Metodă de Identificare a Modelelor Obiectului de Reglare de Ordinul Unu şi Doi după Răspunsul Experimental al Procesului

Bartolomeu IZVOREANU, Mihail POTLOG, Irina COJUHARI, Ion FIODOROV, Dumitru MORARU
Universitatea Tehnică a Moldovei
izvor@mail.utm.md,mihail.potlog@ati.utm.md,irina.cojuhari@ati.utm.md,ion.fiodorov@ati.utm.md,
dumitru.moraru@ati.utm.md

***Abstract* — În lucrare se propune un algoritm grafo-analitic de identificare a modelului matematic de ordinul unu şi doi al procesului industrial după curba experimentală a procesului tranzitoriu ca răspuns la semnal de tip treaptă aplicat la intrarea procesului. Procedura de calcul al modelului obiectului de reglare se bazează pe curba experimentală a procesului pentru care grafic se determină nivelul ieşirii la valoarea lui 0,632*k* şi timpul respectiv. În baza timpului obţinut se efectuează calcule prin relaţii analitice simple pentru determinarea constantelor de timp pentru modelul matematic al obiectului de reglare de ordinul unu şi doi cu sau fără timp mort, dat prin funcţia de transfer. Se evidenţiază avantajele metodei prin calcule grafo-analitice reduse şi timp minim şi prezentarea funcţiei de transfer a obiectului în formă mai compactă, care va aduce la simplificarea calculelor parametrilor de acord ai algoritmului de reglare de tip PID prin metoda gradului maximal de stabilitate. Pentru verificarea rezultatelor obţinute se examinează două exemple şi se efectuează simularea pe calculator.**

***Index Terms* — curba experimentală a procesului, modele matematice ale obiectului de reglare de ordinul unu şi doi, funcţia de transfer, parametrii modelului obiectului de reglare, simulare pe calculator.**

I. INTRODUCERE

La automatizarea diverselor procese industriale este necesar de a determina modelele matematice (MM) ataşate acestor procese. Pentru obţinerea MM ale proceselor industriale se aplică două clase de metode: analitice şi analitice-experimentale sau identificare analitică şi experimentală [1-7].

Metodele analitice de identificare utilizează legile fizicii, mecanicii etc. care exprimă fenomenele ce caracterizează evoluţia intrare-ieşire a unui proces şi, în rezultat, se obţine un cortegiu de ecuaţii integro-diferenţiale de bilanţ şi de materie (mase, energii aferente proceselor).

Acest MM primar al procesului, exprimat prin sistemul de ecuaţii integro-diferenţiale care exprimă conservarea masei sau energiei procesului în regim dinamic, mai mult sau mai puţin complicate şi a cărui aplicare nemijlocită este dificilă de utilizat pentru sinteza legilor de conducere cu procesul.

Metodele experimentale reprezintă proceduri de determinare (cunoaştere) a proprietăților caracteristice procesului studiat, în baza unui experiment orientat spre obţinerea unui MM neparametric şi efectuat sau derulat simultan cu înregistrarea evoluţiei intrare-ieşire a procesului. În acest caz asupra procesului se aplică semnale de intrare şi se înregistrează evoluţia ieşirii procesului, obţinându-se curbe experimentale în domeniul timpului sau frecvenţă şi, în rezultatul prelucrării acestor curbe (procedura de identificare), se obţin reprezentări sistemice de MM parametrice în forma ecuaţiilor diferenţiale, funcţii de transfer sau funcţii frecvenţiale cu coeficienţii cunoscuţi.

Aceste modele de cunoaştere a proprietăţilor procesului relativ mai simple (de ordin redus – ordin unu, ordin doi cu sau fără timp mort) permit facilităţi pentru simularea dinamicii procesului şi au o largă utilizare în practica automatizării diverselor procese industriale.

În aceste cazuri se poate afirma că, în jurul unui punct de funcţionare a procesului, micile variaţii ale intrării procesului vor genera de asemenea mici variaţii ale ieşirii procesului, ceea ce, în rezultat, prezintă un model dinamic liniar, care poate fi scris sub forma ecuaţiei diferenţiale sau funcţiei de transfer.

