

## РАЗРАБОТКА ФРАКТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ГЕНЕРАТОРА СЕРДЕЧНОГО РИТМА

Алексей Алпатов, Мария Митрофанова  
Рязанский государственный радиотехнический университет  
[masha456rgrtu@mail.ru](mailto:masha456rgrtu@mail.ru)

**Abstract.** *In this paper the usage probability of heart rate spectral models for the analysis of rhythm scale-invariant structure and it's generation with scaling properties was discussed. A model realization version of the heart rate generator based on the nonuniform Cantor set was proposed.*

**Ключевые слова:** *ритм сердца, RR-интервалы, DFA*

### I. Введение

В настоящее время одной из фундаментальных проблем является создание математических моделей для описания сигналов, генерируемых организмом человека. Это связано с тем, что, во-первых, модель может обеспечить основу для теоретического описания системы обработки, которая производит только необходимое преобразование. Во-вторых, с помощью модели можно получить информацию об источнике сигнала (т.е. о процессе, который его породил), не имея непосредственного доступа к источнику. Но наиболее весомой причиной применения моделей сигналов – это то, что на практике они часто позволяют получать исключительно хорошие результаты, обеспечивая возможность предсказания, распознавания, идентификации и т.п.

Ритм сердца, как процесс, протекающий во времени, имеет две особенности, отличающие его от других физиологических сигналов. Во-первых, он имеет особую форму огибающей спектральной характеристики. Она позволяет определить максимумы или минимумы в различных частотных диапазонах, которые соответствуют различным механизмам регуляции, что определяет высокую информативность спектральных методов исследования сигналов.

Особенностью ритма сердца, как процесса сложной биологической системы, является масштабная инвариантность, то есть в нем отображаются как быстрые (секунды и минуты), так и медленные (десятки минут, часы, дни) физиологические реакции организма, поэтому анализируя его на малых длительностях, мы теряем информацию о медленных компонентах, и, наоборот, при анализе долговременных процессов «смазываются» эффекты быстрых. В связи с этим второй особенностью сердечного ритма является масштабная инвариантность статистических мер (статистическое самоподобие), которая характеризуется скейлинговыми свойствами, аналогично фрактальным структурам.

Каждая особенность ритма должна иметь не только физиологическую интерпретацию, но и базовую модель, которая позволила бы генерировать временной процесс с перечисленными свойствами ритма сердца. Полученный с помощью модели синтетический сигнал можно будет использовать для тестирования методов анализа ритма сердца.

Для того чтобы сделать вывод о том, могут ли быть использованы существующие спектральные модели сердечного ритма для моделирования масштабной инвариантности сердечного ритма, то есть медленных физиологических реакций организма, необходимы дополнительные исследования.

Поскольку нам интересна возможность использования подобных моделей для анализа масштабно-инвариантной структуры ритма, проверим, могут ли существующие модели генерировать сердечный ритм со скейлинговыми характеристиками.

## II. Исследование спектральных моделей на наличие скейлинговых характеристик

В настоящее время наиболее широкое применение получили спектральные модели генератора сердечного ритма, которые позволяют генерировать синтетический ритм с заданными спектральными характеристиками [1-3].

Проверим синтезированный ритм, полученный с помощью спектральных моделей, на предмет наличия в них скейлинговых характеристик. Для этого проведем оценку эффектов статистического подобия и выполним флуктуационный анализ по методу DFA (Detrended Fluctuation Analysis – анализ флуктуаций относительно тренда) [4] синтезированного сигнала. Для сравнения будем использовать реальный R-R сигнал, взятый из базы данных Physiobank и синтетический стационарный случайный сигнал с нормальным законом распределения. Длительности сигналов возьмем одинаковые – N=2048 интервалов.

Результаты расчета для выявления эффектов статистического подобия описанных сигналов представлены на рисунке 1. Расчет проводился для 32 исходных интервалов и 32 усредненных по 64 интервалам.

