UTILIZAREA METODEI GRAFICE LA REZOLVAREA UNOR PROBLEME DE FIZICĂ

Vitalie Chistol
Universitatea Tehnică a Moldovei
chistol_vitalie@yahoo.com

Abstract. *Thorough analysis of the results obtained from the solution of physical problems can be done by graphical interpretation of the processes in which the physical system is involved This work examines several problems by applying the graphical method. Solving the problems by applying this method, a mechanical analogy of bistability phenomenon is obtained.*

Cuvinte-cheie: *analiza rezultatelor, metoda grafică, bistabilitate.*

I. Introducere

Deseori la rezolvarea problemelor de fizică se obțin rezultate care sau nu au sens fizic, sau sensul lor este foarte greu de interpretat. Reprezentarea grafică ne permite să explicăm mai clar rezultatele obținute, fenomenele care au loc iar, în unele cazuri, chiar să evităm unele greşeli de rezolvare.

II. Aplicarea metodei grafice la analiza problemelor de fizică

Vom examina câteva probleme în care vom aplica metoda grafică de analiză a rezultatelor obținute.

Problema 1:

Un corp este aruncat vertical în sus de la suprafața pământului cu viteza inițială $\boldsymbol{v}_1 = 15\ \mathrm{m/s}$. *Peste intervalul de timp* $t_0 = 1\ \mathrm{s}$, *de la înălțimea* H, *este aruncat al doilea corp cu viteza inițială* $\boldsymbol{v}_2 = 3\ \mathrm{m/s}$. *Peste cât timp se vor întâlni corpurile, dacă 1)* $H_1 = 12\ \mathrm{m}$*; 2)* $H_2 = 9\ \mathrm{m}$*? Se va considera* $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.

Legile mişcării corpurilor sunt:

$$y_1 = \boldsymbol{v}_1 t - \frac{gt^2}{2}, \tag{1}$$

$$y_2 = H + \boldsymbol{v}_2 (t - t_0) - \frac{g(t-t_0)^2}{2}. \tag{2}$$

La momentul întâlnirii coordonatele corpurilor y_1 şi y_2 sunt egale. Egalând expresiile din părțile drepte ale ultimelor ecuații şi făcând transformările respective obținem

$$t = \frac{H - \boldsymbol{v}_2 t_0 - \dfrac{gt_0^2}{2}}{\boldsymbol{v}_1 - \boldsymbol{v}_2 - gt_0}. \tag{3}$$

Înlocuind valorile numerice în expresia (3), obținem 1) $t_1 = 2\ \mathrm{s}$; 2) $t_2 = 0,5\ \mathrm{s}$.

A doua valoare evident nu este reală, deoarece corpurile nu pot să se întâlnească peste un timp $t < t_0$.

Pentru a înțelege din ce cauză obținem aceste rezultate, reprezentăm grafic dependențele $y = f(t)$ din expresiile (1) şi (2) pentru primul caz (fig.1a) şi pentru cazul al doilea (fig.1b).

Din figura1 vedem că rezultatul obținut în primul caz satisface condițiile problemei, pe când în cazul al doilea obținem momentul de timp la care se vor întâlni corpurile dacă al doilea corp ar fi fost aruncat în acelaşi moment cu primul de la o înălțime H_0 cu o astfel de viteză $\boldsymbol{v}_0$, încât la înălțimea H să posede viteza $\boldsymbol{v}_2$.

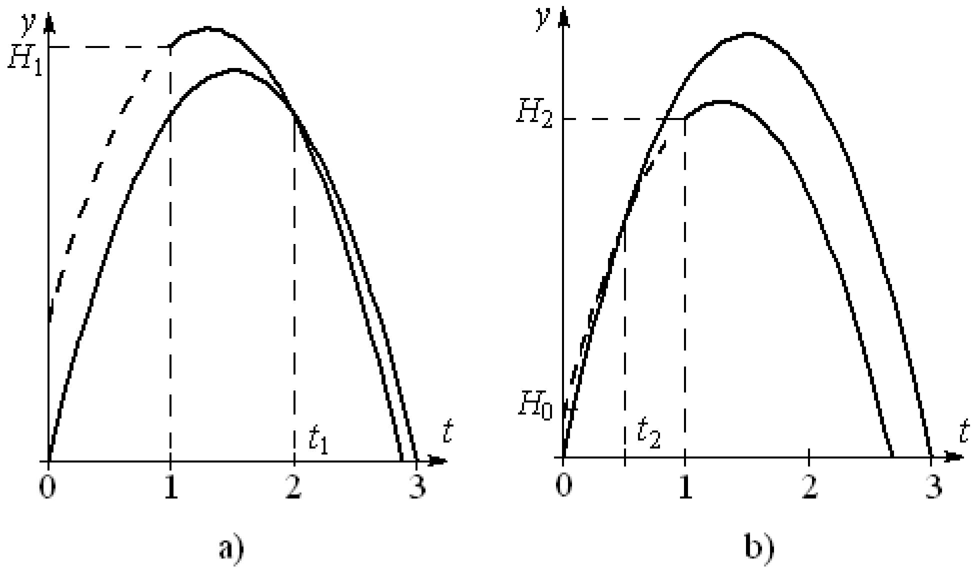

Fig. 1

Problema2:

Un piston de masă m, care poate să lunece fără frecări în interiorul unui cilindru orizontal închis la ambele capete, se află la distanțele l_1 şi l_2 de la capetele cilindrului (fig.2). Presiunea aerului de ambele părți ale pistonului este p_0. Cu ce viteză unghiulară trebuie să se rotească cilindrul în jurul unei axe verticale ce trece printr-un capăt al său, pentru ca deplasarea pistonului de la poziția de echilibru să fie egală cu x?

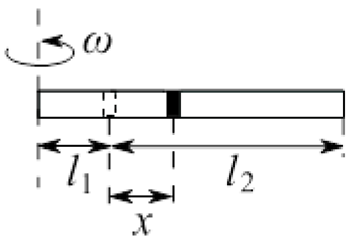

Fig. 2

Rezultanta forțelor de presiune care acționează asupra pistonului este

$$F_1 = (p_2 - p_1)S\,, \tag{4}$$

unde p_1 şi p_2 sunt presiunile aerului de ambele părți ale pistonului în timpul rotației lui; S - aria secțiunii transversale a cilindrului.

Considerând că aerul din ambele părți ale cilindrului este supus unui proces izotermic, avem

$p_0 l_1 S = p_1(l_1 + x)S$,

$p_0 l_2 S = p_2(l_2 - x)S$.

Exprimând p_1 şi p_2 din ultimele expresii şi introducând în (4), obținem

$$F_1 = \left(\frac{p_0 l_2}{l_2 - x} - \frac{p_0 l_1}{l_1 + x} \right) S \,. \qquad (5)$$

Forța ce imprimă pistonului accelerație centripetă este

$$F_2 = m w^2 (l_1 + x) \,. \qquad (6)$$

Pistonul se va afla în echilibru în cazul când $F_1 = F_2$, sau

$$\left(\frac{p_0 l_2}{l_2 - x} - \frac{p_0 l_1}{l_1 + x} \right) S = m w^2 (l_1 + x) \,.$$

Din ultima expresie obținem

$$w = \sqrt{\frac{l_2 (l_1 + x) - l_1 (l_2 - x)}{m (l_2 - x)(l_1 + x)^2} \, p_0 S} \,. \qquad (7)$$

Din expresia obținută vedem că pentru oricare valoare a lui $x < l_2$ obținem o careva valoare a lui w. S-ar părea că şi in vers la fel: pentru diferite valori ale vitezei de rotație putem obține orice valoare a poziției de echilibru x. În realitate, construind graficul dependenței $x = f(w)$ (fig.3), vedem că lucrurile stau altfel. Din figură se vede că deplasarea pistonului creşte odată cu creşterea vitezei de rotație şi la viteza $w = w_1$ pistonul prin salt trece din poziția $x = x_1$ în poziția $x = x_2$. Micşorând viteza de rotație, se micşorează şi x, iar la valoarea $w = w_2$ pistonul trece prin salt din poziția $x = x_3$ în poziția $x = x_4$. Deci pistonul nu poate ocupa poziții în intervalul $x_1 < x < x_3$. Obținem un efect analogic efectului de bistabilitate în fizica cuantică.