La etapa actuală de dezvoltare a automaticii există mai multe metode de identificare a modelului matematic al obiectului de reglare după alura curbei răspunsului procesului industrial, care permit cu precizie ridicată de identificat diferite structuri de modele de obiecte cu sau fără timp mort de un ordin mai redus sau mai mare.

În aceste scopuri sunt elaborate metode şi pachete de programe de prelucrare a datelor experimentale ridicate pentru procesul industrial şi, în rezultat, se identifică structuri de modele de obiectule de reglare cu diferite proprietăţi de un ordin mai redus sau mai ridicat cu sau fără timp mort [4-7]. Un pachet larg utilizat pentru identificarea modelului matematic al obiectului de reglare după răspunsul experimental al procesului este pachetul MATLAB [4-7].

Aplicarea metodelor de identificare existente pentru determinarea modelului obiectului de reglare utilizează operaţii de transformări grafice şi calcule, care oarecum sunt dificile.

Pentru depăşirea acestor dificultăţi în lucrare se propune o metodă simplă şi cu un volum redus de calcule de determinare a modelului obiectului de reglare după răspunsul experimental al procesului.

În continuare se dă curba experimentală tranzitorie a procesului studiat şi se formulează problema de obţinut modelul matematic al obiectului de reglare cu inerţie de ordinul unu şi doi cu sau fără timp mort.

II. ALGORITMUL DE CALCUL AL MODELULUI PROCESULUI STUDIAT

În discuţie se pune modelul matematic al procesului prezentat prin curba răspunsului tranzitoriu (proces indicial) ridicată experimental data în fig. 1.

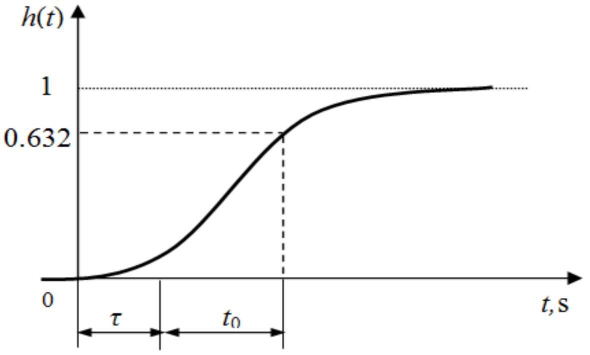

Fig. 1. Răspunsul procesului industrial.

Modelele matematice ale obiectelor de reglare cu inerţie de ordinul unu şi doi cu sau fără timp mort se prezintă prin funcţiile de transfer de forma:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1}, \qquad (1)$$

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)} = \frac{ke^{-\tau s}}{a_0 s^2+a_1 s+a_0}, \qquad (2)$$

unde k este coeficientul de transfer, T, T_1, T_2 – constante de timp, τ – timpul mort, care vor fi determinate după curba din fig. 1, iar coeficienţii din (2) se calculează: $a_0 = T_1 T_2$, $a_1 = T_1 + T_2$, $a_2 = 1$.

Utilizăm următoarea procedură pentru determinarea parametrilor k, T, T_1, T_2 şi τ din relaţiile (1) şi (2).

Pentru curba din fig. 1 se calculează valorile numerice pentru modelul (1) cu timp mort:

1. Se calculează valoarea lui $h(t)$ la nivelul $0{,}632\,k$:

$$h(t_2) = 0{,}632k. \qquad (3)$$

2. Pentru nivelul lui $h(t_2) = 0{,}632k$ se duce o linie paralelă axei abscisei până la intersecţia cu curba (punctul *a*), iar din acest punct se coboară perpendiculara până la intersecţia cu axa absciselor (punctul t_2).
3. Se determină valoarea timpului mort t_1=τ.
4. Se calculează valoarea segmentului de timp

$$t_0 = t_2 - t_1 = t_2 - \tau, \qquad (5)$$

pe durata căruia nivelul lui $h(t_2) = 0{,}632k$.

