.