

## ANALIZA COMPARATIVĂ LA ACORDAREA REGULATOARELOR LA MODELE DE OBIECTE CU INERȚIE DE ORDINUL DOI ȘI ASTATISM

Bartolomeu Izvoreanu, Irina Cojuhari  
Universitatea Tehnică a Moldovei  
[izvor@mail.utm.md](mailto:izvor@mail.utm.md), [irina.cojuhari@ati.utm.md](mailto:irina.cojuhari@ati.utm.md)

**Abstract.** *In this paper is proposed an iterative algorithm of tuning the P, PI and PID controllers to the models of objects with inertia second order and astatism. The proposed algorithm uses the maximal stability degree method. In the result of this studding it was comparing the obtained results after tuning controllers and proposed the procedure for determining the requirements performance of control system in dependency of the maximal stability value. The proposed procedure is demonstrated by analyzing an example.*

**Cuvinte-cheie:** *modele de obiecte cu inerție de ordinul doi și astatism, regulatoare tipizate, metoda gradului maximal de stabilitate, algoritm iterativ.*

### I. Introducere

La automatizarea diverselor instalații tehnice utilizate în diverse domenii de activități ingineresti modelele matematice atașate procesului condus, ca regulă, sunt prezentate ca modele de obiecte cu inerție de ordin respectiv și cu astatism [1]. În această lucrare se analizează modelul obiectului cu inerție de ordinul doi și cu astatism care este utilizat pentru descrierea dinamicii mai multor instalații tehnice [1] și prezentat prin f.d.t. în forma

$$H_{PF}(s) = \frac{k}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{k}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s}, \quad (1)$$

unde  $k$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  sunt parametrii modelului obiectului, iar  $a_0 = T_1T_2$ ,  $a_1 = T_1 + T_2$ ,  $a_2 = 1$ .

Pentru acordarea regulatoarelor tipizate P, PI și PID la modelul obiectului (1) în literatura de specialitate se utilizează mai multe metode [1]: metode frecvențiale, metoda locului rădăcinilor, metoda modulului, metoda Ziegler-Nichols etc. Fiecare dintre aceste metode are avantaje și dezavantaje. Metodele frecvențiale sunt însoțite de calcule și prezentări grafice în domeniul frecvență. Metoda locului rădăcinilor este dificilă prin procedurile de alocare a rădăcinilor. Metoda modulului simplifică procedurile de acordare prin prezentarea binoamelor, dar este dificilă în realizarea acestora când parametrii obiectului de reglare se modifică sub acțiunea perturbațiilor. Metoda Ziegler-Nichols este simplă în aplicare, dar nu permite optimizarea parametrilor de acord ai regulatorului. În plus, din cauza dificultăților metodelor analizate mai sus în lucrare se propune de utilizat metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) cu iterații de acordare a regulatoarelor de tipul P, PI, PID la modelul obiectului (1) [2,3,4].

De analizat dinamica SA și determinarea performanțelor impuse SA precum și evidențierea avantajelor metodei propuse pentru modelele analizate.

### II. Algoritm de acordare a regulatoarelor

În studiu se utilizează schema bloc structurală a SA alcătuită din regulator cu f.d.t.  $H_R(s)$  și

obiect cu f.d.t.  $H_{PF}(s)$  (1) prezentată în fig.1.

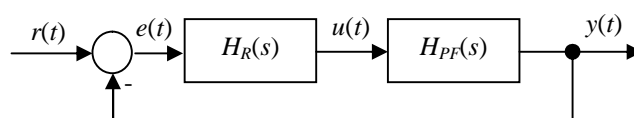


Fig.1. Schema bloc structurală a sistemului automat.

Vom acorda algoritmi tipizați de reglare P, PI și PID respectiv la modelul obiectului (1) cu parametrii cunoscuți, folosind metoda gradului maximal de stabilitate (GMS) [3].