5. Se determină valoarea segmentului de timp

$$t_3 = \frac{t_0}{2} + t_1 = \frac{t_0}{2} + \tau. \qquad (6)$$

6. Se calculează valorile constantelor de timp pentru modelul (1) şi (2).
   - Pentru modelul (1):

$$T = t_0. \qquad (7)$$

   - Pentru modelul (2) se adoptă raportul constantelor de timp şi se calculează valorile acestora [2]:

$$T_1/T_2 = 0{,}5,$$
$$T_2 = 0{,}64t_0, \qquad (8)$$
$$T_1 = 0{,}5T_2 = 0{,}5 \cdot 0{,}64t_0 = 0{,}32t_0.$$

Determinăm coeficienţii a_0, a_1, a_2 prin relaţiile (8):

$$a_0 = T_1 T_2 = 0{,}32 \cdot 0{,}64t_0^2 = 0{,}2048t_0^2,$$
$$a_1 = T_1 + T_2 = 0{,}32t_0 + 0{,}64t_0 = 0{,}96t_0, \qquad (9)$$
$$a_2 = 1.$$

7. Se verifică condiţia necesară pentru veridicitatea calculelor:

$$h(t_3) \geq 0{,}3k. \qquad (10)$$

În rezultatul calculelor conform algoritmului propus modelele matematice (1) şi (2) sunt date de f.d.t.:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0 s+1}, \qquad (11$$

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{0{,}2048t_0^2 s^2+0{,}96t_0 s+1}. \qquad (12)$$

Parametrii modelelor (11), (12) k, τ şi t_0 se determină după alura experimentală a procesului.

Aceste modele pot fi utilizate pentru sinteza algoritmilor de reglare.

Dacă este cunoscut modelul obiectului de ordinul doi şi este necesar de determinat modelul de ordinul unu utilizăm relaţiile (8) şi obţinem relaţia de calcul a constantei de timp:

$$T = t_0 = \frac{T_1}{0{,}32} = \frac{T_2}{0{,}64}, \qquad (13)$$

iar parametrii k, τ sunt ca şi la modelul obiectului de reglare de ordinul doi.

În cazul când este cunoscut modelul obiectului de reglare cu inerţie de ordinul unu cu sau fără timp mort se calculează modelul obiectului cu inerţie de ordinul doi aplicând relaţiile (7)-(9) cu parametrii k, τ sunt aceiaşi ca şi la modelul obiectului de reglare de ordinul doi.

III. CALCULE DE MODELE ŞI SIMULARE PE CALCULATOR

Se analizează două exemple de calcul.

Exemplul 1. Admitem că este data funcţia de transfer a modelului de ordinul unu (1) cu parametrii cunoscuţi: coeficientul de transfer $k = 2{,}7$, constanta de timp *T*=27,7772 s şi timpul mort τ=16,573 s. Rezultă că $t_0 = T = 27{,}7772$ s fără a efectua careva calcule.

Funcţia de transfer se prezintă în forma:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0 s+1} = \frac{2{,}7e^{-16{,}573s}}{27{,}7772s+1}.$$

De oarece cunoaştem valoarea lui $t_0 = 27{,}7772$ calculăm constantele de timp pentru modelul de ordinul doi după relaţiile (9):

$$T_2 = 0{,}64t_0 = 0{,}64 \cdot 27{,}7772 = 17{,}7774\ s,$$
$$T_1 = 0{,}32t_0 = 0{,}32 \cdot 27{,}7772 = 8{,}8887\ s.$$

Parametrii modelului k şi τ sunt aceiaşi ca şi la modelul de ordinul unu, iar coeficienţii $a_0 = T_1 T_2 = 0{,}2048t_0^2$, $a_1 = T_1 + T_2 = 0{,}96t_0$, $a_2 = 1$.