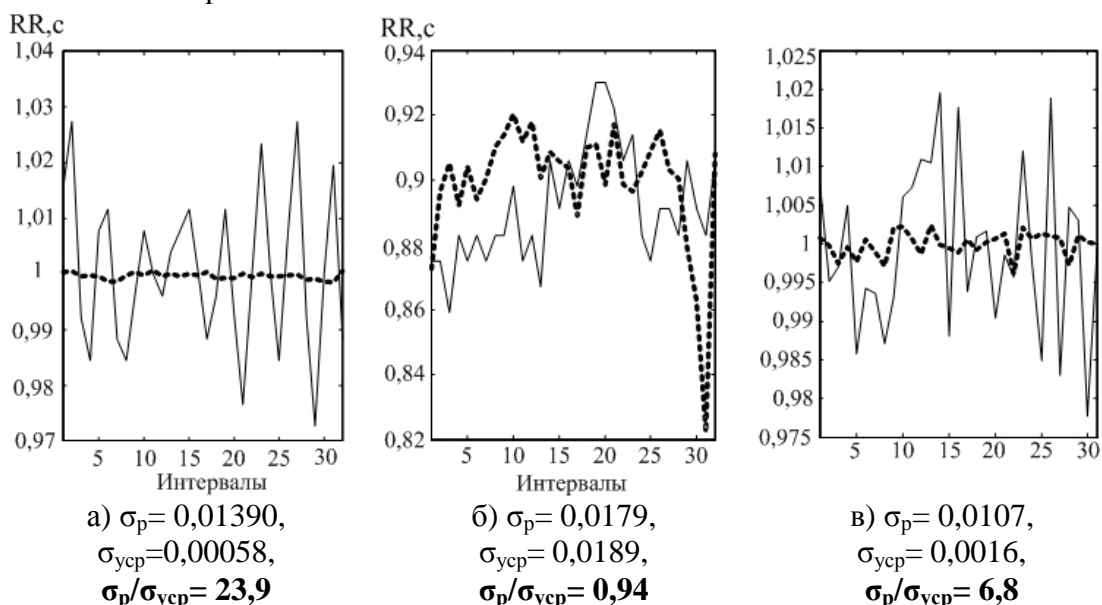


Рис. 1 Графики реальных и усредненных фрагментов различных RR-сигналов (сплошной линией показаны значения исходных интервалов, пунктирной – усредненные интервалы):

- а – интервалы синтезированного RR-сигнала,
- б – реальный RR-сигнал из базы Physiobank,
- в – случайный сигнал с нормальным законом распределения

Значения среднеквадратических отклонений и их отношения показывают, что исследуемый модельный сигнал по скейлинговым свойствам близок к сигналу белого шума, тогда как реальный RR-сигнал демонстрирует явный эффект статистического самоподобия, выраженный в практическом равенстве среднеквадратического отклонения исходного фрагмента и усредненного фрагмента сигнала ( $\sigma_p/\sigma_{ycp}=0,94$ ). Таким образом, синтезированный сигнал по своим статистическим свойствам, не может быть отнесен к самоподобным сигналам.

Результаты расчета для выявления скейлинговых характеристик с помощью флуктуационного анализа по методу DFA представлены на рисунке 2.

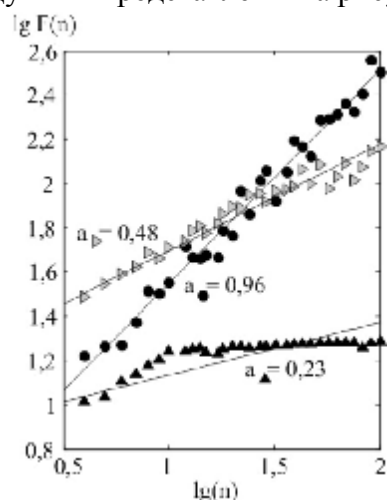


Рис. 2 Графики флуктуационных функций (точками показаны значения флуктуационной функции, сплошной линией – аппроксимирующая прямая):  $\alpha=0,23$  – флуктуации синтезированного RR-сигнала,  $\alpha=0,96$  – флуктуации реального RR-сигнала из базы Physiobank,  $\alpha=0,48$  – флуктуации случайного сигнала с нормальным законом распределения

