CZU 543.06

METODICA DE PLANIFICARE A EXPERIMENTULUI

N. BALCĂNUŢĂ
Universitatea Dunărea de Jos, Galaţi, România

Abstract. This work proposes some conceptions about planning a research . It proposes a planning method which reduces the time and the payment. The experiments are based on a plan which has a matrix form. As a result the experiment obtains polynomials of regresses which permit to study the processes in a continuous space.

This method permits to analyse the interaction between these factors and the significance of its influence on the process of study.

Key words: Codification factor, Experiments, Methods of planning, Mathematical methods.

INTRODUCERE

Scopul experimentării constă în determinarea valorilor optime ale factorilor care conduc la un extrem funcţia obiectiv. În practică, nu se fac experimentările în toate stările sistemului, mai ales că, de cele mai multe ori, aceasta nu este posibil, de aceea, pentru a putea obţine răspunsul ei într-o stare în care nu au fost făcute determinări experimentale, se folosesc o serie de relaţii cantitative (metodele matematice) care să exprime dependenţele funcţionale dintre anumiţi factori care influenţează procesul studiat.

MATERIAL ŞI METODĂ

Prin utilizarea planurilor ortogonale se realizează o variaţie simultană, după un anumit plan, a tuturor factorilor care s-au luat în studiu.

În acest caz, realizarea experimentului necesită parcurgerea următoarelor etape:

a) cercetarea calitativă a fiecărui parametru ce poate influenţa asupra procesului de prelucrare;

b) selectarea parametrului de optimizat, a restricţiilor şi a factorilor;

c) selectarea pentru fiecare factor în parte, a domeniului de determinare ($Xj_{m};_{n}$ ->Xj_{max}), a centrului experimentului Xjo, precum şi a unităţii de variaţie ΔX;

d) codificarea factorilor se face în baza relaţiei:

$$X_j = \frac{X_{j0}}{\Delta X_j};$$

în care: Xj - valoarea codificată a factorului j;

Xj_0 - valoarea naturală a factorilor j, în centrul experimentului, pentru Xj;

ΔXj - variaţia factorului Δj.

e) întocmirea matricei de experimentare pentru planul de experimentare ales.

Elementele matricei X sunt X_1(l),...,X_k (N) şi reprezintă coordonatele unui punct în spaţiu cu "k" dimensiuni ale variabilelor (A. Albu et al., 1980, p.76). Indexul curent al variabilelor independente este j, o<j<k, iar numărul de experimente este i, l<i<N.

Coloana vector corespunzătoare variabilei fictive Xo a fost introdusă suplimentar în matrice în vederea calcului coeficientului liber b_0 a funcţiei de regresia de tip polinomială.

După realizarea unui plan de experienţe este posibil ca optimul să nu fie atins. În vederea atingerii optimului, de cele mai dese ori, trebuie realizate experienţe suplimentare.

Problema care se pune este de a determina valorile paşilor astfel încât optimul să fie atins într-un număr cât mai mic de experienţe cuprinse în procedura de avansare.

Întocmirea matricei de experimentare

Prin model matematic al unui proces se înţelege o ecuaţie care stabileşte o dependenţă funcţională între parametrul de optimizat **y** şi factorii X_1,X_2,...,X_k care influenţează procesul. În calitate de model matematic al procesului pot fi considerate ecuaţiile de regresia ce au forma:

$$y = f(X_1, X_2, ..., X_k)$$

Tabelul 1

Matricea de experimentare X pentru un experiment factorial

Experimentul	Factori (Variabile independente)	Răspuns (Variabila dependentă)
1	X_0 X_1 X_2 ... Xj ... X_k	Y_1
2	X_0(l) X_1(l) X_2(l)…Xj(l)…X_k(l) X_0(2)	Y_2
1	X,(2) X_2(2)... Xj(2)... X_k(2)	Y_1
	....	
	X_0(i) X_1(i) X_2(i)... Xj(i)... X_k(i)	Y_1
N	....	
	X_0(N) X,(N) X_2(N)... Xj(N)... X_k(N)	Y_N

în care: y – funcţia obiectiv;

O astfel dependenţă poate fi descrisă în forma polinomială:

$$Y = b_0 + \sum_{j=1}^{k} b_j X_j + \sum b_{ji} X_j X_i + \sum b_{jj} X_j^{\,2}$$

în care: b_o,bj,bji,bjj - coeficienţii dependenţei funcţionale;

Xj(X_1,X_2,X_3,,..) - factori codificaţi;

k - numărul de factori;

j,i - numărul de ordine al factorului.

Pentru desfăşurarea experienţelor se poate utiliza, de exemplu, planul experimental de gradul doi cu trei sau patru factori. Matricea planului de gradul doi pentru trei parametri în trei nivele este prezentat în tabelul 2, iar pentru patru parametri în trei nivele este prezentat în tabelul 3.

Coeficienţii polinomului de regresie pentru matricea experimentării conform tabelului 2 pot fi determinaţi prin metoda celor mai mici pătrate (G. Box, 1954, p.113; G. Box, 1957, p.135), cu ajutorul următoarelor formule:

$$b_0 = \sum_i y_1 - 0.5 \sum_j \sum_i \left(X_{ij}^2 \cdot Y_i \right)$$

$$b_j = 0.125 \cdot \sum_i X_{ji} \cdot y_i$$

$$b_{jj} = 0{,}25 \cdot \sum \left(X_{ji}^2 \cdot y_i \right) + 0.1875 \cdot \sum_j \sum_i \left(X_{ji}^2 \cdot y_i \right) - 0.5 \cdot \sum_i y_1$$

$$b_{jq} = 0.25 \cdot \sum_i \left(X_{qi} \cdot X_{ji} \cdot X_i \right)$$

în care: X_{ji} - valoarea factorului *j* în rândul *i* al matricei;

X_{jq} - valoarea factorului *j* în rândul *q* al matricei;

Y - valoarea funcţiei obiectiv în rândul *i* al matricei.