Funcţia de transfer a modelului de ordinul doi are forma:

$$H(s) = \frac{2{,}7e^{-16{,}573s}}{(8{,}8887s+1)(17{,}7774s+1)} =$$

$$= \frac{2{,}7e^{-16{,}573s}}{0{,}2048t_0^2s^2 + 0{,}96t_0s + 1} =$$

$$= \frac{2{,}7e^{-16{,}573s}}{158{,}0181s^2 + 26{,}6661s + 1}.$$

După cum se constată pentru acest exemplu nu a fost necesar de a utiliza curba experimentală exprimată de modelul de ordinul unu.

S-au simulat pe calculator modelele aproximate ale obiectului de reglare de ordinul unu şi doi şi alurile se dau în fig. 2. Numerotarea curbelor: 1 - curba modelului de ordinul unu şi 2 – curba modelului de ordinul doi.

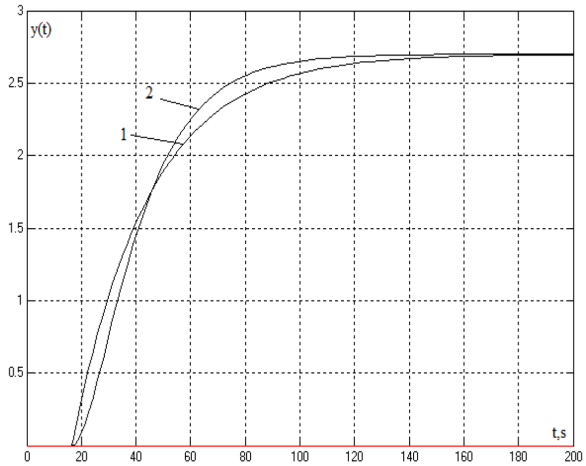

Fig. 2. Procesele tranzitorii ale modelelor aproximate.

Valorile lui

$$h(t_2) = 0{,}632k = 1.701,$$

$$t_2 = \tau + t_2 = 16{,}573 + 27{,}7772 = 44{,}3502\ s.$$

$$h(t_3) = 1{,}0558 \geq 0{,}3k = 0{,}3 \cdot 2{,}7 = 0{,}81,$$

$$t_3 = \frac{t_0}{2} + t_1 = \frac{27{,}7772}{2} + 16{,}573 = 30{,}4616\ \text{s}.$$

Exemplul 2. Pentru a obţine curba experimentală a procesului admitem că este dată funcţia de transfer a modelului obiectului cu inerţie de ordinul trei (procese lente) cu parametrii cunoscuţi:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{(T_1s+1)(T_2s+1)(T_3s+1)} =$$

$$= \frac{1{,}7e^{-15s}}{(20s+1)(10s+1)(5s+1)},$$

care se simulează pe calculator şi curba procesului tranzitoriu ca răspuns la semnal treaptă unitară aplicat la intrare se dă în fig. 3.

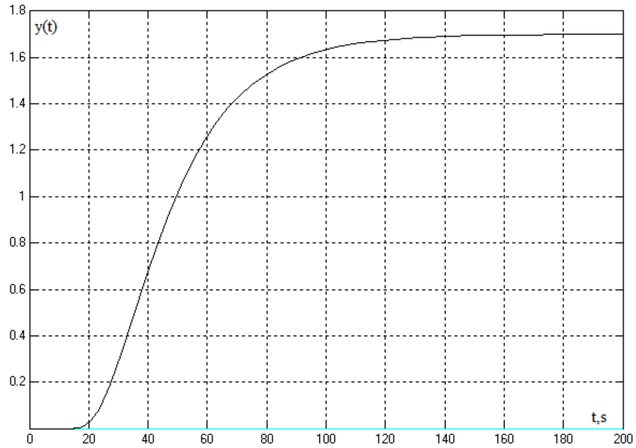

Fig. 3. Procesul tranzitoriu al modelului original.

Se cere de determinat modelele matematice de aproximare ale obiectului de reglare cu inerţie de ordinul unu şi doi cu sau fără timp mort ale procesului dat de curbă din fig. 3, prezentate în forma funcţiilor de transfer.