Значения скейлингового показателя  $\alpha$ , вычисленное для трех сигналов, наглядно демонстрирует, полное отсутствие у синтезированного RR-сигнала не только скейлинговых свойств  $\alpha \ll 0,5$ , но и жесткую детерминированность, характерную для периодических колебательных сигналов, для которых проведение флуктуационного анализа по методу DFA не корректно. Об этом также свидетельствует нелинейная форма флуктуационной функции с резкими перепадами значений (рис. 2). Тогда как реальный RR-сигнал демонстрирует наличие долговременных корреляций.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что общим недостатком существующих моделей является отсутствие механизма воспроизведения масштабно-инвариантной структуры ритма сердца, что делает невозможным их применение для исследования нелинейных скейлинговых методов анализа.

### III. Разработка фрактальной модели сердечного ритма

С математической точки зрения последовательность ударов сердца представляется потоком событий  $e(i)$  возникающих в моменты времени  $\{t_i\}$ . Такая модель описывается точечным процессом вида:

$$e(i) = \sum_i \delta(t - t_i)$$

где  $i$  – номер события (сокращения сердца),  $\delta()$  – дельта-функция.

Возникновение события связано с появлением на ЭКГ QRS-комплекса, а именно зубца R, тогда ритм сердца (R-R сигнал) описывается множеством  $\{\tau_i | \tau > 0\}$ , где  $\tau_i = t_{i+1} - t_i$ . Поскольку, ритм сердца является процессом с масштабной инвариантностью статистических мер, можно принять условие, что моменты возникновения событий могут быть привязаны к некому фрактальному процессу, происходящему в опорном генераторе – синусовом узле сердца. Это дает нам право считать множество  $\{\tau_i | \tau > 0\}$  нерегулярным фракталом и для его моделирования использовать соответствующие методы.

В качестве основы для разработки фрактальной модели предлагается использовать алгоритм генерации неоднородного канторовского множества со случайным распределением мер в рамках отрезков одинаковой длины.

Главным отличием механизма реализации данной модели от процесса построения классического канторовского множества является отсутствие операции исключения отрезков. Вместо этого предлагается перераспределять меру  $\mu$  по всей длине множества согласно исходной функции, которая должна формироваться двумя путями:

- случайные значения меры  $\mu$  в диапазоне 0.5-1.5 с;
- значения меры  $\mu$  реального сигнала, с заданной диагностической характеристикой получаемые путем его усреднения до базового количества мер. Под базовым количеством мер – базой, в данном случае понимается начальное число отрезков разбиения.

Далее генерация фрактального процесса выполняется по следующему алгоритму. Пусть в начале процедуры (нулевой шаг) у нас имеется множество исходных мер  $\{m_b / 0 < m < 1, m \neq 0\}$  с базой  $b=[1,2..B]$ , полученных одним из вышеперечисленных способов. Примем длину итогового множества  $\{\tau_i | \tau_i > 0\}$  равную  $N$  – по сути, число интервалов, которое необходимо сгенерировать с помощью модели.

Далее будем итеративно перемножать каждую меру исходного множества на само себя, то есть в каждую меру исходного множества вкладывать исходные меры. При этом на первом шаге мы будем иметь  $b*b$  отрезков мер (рис. 3, а), на третьем  $b*b*b$  (рис. 3, б) и так далее, до тех пор, пока  $b^n \geq N$ , где  $n$  – номер шага разбиения. Для имитации случайности итогового процесса перед каждым шагом разбиения будем равномерно перемешивать индексы исходной меры. В графическом виде работа предлагаемого алгоритма генерации фрактальной модели ритма сердца представлена на рисунке 3. Рисунок демонстрирует поэтапное фрактальное усложнение формы исходной меры с сохранением скейлинговых свойств.