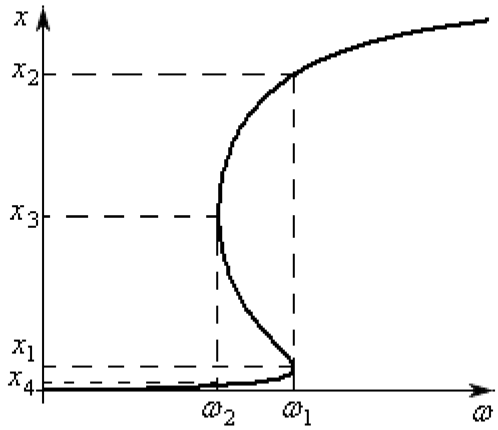

Fig. 3

Pentru a explica efectul obținut, trasăm graficele dependenței $F(x)$ după (5) (curba 1) şi după (6) (dreptele 2, 3, 4) (fig.4). Panta dreptelor 2, 3, 4 depinde de viteza de rotație a cilindrului. Din fig.4 vedem că pentru o anumită viteză de rotație (dreapta 2) există trei stări de echilibru ale pistonului: $x = x_4$, $x = x_5$ şi $x = x_6$. În stările $x = x_4$ şi $x = x_6$ echilibrul pistonului este stabil, iar în starea $x = x_5$ – instabil. Pistonul se va afla în echilibru în starea $x = x_4$. Mărind viteza de rotație, panta dreptei creşte şi pentru $w = w_1$ pistonul va avea doar două poziții de echilibru: $x = x_1$ (echilibru metestabil [1]) şi $x = x_2$ (echilibru stabil). Pistonul se va afla în echilibru metastabil în poziția $x = x_1$. Pentru o mică creştere a vitezei de rotație, pistonul trece prin salt în poziția $x = x_2$. Mărind în continuare viteza de rotație, creşte şi x. Dacă micşorăm viteza de rotație, se micşorează şi x. Pentru $w = w_2$ pistonul ajunge în poziția metastabilă $x = x_3$. La o micşorare mică a vitezei de rotație, pistonul trece prin salt în poziția $x = x_4$. Astfel, pentru o valoare a lui x din intervalul $x_1 < x < x_3$, din expresia (7) putem calcula ce viteză de rotație trebuie să cilindrul pentru ca pistonul să ocupe o astfel de poziție. În realitate, astfel de poziții pistonul nu poate să ocupe.

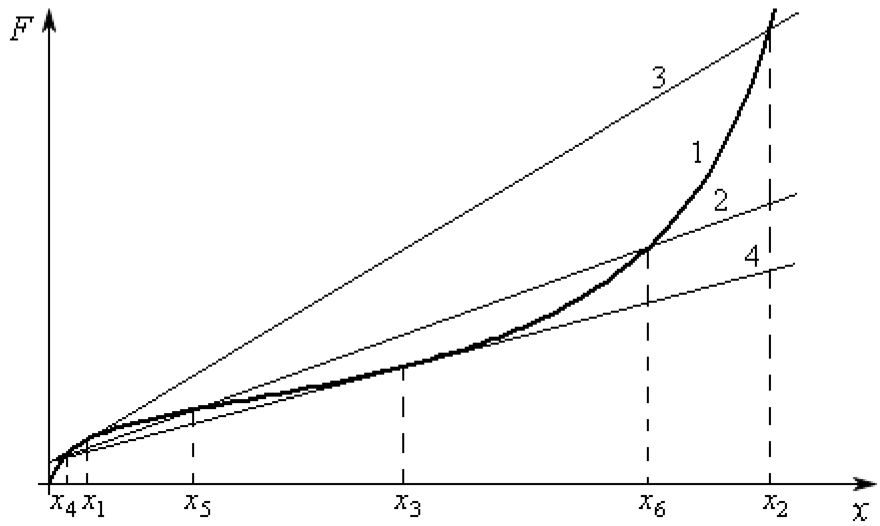

Fig. 4

Remarcăm faptul că trecerea pistonului dintr-o stare de echilibru în alta are loc pe o cale (la o viteză de rotație w_1), iar întoarcerea înapoi are loc pe o altă cale (la o viteză de rotație $w_2 < w_1$). Deci obținem o buclă de histerezis în dependența $x = f(w)$ (fig.5).

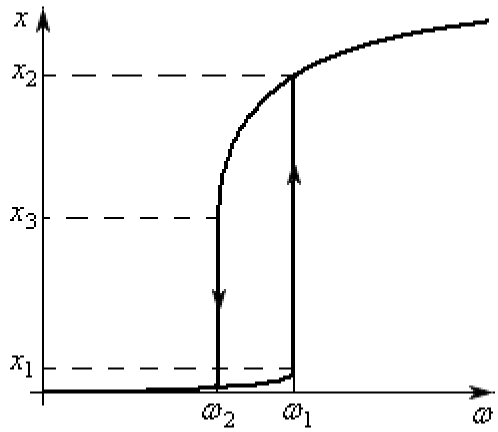

Fig.5

III. Concluzii

Din cele expuse vedem că, utilizând metoda grafică de rezolvare a problemelor, putem explica sensul fizic al rezultatelor obținute (problema 1), sau putem explica fenomenele la care participă sistemul (problema 2). Rezolvând doar analitic problema 2 nu putem depista sau explica prezența efectului bistabilității.

IV. Referințe

1. Chistol V. Probleme legate de trecerea sistemului prin stări meteatabile. Fizica şi tehnologiile moderne, Vol.7, nr.1-2, 2009, pp.57-62.