АНАЛИЗ КОДОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В ШИРОКОПОЛОСНЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ

Вячеслав БЕЖАН

Технический Университет Молдовы

***Abstract*:** *The paper discusses the correlation properties of pseudo-random sequences (PRS) used to form broadband signals in code-division coupled communication systems. The most frequently used pseudorandom sequences are considered: M - sequences, Gold codes, Walsh sequences. A comparative analysis of the correlation properties of the PRS was done in the Matlab. It is shown that orthogonal Walsh sequences have unsatisfactory correlation properties. The use of derivative signal systems - a combination of Gold and Walsh codes - makes it possible to obtain signals with the required correlation properties for communication systems. Directions for further research have been determined.*

***Key words*:** *pseudo-random sequences, broadband signals, autocorrelation function, cross correlation function.*

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время в радиотехнических системах все больше находят применение широкополосные сигналы (ШПС), основу которых составляют псевдослучайные последовательности (ПСП). В зависимости от размера алфавита и способа построения различают двоичные (размер алфавита $p = 2$) и многозначные (размер алфавита $p > 2$) ПСП.

Выбор псевдослучайной кодовой последовательности в радиотехнической системе передачи информации очень важен, поскольку от ее параметров зависит качество обработки информации системой, ее помехоустойчивость, чувствительность. При одной и той же длине кодовой последовательности, параметры системы могут быть различны [1,4,5].

Чтобы быть использованными в ШПС системе, кодовые последовательности должны обладать определенными математическими и другими свойствами, основными из которых являются очень хорошие автокорреляционные и взаимно-корреляционные свойства. Кроме того, кодовая последовательность должна быть хорошо сбалансирована, и должна обладать хорошими корреляционными свойствами во избежание ложных срабатываний приемника.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

Известно, что скорость передачи информации по каналу связи с аддитивным гауссовым белым шумом определяется теоремой Шеннона-Хартли:

$$C = W_s log_2\left(1 + \frac{P_s}{P_n}\right), \tag{1.1}$$

где W_s – полоса пропускания канала связи (Гц), P_s - средняя мощность сигнала (Вт), P_n - средняя мощность шума (помехи)(Вт).

Из (1.1) следует, что одна и та же пропускная способность C (бит/с) канала связи может быть обеспечена либо использованием широкой полосы частот W_s (Гц) с малым отношением сигнал-помеха P_s/P_n, либо – узкой полосы частот W_s с более высоким отношением сигнал-помеха P_s/P_n. Следовательно, между полосой пропускания канала связи W_s и отношением сигнал-помеха P_s/P_n возможен взаимообмен.

Из этого же соотношения следует, что использование ШПС сигналов, кроме увеличения пропускной способности канала, позволяет осуществить и множественный доступ с кодовым разделением каналов [6,7], зависящий от корреляционных свойств сигнала. Проведем анализ корреляционных свойств сигналов, используемых при множественном доступе.

Автокорреляционная функция (АКФ) дискретных сигналов вычисляется по формуле:

$$R_u(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j\, u_{j-n}, \tag{1.2}$$

где n – целое число, положительное, отрицательное или нуль.

Изучение АКФ играет важную роль при выборе кодовых последовательностей с точки зрения наименьшей вероятности установления ложной синхронизации. Взаимно-корреляционная функция

(ВКФ), с другой стороны, имеет большое значение для систем с кодовым разделением абонентов, таких как CDMA.

Взаимная корреляционная функция между двумя дискретными сигналами вычисляется по аналогичной (1.2) формуле:

$$R_{uv}(n) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} u_j \, v_{j-n}, \tag{1.3}$$

Корреляционные свойства кодовых последовательностей, используемых в ШПС системах, зависят от типа кодовой последовательности, ее длины L, частоты следования ее символов и от ее посимвольной структуры [2,4,8,9,10].