Tabelul 2

Matricea planului de gradul doi pentru trei parametri în trei nivele

Nr.	X_1	X_2	X_3
1	+1	+1	0
2	-1	-1	0
3	+1	-1	0
4	-1	+1	0
5	+1	0	+1
6	-1	0	-1
7	+1	0	-1
8	-1	0	+1
9	0	+1	+1
10	0	-1	-1
11	0	+1	-1
12	0	-1	+1
13	0	0	0

Valorile coeficienţilor ecuaţiei de regresie pentru planul experimental conform tab.3 pot fi determinaţi utilizând formulele:

$$b_0 = 0.33333 \cdot \sum_i y_1 - 0.16667 \cdot \sum_j \sum_i \left(X_{ij}^2 \cdot y_i \right);$$

$$b_j = 0.08333 \cdot \sum_i \left(X_{ji} y_i \right);$$

$$b_{ji} = 0.125 \sum \left(X_{ji}^2 y_i \right) + 0.0625 \cdot \sum_j \sum_i \left(X_{ji}^2 \cdot y_i \right) - 0.16667 \cdot i \sum_1 y_1 ;$$

$$b_{jq} = 0.25 \cdot \sum_i X_{qi} \cdot X_{ji} \cdot y_i$$

Prelucrarea statistico-matematică şi dispersională a rezultatelor experimentale. Prelucrarea statistică şi dispersia rezultatelor experimentale s-a executat în modul următor:

Se determină valoarea medie a funcţiei obiectiv luând în consideraţie încercările pentru fiecare experiment, adică pentru fiecare rând al matricei:

$$\overline{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} y_{ij}$$

în care: y - rezultatul funcţiei pentru repetiţia j în rândul i al matricei;

i - numărul rândului matricei; n - numărul de repetiţii;

j - numărul încercării pentru fiecare repetiţie;

Tabelul 3

Matricea planului de experimentare de gradul doi pentru patru factori în trei nivele

Nr.	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	0	0
2	+1	-1	0	0
3	-1	+1	0	0
4	-1	-1	0	0
5	0	0	+1	+1
6	0	0	+1	-1
7	0	0	-1	+1
8	0	0	-1	-1
9	0	0	0	0
10	+1	0	0	+1
11	+1	0	0	-1
12	-1	0	0	+1
13	-1	0	0	-1
14	0	+1	+1	0
15	0	+1	-1	0
16	0	-1	+1	0
17	0	-1	-1	0
18	0	0	0	0
19	+1	0	+1	0
20	+1	0	-1	0
21	-1	0	+1	0
22	-1	0	-1	0
23	0	+1	0	+1
24	0	+1	0	-1
25	0	-1	0	+1
26	0	-1	0	-1
27	0	0	0	0

Se calculează dispersia mediei aritmetice în fiecare rând al matricei;

- Se controlează omogenitatea dispersiei cu ajutorul criteriului Cochran.
- Valoarea calculabilă a criteriului Cochran se determină în modul următor:

$$G = S_{i\max}^2 / \sum_i^k S_i^2$$

în care: $S_{j\max}$ – valoarea maximă a dispersiei funcţiei obiectiv; k- numărul de probe (rânduri în matrice).

Valoarea tabelară a criteriului Cochran G se determină în funcţie de gradul de libertate a experienţei. Gradul de libertate a experienţei se determină în dependenţă de numărul de factori luaţi în studiu, numărul total al experienţelor (numărul de rânduri în matricea experimentelor) şi de numărul de repetiţii pentru fiecare experiment.

În cazul omogenităţii dispersiei se determină dispersia reproducerii experimentelor după rezultatele a n_0 probe în centrul planului.

- Se calculează dispersia unui experiment;
- Se calculează dispersia totală a experimentului;
- Se controlează dacă modelul este adecvat cu ajutorul criteriului Fisher. Valoarea calculabilă F_c se determină în modul următor:

Se controlează semnificaţia coeficienţilor de regresie. Pentru aceasta se calculează mai întâi dispersia pentru fiecare coeficient de regresie în parte.

Valoarea fiecărui coeficient a polinomului de regresie se compară cu intervalul de semnificaţie al acestui coeficient. Dacă valoarea coeficientului de regresie este mai mică decât intervalul de semnificaţie al acestui coeficient, atunci acest coeficient este nesemnificativ şi poate fi exclus din polinomul de regresie.

BIBLIOGRAFIE

l. Albu, A. et al. Bazele cercetării experimentale. – Iaşi: Editura Junimea, 1980, 126 p.

2. Box, G.E.P. The Exploration and Exploitation of Response Surfaces. Some General Considerations and Examples. Biometrics, 1954, No. 10, p.16-60.

3. Box, G.E.P.; Hunter, J.S. Multi-factor Experimental Designs for Exploring Response Surfaces. Anals of Mathematical Statistics, 1957, No. 28, p. 195-241.

*Data prezentării articolului - **14.04.2008***