Оптические ангармонические Блоховские осцилляции в массиве световодов

О.В. Коровай, А.П. Круковский

О.В. Коровай
Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко
ПГУ им. Т.Г. Шевченко
Молдова, Тирасполь
olesya-korovai@mail.ru

А.П. Круковский
Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко
ПГУ им. Т.Г. Шевченко
Молдова, Тирасполь

Abstract: **Using the coupled-mode method, anharmonic Bloch oscillations of light in an array of optical fibers are considered, taking into account the coupling between caplers up to the third order. It is shown that the trajectory of the beam is periodic, and there are oscillations of the trajectory within a single period.**

Keywords: anharmonic Bloch oscillations, array of optical fibers.

I. Введение.

В настоящее время массивы световодов притягивают повышенный интерес исследователей, так как они допускают контроль и управление поведением распространяющихся в них сигналов. Теоретическое исследование оптических явлений в массивах взаимодействующих световодов базируется на использовании метода связанных мод. Важной проблемой является массив световодов с оптическими параметрами, которые изменяются в зависимости от номера и положения световода в массиве. В [1] были изучены особенности распространения света в планарных полубесконечных массивах световодов, постоянные распространения которых и константы связи между световодами изменяются по заданным законам в зависимости от номера световода. Была предсказана возможность создания массивов Чебышева I и II рода, Лягерра, Лежандра, Эрмитта, Якоби, Гегенбауэра. В [2] впервые были изучены оптические блоховские осцилляции в бесконечном массиве световодов, постоянная распространения которых растет пропорционально номеру световода. Показано, что траектория оптического пучка, возбуждающего группу световодов с торца, периодически осциллирует. При этом каждый световод взаимодействует только с ближайшими соседями. В настоящее время повышенный интерес представляют более сложные оптические структуры типа зигзагообразных массивов световодов, в которых важную роль играет связь второго порядка. В [3-5] были изучены ангармонические блоховские осцилляции в массиве световодов, в которых постоянная распространения пропорциональна номеру световода в массиве, при учете связи первого и второго порядков. В [5] обобщен результат, ранее полученный в [2], на случай зигзаг-массивов. Было найдено аналитическое решение системы уравнений для амплитуд связанных мод и получена формула для траектории оптического пучка.

II. Постановка задачи. Основные уравнения

Ангармонические блоховские осцилляции являются объектом и нашего интереса. Мы представляем аналитическое решение бесконечной системы уравнений связанных мод для массива, в котором постоянная распространения содержит поправку, пропорциональную номеру световода в массиве, и, кроме того, учитывается одновременно связь первого, второго и третьего порядков. Представленные ниже результаты являются обобщением результатов работ [2-5].

Исходным пунктом является система уравнений связанных мод:

$$\left(i\frac{d}{dz}+\alpha j\right)a_j(z)+\gamma_1\left(a_{j-1}(z)+a_{j+1}(z)\right)++\gamma_2\left(a_{j-2}(z)+a_{j+2}(z)\right)+\gamma_3\left(a_{j-3}(z)+a_{j+3}(z)\right)=0 \quad , \qquad (1)$$

где $a_j(z)$ – модальная амплитуда-го световода в зависимости от продольной координаты z, α – поправка к постоянной распространения, γ_1, γ_2, и γ_3 – константы связи первого, второго и третьего порядков соответственно.

Траектория оптического пучка на плоскости (j, z) при $j_0 = 0$ и $k_0 = 0$ будет описываться уравнением

$$j(z)=2\frac{\gamma_1}{\alpha}[1-\cos\alpha z]+2\frac{\gamma_2}{\alpha}[1-\cos 2\alpha z]+2\frac{\gamma_3}{\alpha}[1-\cos 3\alpha z] \quad . \qquad (2)$$

Видно, что функция $j(z)$ является периодической в зависимости от координаты z вдоль световода с периодом $z = 2\pi/\alpha$. При этом $j(z=0) = j(z = 2\pi/\alpha) = 0$. Период монотонно убывает с ростом параметра α. Найдем экстремумы функции $j(z)$ в пределах одного периода $0 \le z \le 2\pi/\alpha$, приравнивая нулю производную dj/dz. Положение экстремумов определяется уравнениями

$$\sin\alpha z = 0, \qquad (3)$$

$$\gamma_1 - 3\gamma_3 + 4\gamma_2\cos\alpha z + 12\gamma_3(\cos\alpha z)^2 = 0. \qquad (4)$$

Из (3) следует, что вне зависимости от значений параметров γ_1, γ_2, γ_3 один из экстремумов траектории $j(z)$ располагается при $z = \pi/\alpha$, где $j = 4(\gamma_1 + \gamma_3)/\alpha$. Таким образом, начиная со световода $j = 0$, пучок сначала перемещается от световода к световоду перпендикулярно осям световодов, доходит до световода с номером $j = 4(\gamma_1 + \gamma_3)/\alpha$, после чего снова возвращается к исходному световоду с $j = 0$, пройдя вдоль оси этого световода расстояние $z = 2\pi/\alpha$. На рис.1 представлена траектория пучка с одним максимумом и одним минимумом в пределах одного периода. Сравнивая этот результат с аналогичным результатом из [5], можно сделать вывод, что при учете связи третьего порядка пучок при своем перемещении сдвигается вправо дополнительно на число световодов Δj, равное $\Delta j = 4\gamma_3/\alpha$.