М-последовательности. М-последовательности относятся к линейным рекуррентным последовательностям максимального периода, битовые последовательности которых генерируются с помощью регистров сдвига с обратной линейной связью (РСЛОС или Linear Feedback Shift Register – LFSR). Они определяются рекуррентным соотношением следующего вида:

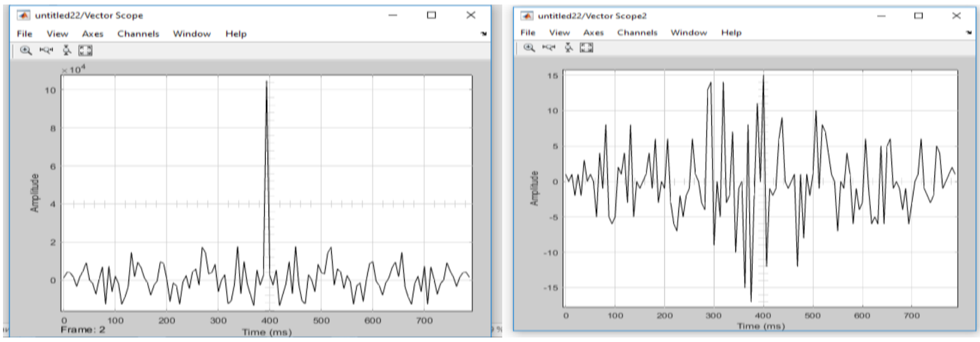
$$a_j = \left(\sum_{i=1}^{n} C_i a_{j-i}\right) mod2, \tag{1.4}$$

где коэффициенты C_i принимают значения 0 или 1 и определяются характеристическим полиномом:

$$f(x) = x^n \oplus C_{n-1}x^{n-1} \oplus \ldots \oplus C_1 x \oplus 1. \tag{1.5}$$

Необходимым условием получения М – последовательности с помощью характеристического полинома (1.5) является его неприводимость. Многочлен *f(x)* степени "*n*" называется неприводимым, если он не может быть разложен на многочлены-сомножители меньшей степени.

В силу не ортогональности взаимная корреляция двух М-последовательностей одной длины, сгенерированных цифровыми автоматами одного порядка с различными порождающими полиномами, не равна нулю. При этом взаимная корреляция двух различных М-последовательностей одной длины может достигать высоких значений, сравнимых с максимумом АКФ ($L = 2^n - 1$). На рис.1.1, а) приведены АКФ двух М – последовательностей с генераторными полиномами $f_1(x) = x^6+x+1$ и $f_2(x) = x^6+x^5+x^2+x+1$, а на рис.1.1, б) – их ВКФ.



а) б)

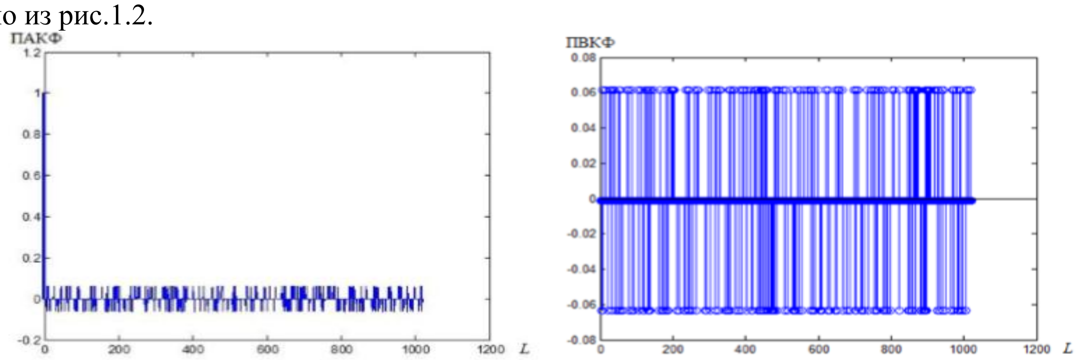
Рис.1.1. а) АКФ М – последовательностей с генераторными полиномами ***f₁(x)*** *и* ***f₂(x)***
б) ВКФ двух М – последовательностей с генераторными полиномами ***f₁(x)*** и ***f₂(x)***