Pentru SA cu modelul obiectului (1) acordarea regulatorului P se efectuează după metoda GMS utilizând expresiile algebrice [4,5], care sunt expresii analitice de forma

$$-a_0 J^2 + a_1 J + a_2 = 0, \quad (2)$$

$$k_p = (J/k)(a_0 J^2 - a_1 J + a_2). \quad (3)$$

Pentru SA cu modelul obiectului (1) acordarea regulatorului PI se efectuează după metoda GMS utilizând expresiile algebrice [4,5], care sunt expresii analitice de forma

$$6a_0 J^2 - 3a_1 J + a_2 = 0, \quad (4)$$

$$k_p = (J/k)(4a_0 J^2 - 3a_1 J + 2a_2), \quad (5)$$

$$k_i = 1/T_i = (1/k)(-a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2) + k_p J. \quad (6)$$

În cazul acordării parametrilor regulatorului PID după metoda GMS se utilizează expresiile algebrice [4,5], care sunt expresii analitice de forma

$$4a_0 J - a_1 = 0, \quad (7)$$

$$k_p = (J/k)(4a_0 J^3 - 3a_1 J^2 + 2a_2 J) + 2k_d J, \quad (8)$$

$$k_i = 1/T_i = (1/k)(-3a_0 J^4 + a_1 J^3 - a_2 J^2) - k_d J^2 + k_p J, \quad (9)$$

$$k_d = (1/k)(-6a_0 J^2 + 3a_1 J - a_2), \quad (10)$$

Parametrii de acord ai reguletoarelor P, PI și PID  $k_p$ ,  $k_i$  și  $k_d$  din expresiile (2)-(10) sunt funcții de parametrii cunoscuți ai modelului obiectului și de gradul de stabilitate necunoscut  $J$  al SA sintetizat care sunt prezentați în forma de funcții cu notațiile: pentru SA cu regulatorul P  $k_p=f(J)$ , pentru SA cu regulatorul PI  $k_p=f(J)$  și  $k_i=f(J)$ , iar pentru SA cu regulatorul PID  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$ . Conform acestor relații, la valorile cunoscute ale parametrilor modelului obiectului (1) și la variația gradului de stabilitate la SA  $J \geq 0$  în limitele respective, se efectuează calculele respective și se construiesc curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  pentru reguletoarele P, PI și PID. După curbele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$  și  $k_d=f(J)$  pentru valori fixe ale lui  $J$  se aleg iterativ seturi de valori ale parametrilor regulatorului P, PI, PID respectiv și, în continuare, SA se simulează pe calculator și se apreciază performanțele sistemului. Performanțele SA obținute se compară cu cele impuse sistemului. Dacă acestea nu corespund cerințelor, atunci procedura se repetă până când vor fi satisfăcute performanțele posibile impuse sistemului.

### III. Aplicații și simulare pe calculator

Pentru verificarea metodei propuse de acordare a reguletoarelor P, PI și PID la modelul obiectului (1) vom admite trei exemple de modele care sunt prezentate cu valori arbitrare ale parametrilor obiectului:

$$a) a_0=0,00005, a_1=0,051, a_2=1; k=0.25;$$

$$b) a_0=0,000156, a_1=0,02, a_2=1; k=100;$$

c)  $a_0=0,01$ ,  $a_1=0,2$ ,  $a_2=1$ ;  $k=50$ .

Vom efectua calculele respective după metoda propusă în punctul 2 după relațiile prezentate în expresiile (2)-(10) pentru funcțiile  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$  pentru reglatoarele P, PI și PID și aceste funcții sunt prezentate în fig. 2 (pentru regulatorul P, PI, PID și pentru modelele respectivei  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ).