Из уравнения (4) получаем два решения для положений экстремумов пучка, которые выражаются формулами

$$\cos \alpha z = \frac{1}{6\gamma_3}\left(-\gamma_2 + \sqrt{\gamma_2^2 + 9\gamma_3^2 - 3\gamma_1\gamma_3}\right), \quad (5)$$

$$\cos \alpha z = -\frac{1}{6\gamma_3}\left(\gamma_2 + \sqrt{\gamma_2^2 + 9\gamma_3^2 - 3\gamma_1\gamma_3}\right). \quad (6)$$

Положения экстремумов существенно зависят от значений параметров γ_1, γ_2, γ_3 и α. В пределе $\gamma_3 \to 0$ из (5) приходим к решению, полученному ранее в [5]: $\cos \alpha z = -\gamma_1/(4\gamma_2)$. Отсюда видно, что дополнительные решения для экстермумов существуют только при $\gamma_1/(4\gamma_2) < 1$, которые, как показано в [5], определяются формулами $z_{1,2} = \frac{1}{2}[\pi \pm \arccos(\gamma_1/(4\gamma_2))]$. В общем случае, когда $\gamma_3 \neq 0$ и выполняется условие $\gamma_1 < min(4\gamma_2 - 9\gamma_3^2;\ 3\gamma_3 + \gamma_2^2/(3\gamma_3))$, решения для экстремумов выражаются формулами

$$z_{1,2} = \frac{1}{\alpha}\left[\pi \pm \arccos\left(\frac{1}{6\gamma_3}\left(-\gamma_2 + \sqrt{\gamma_2^2 + 9\gamma_3^2 - 3\gamma_1\gamma_3}\right)\right)\right]. \quad (7)$$

В случае же, если $4\gamma_2 - 9\gamma_3^2 < \gamma_1 < 3\gamma_3 + \gamma_2^2/(3\gamma_3)$, то возникают еще два дополнительных экстремума, которые располагаются при

$$z_{3,4} = \frac{1}{\alpha}\left[\pi \pm \arccos\left(\frac{1}{6\gamma_3}\left(\gamma_2 + \sqrt{\gamma_2^2 + 9\gamma_3^2 - 3\gamma_1\gamma_3}\right)\right)\right]. \quad (8)$$

III. Обсуждение результатов.

На рис.1 представлены графики зависимости $j(z)$ при различных значениях параметров. Видно, что в пределах одного периода могут быть либо два, либо четыре, либо, наконец, шесть экстремумов (точек поворота). Каждый экстремум располагается при определенных значениях переменной z и номера световода j. Это означает, что по мере распространения пучка света имеет место диффузия излучения в направлении, перпендикулярном к направлению распространения. Этот результат свидетельствует о том, что при учете дополнительной связи между световодами (в данном случае связи третьего порядка по сравнению с [5]) пространственная структура траектории пучка обогащается парой дополнительных экстремумов. Полученный результат позволят утверждать, что при учете всех связей в массиве вплоть до n - го порядка, центр распространяющегося пучка будет двигаться в пространстве переменных (j, z) по кривой $j(z) = \frac{2}{\alpha}\sum_{s=1}^{N}\gamma_s(1 - \cos s\alpha z)$. В этом случае кривая $j(z)$ может демонстрировать $2s$ экстремумов в пределах одного периода.

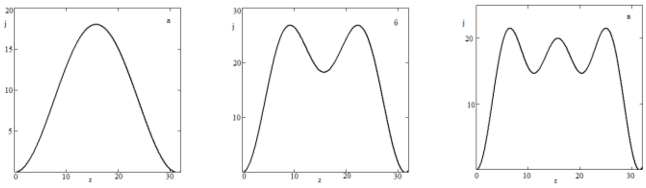

Рис.1 Пространственная структура траектории пучка при значении поправки к постоянной распространении $\alpha = 0,2$ и различных значениях констант связи первого, второго и третьего порядков: **а.** $\gamma_1 = 0,9$, $\gamma_2 = 0,012$, и $\gamma_3 = 0,001$; **б.** $\gamma_1 = 0,9$, $\gamma_2 = 0,83$, и $\gamma_3 = 0,015$; **в.** $\gamma_1 = 0,5$, $\gamma_2 = 0,499$, и $\gamma_3 = 0,05$.

IV. Заключение

В заключении отметим, что нами рассмотрены ангармонические блоховские осцилляции в массиве световодов с учетом связи между световодами вплоть до третьего порядка. Показано, что траектория пучка является периодической функции, причем существуют осцилляции траекторий с шестью экстремумами в пределах одного периода.

References

[1] Хаджи П.И, Ляхомская К.Д., Орлов О.К. Квантовая электроника, 36, 1 (2006).

[2] Purchel U., Pertch T., Lederer F. Opt. Lett., 23, 1701 (1998).

[3] Wang G., Huang J.P., Yu K.W. Opt. Lett., 35, 1908 (2010).

[4] Dreisow F., Wang G., Heinrich M., Keil R., Tünnermann A., Nolte S., Szameit A. Opt. Lett., 36, 3963 (2011).

[5] Gozman M.I., Guseynow A.I., Kagan Yu.M., Pavlov A.I., Polishchuk I.Ya. arXiv:1501.06492 (26 Jan. 2015).

.