Из рис.1.1 видно, что выбросы ВКФ рассмотренных М – последовательностей имеют большие значения, что затрудняет их использование для систем с кодовым разделением каналов. Этот недостаток устраняется при использовании последовательностей Голда [9, 11,12]. Для формирования последовательностей Голда используют только определенную часть из множества М – последовательностей, взаимная корреляция которых намного меньше максимальных значений. Такие М – последовательности получили название предпочтительных.

Последовательности Голда генерируются на базе двух предпочтительных последовательностей при помощи сложения по модулю 2 первой М-последовательности с любой циклически сдвинутой копией второй М-последовательности на *k* тактов.

В результате формируется новая периодическая последовательность с тем же периодом $T = (2^n - 1)T_{ch}$. Количество получаемых таким путем и образующих одно семейство последовательностей Голда составляет $N = (2^n+1)$, поскольку количество возможных сдвинутых копий второй последовательности равно $(2^n - 1)$ и обе исходные предпочтительных последовательности без сдвига также включаются в семейство.

Для кодов Голда уровни боковых лепестков ВКФ принимают такие же значения, как и у АКФ, что видно из рис.1.2.



а) б)

Рис.1.2. Нормированная периодическая АКФ (а) и периодическая ВКФ (б) кода Голда ($\boldsymbol{L}$ = 1023)

Ансамбли Голда широко используются в современных CDMA системах, в 3G системе мобильной связи стандарта WCDMA для скремблирования CDMA кодов и т.п. Недостатком кодов Голда является малая эквивалентная линейная сложность, равная $\boldsymbol{l_s} = 2n$ [13].

В многопользовательской сети с кодовым разделением (CDMA) каждый из K абонентов передает или принимает свои данные с использованием индивидуального сигнала расширения спектра, построенного на основе выбранной ПСП и называемого абонентской сигнатурой.

Поскольку на входе демодулятора присутствуют еще и сигналы других пользователей, то на его выходе также будет присутствовать помеха множественного доступа (ПМД).

При синхронном методе обработки принимаемых сигналов, учитывая, что информационный (модулирующий) сигнал k - го пользователя $B_l(t)$ постоянен и равен ± 1 в течение длительности бита, компонент указанной помехи, обусловленный сигналом l – го пользователя имеет вид:

$$z_{kl} = \int_0^T [B_l(t) s_l(t)]\, s_k(t) dt = \pm \int_0^T s_l(t)\, s_k(t) dt. \tag{1.6}$$

Очевидно, что оптимальным вариантом ансамбля сигнатур является такой, который гарантирует полное отсутствие помехи множественного доступа, т.е. $z_{kl} = 0$, если $k \neq 1$, что означает ортогональность всех сигнатур.

Существует множество способов построения ортогональных широкополосных ансамблей различной длины (т.е. коэффициентом расширения) L. Одним из примеров являются функции Уолша или, в общем случае, матрицы Адамара, порождающие ортогональные бинарные коды. Взаимно-корреляционные функции любых пар функций Уолша являются ортогональными. Однако коды Уолша имеют недостаток: для некоторых функций взаимная корреляция со своей циклически сдвинутой копией или с циклически сдвинутой копией другой функции такой же длины не равна нулю. Тем не менее, на базе функций Уолша можно построить производные (составные) системы сигналов, которые обладают хорошими корреляционными свойствами [13].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты анализа автокорреляционных и взаимно-корреляционных свойств, рассмотренных ПСП: М-последовательностей, кодов Голда показали, что рассмотренные ПСП для шумоподобных сигналов обладают примерно одинаковыми корреляционными свойствами. Однако только небольшое количество из всего ансамбля М-последовательностей с заданным периодом обладает удовлетворительными корреляционными свойствами.