Aplicăm algoritmul propus şi calculăm după relaţia (3) $h(t_2) = 0{,}632k = 0{,}632 \cdot 1{,}7 = 1{,}0744$, determinăm după curbă valoarea timpului $t_2 = 52{,}19$ s, timpul mort $t_1 = 15$ s şi după relaţia (5) calculăm timpul t_0, care exprimă valoarea constantei de timp a modelului obiectului de ordinul unu:

$$t_0 = t_2 - t_1 = 52{,}19 - 15 = 37{,}19\ s = T$$

şi modelul (1) este descris de f.d.t. cu parametrii calculaţi:

$$H(s) = \frac{ke^{-\tau s}}{Ts+1} = \frac{ke^{-\tau s}}{t_0s+1} = \frac{1{,}7e^{-15s}}{37{,}19s+1}.$$

Aplicăm algoritmul propus şi calculăm:

$$t_3 = \frac{27{,}787}{2} + 16{,}573 = 30{,}4665\ s,$$
$$h(t_3) = 0{,}6684 > 0{,}3 \cdot 1{,}7 = 0{,}51.$$

Determinăm constantele de timp pentru modelul de ordinul doi după relaţiile (9):

$$T_2 = 0{,}64t_0 = 0{,}64 \cdot 37{,}19 = 23{,}802\ s,$$

$$T_1 = 0{,}32t_0 = 0{,}32 \cdot 37{,}19 = 11{,}901\ s$$

şi coeficienţii a_0, a_1, a_2 după relaţiile (10):

$$a_0 = 0{,}2048t_0^2 = 0{,}2048 \cdot 37{,}19^2 = 283{,}258\ s^2,$$

$$a_1 = 0{,}96t_0 = 0{,}96 \cdot 37{,}19 = 35{,}7024\ \text{s},$$

$$a_2 = 1.$$

Funcţia de transfer a modelului obiectului de ordinul doi este:

$$H(s) = \frac{1{,}7e^{-15s}}{(11{,}901s+1)(23{,}802s+1)} =$$

$$\frac{1{,}7e^{-15s}}{0{,}2048t_0^2s^2+0{,}96t_0s+1} = \frac{1{,}7e^{-15s}}{283{,}258s^2+35{,}7024s+1}.$$

Modelele matematice ale obiectului de ordinul unu şi doi cu timp mort s-au simulat pe calculator şi rezultatele sunt date în fig. 4.

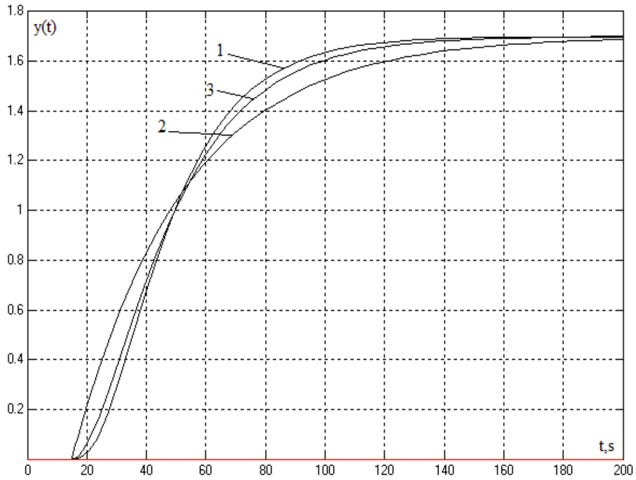

Fig. 4. Procesele tranzitorii ale modelului original şi modelelor aproximate.

Numerotarea curbelor: 1 – curba originală, 2 - curba modelului de ordinul unu şi 3 – curba modelului de ordinul doi.

Pentru a obţine modelele matematice de aproximare ale obiectului de reglare de ordinul unu şi doi fără timp mort în expresiile respective (1) şi (2) se anulează timpul mort $\tau = 0$.