### Acordarea regulatorului P    Acordarea regulatorului PI    Acordarea regulatorului PID

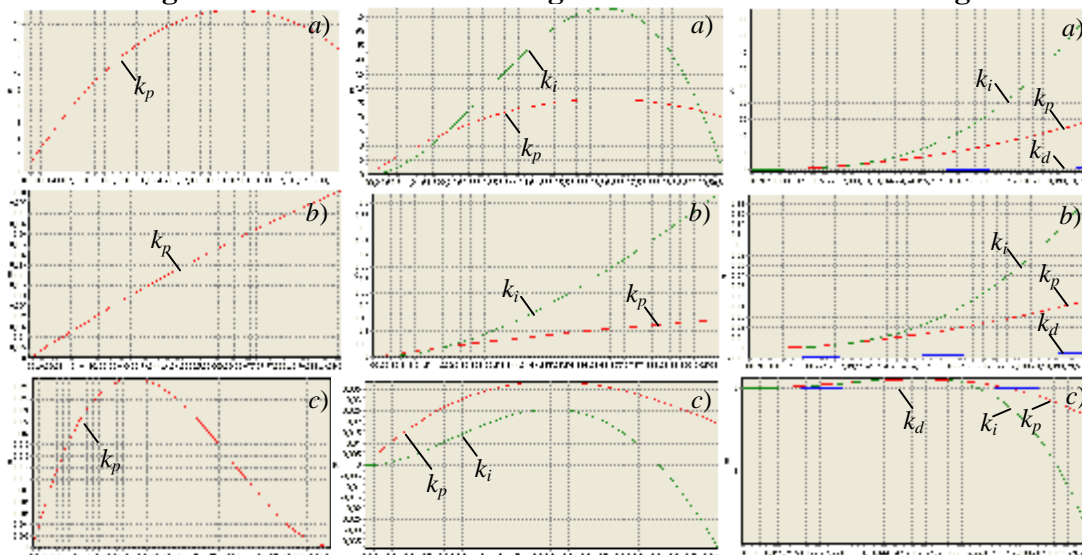


Fig.2. Dependentele  $k_p=f(J)$ ,  $k_i=f(J)$ ,  $k_d=f(J)$ .

Pentru a analiza performanțele SA cu regulatorul P, PI și PID din fig. 2 s-au ales seturi de valori  $J - k_p$ ,  $k_i$ ,  $k_d$  pentru regulatorul P, PI, PID respectiv și s-au determinat acele seturi de valori (valori optime sau suboptimale) care au permis de a obține cele mai ridicate performanțe pentru SA respectiv și acestea sunt prezentate în tabelele 1, 2, 3, iar simulările respective a SA cu regulatorul P, PI, PID s-au efectuat pe calculator utilizând pachetul de programe MATLAB (fig. 3  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ). Procesele tranzitorii obținute sunt prezentate în fig. 4 (notațiile: curbele 1 pentru modelul obiectului  $a$ , curbele 2 pentru modelul obiectului  $b$ , curbele 3 pentru modelul obiectului  $c$ ).

Tip model	Metoda acordare	$J$	$k_p$
$a$	GMS	10	19.8
	ZN	0	0
$b$	GMS	4,6	0,042
	ZN		0,96
$c$	GMS	3,33	0,0296
	ZN		0,21

Tabelul 1. Parametrii regulatorului P

Tabelul 2. Parametrii regulatorului PI

Tip model	Metoda acordare	$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i$
$a$	GMS	6,6	26,37	58,08	0,02
	ZN		0	0	0
$b$	GMS	4	0,071	0,136	7,4
	ZN		0,864	17,86	0,06
$c$	GMS	2,11	0,039	0,026	38,5
	ZN		0,189	2,016	0,5

Tabelul 3. Parametrii regulatorului PID

Tip model	Metoda acordare	$J$	$k_p$	$k_i$	$T_i$	$T_d$
$a$	GMS	8	37,41	98,24	0,01	0,76
	ZN		0	0	0	0
$b$	GMS	32,1	0,21	1,65	0,61	0
	ZN		1,152	23,81	0,042	0,007
$c$	GMS	5	0,1	0,125	8	0,01
	ZN		0,252	2,688	0,372	0,062

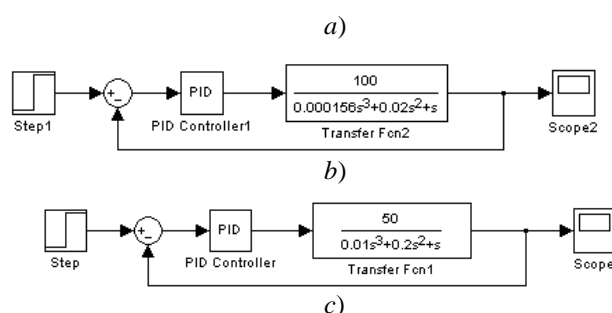
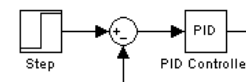
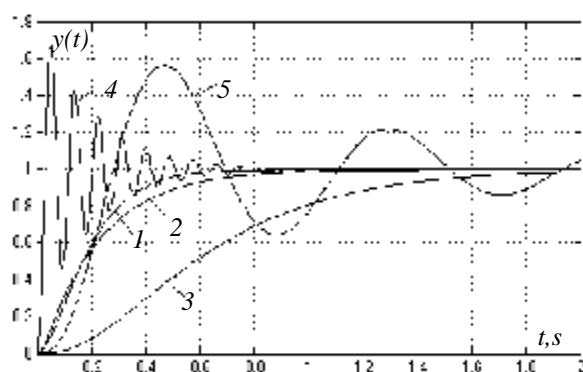
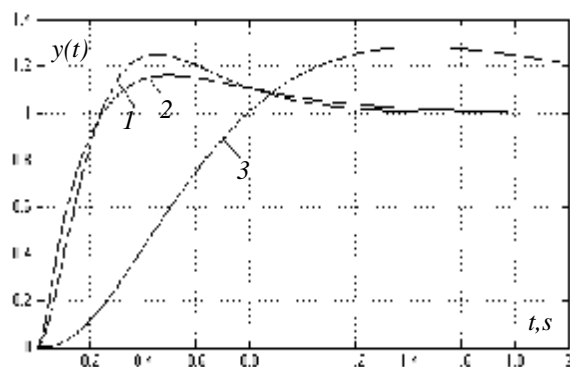