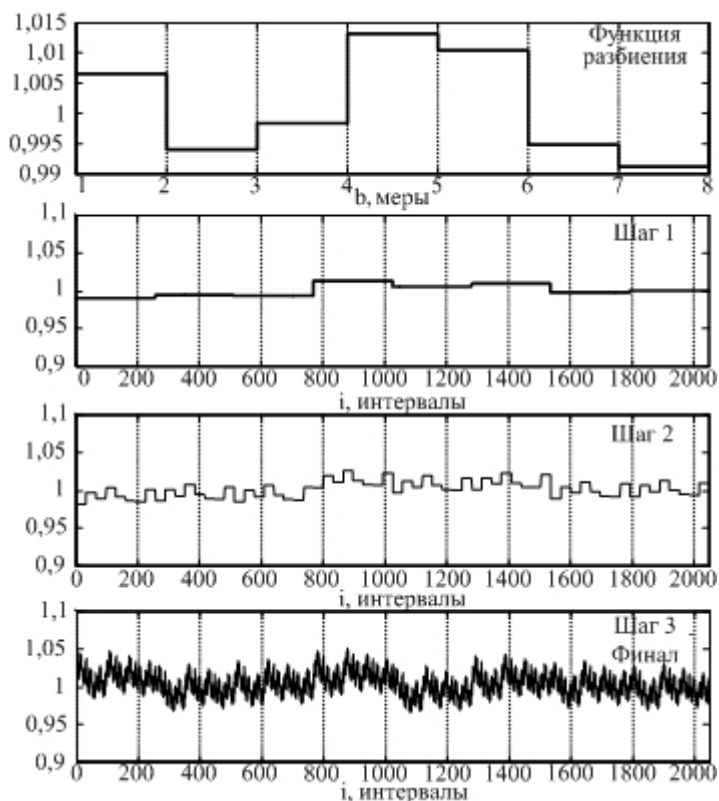


Рис. 3 Пример работы алгоритма фрактальной модели ритма сердца

В результате генерируется итоговый сигнал, который обладает сильной сингулярностью, характерной для фракталов и принципиально отличается по форме от сигналов, синтезированных с помощью спектральных моделей.

Для подтверждения скейлинговых свойств полученного сигнала была проведена оценка спектральной плотности мощности, эффектов статистического подобия и выполнен флуктуационный анализ по методу DFA. Значения степенного показателя наклона огибающей спектральной плотности мощности ( $\beta = -1,0554$ ), среднее квадратическое отклонение реального RR-сигнала ( $\sigma_p = 0,0086$ ), усредненного ( $\sigma_{\text{уср}} = 0,0105$ ) и их отношение ( $\sigma_p/\sigma_{\text{уср}} = 0,8151$ ), а так же значение скейлингового показателя DFA ( $\alpha = 0,93$ ) говорят о том, что модельный сигнал демонстрирует все эффекты присущие фрактальным сигналам, в том числе обратно пропорциональную спектральную плотность мощности от частоты, наличие статистического самоподобия и вырожденных долговременных корреляций.

#### IV. Заключение

Для изучения скейлинговых свойств ритма сердца как генератора масштабнo-инвариантного процесса предложена фрактальная модель сердечного ритма. Данная модель предлагает рассматривать ритм как самоподобный процесс, который обладает сильной сингулярностью, характерной для фракталов и принципиально отличается по форме от сигналов, синтезированных с помощью спектральных моделей.

Таким образом, в работе показано, что способ моделирование RR – интервалов на основе фрактальных моделей позволяет генерировать сигналы с любой скейлинговой сложностью. Отметим, что в случае, когда модель формируется из исходной меры, полученной по реальному сигналу, она не позволяет достичь точного воспроизведения его формы. Также модель не позволяет моделировать сложную форму спектральной характеристики.

#### V. Библиография

1. Автореферат. Калиниченко А. Н. Компьютерные методы автоматического анализа ЭКГ в системах кардиологического наблюдения. С-Пб государственного электротехнического университета «ЛЭТИ». 34 с.
2. J. Healey, G.D. Clifford, L. Kontothanassis, P.E. McSharry (2004), An open-source method for simulating atrial fibrillation using ECGSYN in Computers in Cardiology 2004. № 31. P. 425-427.
3. P.E. McSharry, G.D. Clifford. Open-source software for generating electrocardiogram signals in Proceedings of Biomed 2005, IASTED International Conference on Biomedical Engineering, ACTA Press: Innsbruck, Austria.
4. Методы анализа сложных сигналов. А.Н. Павлов. Саратов: Научная книга, 2008. 120 с.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ.*