Кроме М - последовательностей как таковых в системах связи нашли применения составные кодовые последовательности, представляющие собой комбинации М-последовательностей и обладающие некоторыми специфическими свойствами. Наиболее известными и применяемыми из них являются последовательности Голда. Кодовые последовательности Голда обладают по отношению к М-последовательностям двумя достоинствами.

Во-первых, генератор кодовых последовательностей, построенный на основе двух регистров сдвига длиной N каждый, может генерировать кроме двух исходных М-последовательностей еще N последовательностей длиной 2^N-1, то есть значительно расширяется число генерируемых кодовых последовательностей.

Во-вторых, коды Голда могут быть выбраны так, что ВКФ для всех получаемых от одного генератора кодовых последовательностей будет одинаковой, а величина ее боковых пиков ограничена.

Генерация ансамблей кодов Голда произвольной длины является актуальной практической задачей. Получение всех последовательностей ансамбля необходимо для оптимального использования рассматриваемых последовательностей в системе связи, так как от этого зависит количество абонентов системы от числа разделимых кодовых комбинаций (имеющих низкий порог взаимной корреляции и выраженный автокорреляционный пик).

Кроме кодов Голда в системах с кодовым разделением каналов используются ортогональные кодовые последовательности Уолша. Показано, что использование составных сигналов – определенных комбинаций кодов Голда и последовательностей Уолша позволяет получать ансамбли сигналов с требуемыми корреляционными свойствами. Поиск оптимальных алгоритмов выбора предпочтительных пар для формирования кодов Голда и последовательностей Уолша с требуемыми корреляционными свойствами является дальнейшей темой исследований.

Библиографический список:

1. Феер К. Беспроводная цифровая связь, методы модуляции и расширения спектра. Перевод с англ. / Под ред. В.И.Журавлева. – М.: Радио и связь, 2000.
2. Solomon W. Golomb and Guang Gong. Signal Design for Good Correlation, Cambridge, Cambridge University Press, 2005, 458 p.
3. Солонина А. И., С. М. Арбузов. Цифровая обработка сигналов. Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008.
4. Урядников Ю.Ф., Аджемов С.С. Сверхширокополосная связь. Теория и применение. -М.: СОЛОНПресс, 2005. —368 с.
5. Гантмахер В.Е., Быстров Н.Е., Чеботарев Д.В. Шумоподобные сигналы. Анализ, синтез и обработка —Спб.: Наука и техника, 2005. —400 с.
6. Ипатов В.П. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. – М: Мир связи, 2007. – 488 с.
7. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. – М.: Изд. Дом Вильямс, 2003. – 1104 с.
8. Баринов В.В., Лебедев М.В., Кузнецов В.С. Анализ корреляционных характеристик расширяющих ансамблей // Электросвязь. 2006. № 3. С. 38-39.
9. Прозоров Д.Е. Быстрый поиск дальномерных кодов, сформированных на М-последовательностях // Электросвязь. 2008. №8. С.48-51.
10. Прозоров Д.Е., Смирнов А.В., Баланов М.Ю. Алгоритм быстрой кодовой синхронизации шумоподобных сигналов, построенных на последовательностях повышенной структурной сложности //Радиотехника, радиолокация и системы связи. Вестник РГРТУ. № 1. Рязань, 2015. С. 3-9.
11. Кузнецов В.С., Шевченко И.В., Волков А.С., Солодков А.В. Генерация ансамблей кодов Голда для систем прямого расширения спектра // Труды МАИ. 2017. № 96.
12. Семенко А. И. Эффективность телекоммуникационных систем с использованием модифицированных псевдослучайных последовательностей Голда / А. И. Семенко, Н. И. Бокла. – Электросвязь. – 2014. – №3. – С. 37-40.
13. Мелихов С.В. Радиосвязь на основе шумоподобных сигналов: Учебное пособие. – Томск: Томск. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2014.