Fig. 3. Scheme bloc structurale de simulare a sistemului automat.

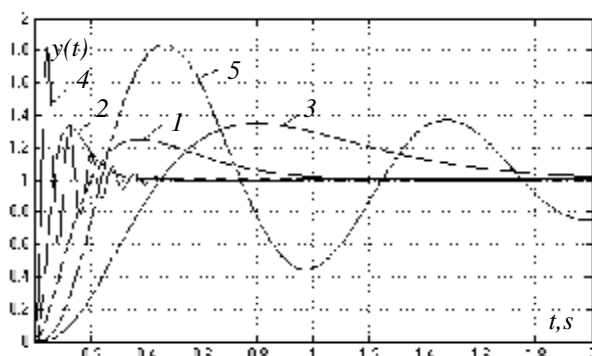
Pentru verificarea rezultatelor obținute la acordarea regulatorului P, PI, PID la modelul obiectului  $a$ ,  $b$ ,  $c$  după metoda GMS s-a utilizat metoda Ziegler-Nichols (ZN) și valorile optime ale parametrilor reguletoarelor P, PI, PID sunt prezentate de asemenea în tabelele 1, 2, 3. Rezultatele simulării pe calculator a SA sunt prezentate în fig. 4 curbile: 1-pentru SA cu modelul obiectului  $a$ ; 2- pentru SA cu modelul obiectului  $b$ ; 3 - pentru SA cu modelul obiectului  $c$ ; 4 - pentru SA cu modelul obiectului  $a$ ; 5 - pentru SA cu modelul obiectului  $c$  (pentru modelul obiectului  $b$  metoda ZN nu poate fi aplicată, iar pentru modelele obiectului  $b$  și  $c$  SA cu regulatorul PI acordat după metoda ZN este instabil; în tabele aceste rezultate sunt prezentate prin cifra 0). Pentru metoda ZN parametrii critici ai SA sunt: SA cu modelul obiectului  $a$  metoda nu se aplică; SA cu modelul obiectului  $b$ :  $k_{cr}=1,92$ ,  $T=0,07$ ; SA cu modelul obiectului  $c$ :  $k_{cr}=0,42$ ,  $T=0,62$ .



a) Acordarea regulatorului P



b) Acordarea regulatorului PI



c) Acordarea regulatorului PID

Fig. 4. Procese tranzitorii sistemului automat.

Performanțele proceselor tranzitorii ale SA cu regulatorul respectiv P, PI și PID acordate după metodele GMS și ZN sunt prezentate în tabelele 4, 5, 6.

Tabelul 4. Performanțele SA cu regulatorul P

Tip model	Metoda acordare	$e$ , %	$t_r$ , s	$S$ , %	$t_c$ , s	$I$
a	GMS	5	0,2	13,4	0,15	1
	ZN	0	0	0	0	0
b	GMS	5	0,65	0	0,65	0
	ZN	0	0,51	6	0,03	11
c	GMS	5	3,21	29	0,75	1
	ZN	5	2,58	56	0,27	6

Tabelul 5. Performanțele SA cu regulatorul PI

Tip model	Metoda acordare	$e$ , %	$t_r$ , s	$S$ , %	$t_c$ , s	$I$
a	GMS	5	0,97	26,28	0,22	1
	ZN	0	0	0	0	0
b	GMS	5	0,91	17	0,18	0
	ZN	0	0	0	0	0
c	GMS	5	3,21	29	0,75	1
	ZN	0	0	0	0	0