Pentru a verifica rezultatele obţinute la identificarea modelului obiectului de reglare de ordinul doi din exemplul doi s-a efectuat identificarea modelului de aproximare a obiectului original aplicând pachetul de programe MATLAB şi s-a obţinut un model de obiect de reglare cu inerţie de ordinul doi cu elemente identice şi timp mort cu parametrii:

$$H(s) = \frac{1.7e^{-15}}{(10.877s+1)(10.848s+1)},$$

iar curba procesului tranzitoriu a modelului identificat este data în fig. 5 (1 este curba modelului original, 2-curba modelului obţinută la identificare în MATLAB).

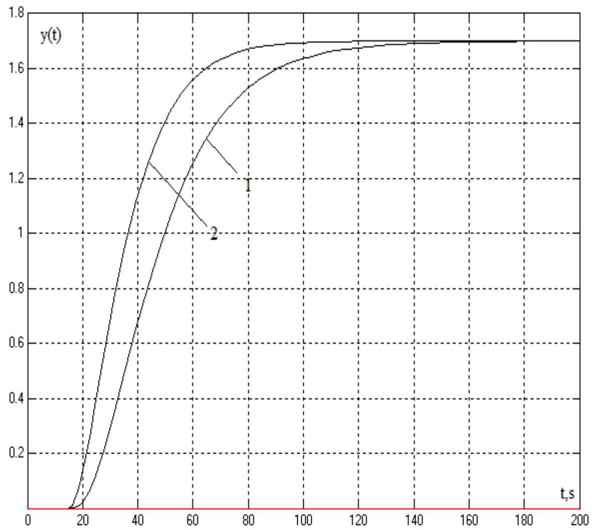

Fig. 5. Procesele tranzitorii ale modelului original şi modelului în MATLAB.

VI. CONCLUZII

Analizând rezultatele studiului se constată:

- S-a propus o metodă grafo-analitică de determinare a modelelor matematice de aproximare ale obiectului de reglare de ordinul unu şi doi cu sau fără timp mort după răspunsul tranzitoriu al procesului după o procedură elementară fără determinarea punctului de inflexiune.
- În urma unor construcţii grafice pe alura răspunsului se determină valoarea nivelului $h(t_2) = 0{,}632k$ şi valoarea timpului t_2 şi prin calcule analitice elementare se determină modelul matematic de aproximare al obiectului de reglare cu inerţie de ordinul unu şi doi al procesului.
- Funcţiile de transfer ale modelelor aproximate ale obiectelor de reglare obţinute se prezintă în formă modificată care ulterior se va utiliza la acordarea regulatoarelor prin metoda gradului maximal de stabilitate.
- În rezultatul identificării în MATLAB a modelului obiectului original cu inerţie de ordinul trei s-a obţinut un model de obiect cu inerţie de ordinul doi cu elemente identice şi timp mort, dar care are proprietăţi mai reduse în comparaţie cu modelul aproximat al obiectului cu inerţie de ordinul doi cu timp mort.
- Simulările pe calculator a modelelor construite confirmă valabilitatea metodei.

BIBLIOGRAFIE

[1] Р. К. Дорф, Р. Х. Бишоп, Современные системы управления (Modern Control Systems). Москва: Лаборатория Базовых Знаний,. 832s., 2004.

[2] В. А. Лукас, Теория автоматического управления. Москва: Недра, 416 с., 1990

[3] Ş. Preitl, R. E. Precup, Introducere în ingineria reglării automate. Timişoara: Editura Politehnica, 2001. - 334 p.

[4] D. Popescu, F. Ionescu, R. Dobrescu, D. Ştefănoiu, Modelare în ingineria proceselor industriale. Bucureşti: Editura AGIR, 2011. 185 p.

[5] D. Ştefănoiu, I. Matei, P. Stoica, Aspecte practice în modelarea şi identificarea sistemelor. Bucureşti: Editura Printech, 2004. 138 p.

[6] D. Ştefănoiu, J. Culiţa, P. Stoica, Fundamentele modelării şi identificării sistemelor. Bucureşti: Editura Printech, 2005. 316 p.

[7] Методы классической и современной теории автоматического управления. Том 2. Статистическая динамика и идентификация систем автоматического управления. Под ред. Пупкова К.А., Егупова Н.Д. Москва: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 640 с.