Tabelul 6. Performanțele SA cu regulatorul PID

Tip model	Metoda acordare	$e$ , %	$t_r$ , s	$S$ , %	$t_c$ , s	$I$
<i>a</i>	GMS	5	0,78	23,05	0,16	1
	ZN	0	0	0	0	0
<i>b</i>	GMS	5	0,276	34	0,067	1
	ZN	5	0,325	77	0,021	8
<i>c</i>	GMS	5	1,44	30	0,34	1
	ZN	5	1,9	46	0,12	4

În figura 5 este prezentată distribuția polilor în planul complex pentru cazul acordării regulatorului PI pentru cazuri *b* și *c* (notațiile 1 și 3) și cazul acordării regulatorului PID pentru cazuri *b* și *c* (notațiile 2 și 4).

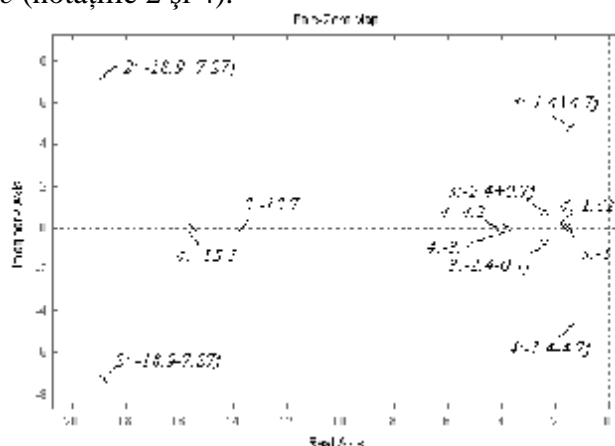


Fig. 5. Distribuția polilor în plan complex.

#### IV. Concluzii

Analizând rezultatele studiului se constată:

- Se propune o metodă grafo-analitică cu iterații de acordare a regulatorilor P, PI, PID la obiecte cu inerție de ordinul doi cu astatism care permite de a obține performanțe dorite pentru SA.

- Pentru SA cu modelul obiectului *a* metoda ZN nu poate fi aplicată, iar pentru modelele obiectului *b* și *c* SA cu regulatorul PI acordat după metoda ZN este instabil și pentru SA cu regulatorul P și PID acordate după această metodă procesele tranzitorii au performanțe foarte joase.

- Analizând procesele tranzitorii ale SA cu regulatorul P, PI, PID din fig.4 pentru modelele *a*, *b*, *c* se constată că SA are performanțe mai ridicate în comparație cu SA cu regulatorul P, PI, PID acordate după metoda ZN.

- SA cu regulatorul PID acordat după metoda GMS la modelele *a*, *b*, *c* are cele mai ridicate performanțe decât performanțele SA cu regulatorul PI acordat după metoda GMS la aceleași modele.

- Robustețea SA cu regulatorul P, PI, PID acordat după metoda GMS este mai mare decât robustețea SA cu regulatorul P, PI, PID acordat după metoda ZN.

#### V. Referințe

1. Dorf R.K., Bishop R.X. Sovremennîe sistemî upravlenia (Modern Control

Systems). - Moskva: Laboratoria Bazovîh Znanii, 2004. – 832 s.

2. Preitl Ş., Precup R.E. Introducere în ingineria reglării automate.- Timișoara: Editura Politehnica, 2001. - 334 p.

3. Zagarii G.I., A.M. Shubladze. Sintez system upravlenia na osnove kriteria maximalnoi stepeni ustoychivosti. (The Synthesis of the Control System According to the Maximal Stability Degree). - Moskva: Energoatomizdat, 1998. - 198 s.

4. Izvoreanu B., Fiodorov I. The Synthesis of Linear Regulators for Aperiodic Objects with Time Delay According to the Maximal Stability Degree Method. In Preprints the Fourth IFAC Conference on System Structure and Control. – București: Editura Tehnică, 1997, pp. 449 - 454.

5. Fiodorov I., Izvoreanu B., Pisarenco M. Comparative Analysis of Regulators Tuning Methods to Models of Objects with Inertia. În Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Tomul L(LIV), Fasc.5A, Electrotehnică, Energetică, Electronică, 2004, pp. 63-68.