

APLICAREA METODEI OPERAȚIONALE LA CALCULUL CIRCUITULUI COMPUS CU INDUCTANȚĂ MUTUALĂ

Ghervas Adrian, Iulian Rotari

Universitatea Tehnică a Moldovei.

Ideea de bază a lucrării constă în analiza circuitelor electrice compuse cu inductanță mutuală în regim tranzitoriu prin aplicarea metodei operaționale la determinarea componentei libere a mărimii în regim tranzitoriu. Conform procedurii propuse este necesar de determinat valorile $u_{cl}(0)=u_c(0)-u_{cf}(0)$; $i_{Ll}(0)=i_L(0)-i_{Lf}(0)$. Avînd mărimile la $t=0$ se alcătuieste schema echivalentă operatorică. Aplicînd una dintre metodele de calcul ale circuitelor compuse de current continuu se obține expresia imaginii componentei libere sub forma raportului a două polinoame. Din expresia polinomului din numitor egalat cu 0 se determina rădăcinile ecuației caracteristice. Expresia componentei libere în origine se obține prin aplicarea formulei de descompunere.

Abstract - ideea de bază este aplicarea procedurii noi la calculul circuitelor electrice compuse cu inductanță mutual în regim tranzitoriu prin aplicarea metodei operaționale.

Cuvintele cheie - regim tranzitoriu, legile comutației, metoda clasică, metoda operațională, inductivitate proprie, inductivitate mutuală, transformata Laplace, funcția – origine, funcția – imagine, rădăcina ecuației caracteristice, componenta forțată, componenta liberă, valoare inițială.

I. Introducere.

Analiza circuitelor electrice liniare în regim tranzitoriu permite de a pune în evidență supratensiunile pe porțiuni sau supracurenții în regimurile circuitului. Supratensiunile pe porțiuni duc la deteriorarea izolației instalației, iar supracurenții în ramure duc la supraîncălzire. Un rol deosebit la analiza circuitelor electrice în regim tranzitoriu îl joacă durata timpului la procesul tranzitoriu.

În lucrarea de față s-a efectuat analiza circuitelor electrice compuse cu inductanță mutual prin aplicarea metodei clasice și metodei operaționale.

Analiza efectuată ne permite să facem concluzia necesară la eficiența metodei aplicate prin luarea în considerație a dificultăților legate de calcule. S-a acordat o atenție deosebită la aplicarea operatorului matematic.

În lucrarea de față s-a acordat o atenție deosebită la aplicarea metodei operaționale cu crearea unei procedurii noi la calculul mărimilor în regim tranzitoriu pentru circuitul electric compus cu inductanță mutuală.

Ideea procedurii propuse constă în aplicarea metodei operaționale la determinarea componentei libere. Cu alte cuvinte la determinarea mărimii în căutare se aplică metoda superpoziției. Conform acestei metode componenta forțată se determină prin aplicarea metodei respective pentru circuitul considerat după comutație. La determinarea componentei libere este necesar de cunoscut $u_{cl}(0)$, $i_{Ll}(0)$. Acestea valori se determină din diferența mărimilor respective la regim permanent pentru $t=0$ pentru circuitul considerat pînă la comutație (valorile mărimilor $u_c(0)$ și $i_L(0)$ ce rees din legile de comutație).

Avînd mărimile $u_c(0)$, $i_L(0)$ se alcătuieste schema echivalentă operatorică față de circuitul considerat după comutație. Aplicînd metoda operațională se determină componentele libere ale mărimilor în căutare.

Procedura propusă este examinată față de circuitul din *fig.1* la care sunt cunoscute: $e = 141\sin(\omega t + 135^\circ)$, V; $I(t) = 6\sin \omega t$, A; $r_2 = 10, \Omega$; $r_3 = 30, \Omega$; $C = 20, \mu\text{F}$; $L_2 = 40, \text{mH}$; $L_3 = 30, \text{mH}$; $M = 20, \text{mH}$; $f = 50, \text{Hz}$.

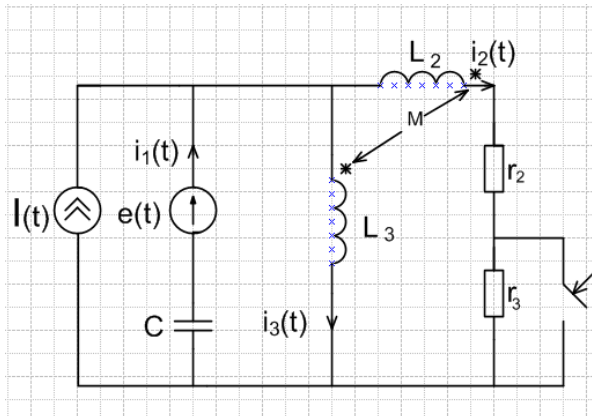


Fig.1 Circuit cu inductanță mutuală

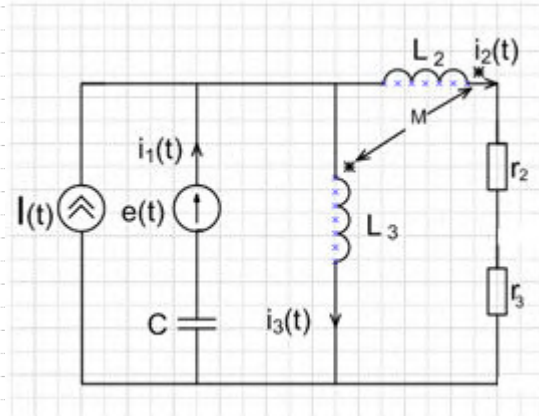


Fig2 Circuit pînă la comutație

Se cere de determinat legea curentului $i_2(t)$ la regim tranzitoriu.

La calcule s-a aplicat următoarea ordine:

1. Se alcătuieste schema echivalentă fără legătura inductivă cu aplicarea metodei respective. În *fig.2* este prezentată schema circuitului considerat pînă la comutație, iar în *fig.3* este prezentată schema circuitului fără legătura inductivă.

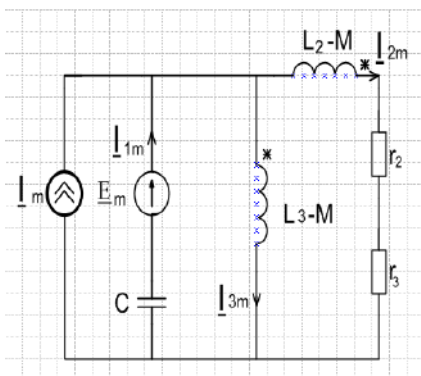


Fig.3 Circuit fără legătură inductivă

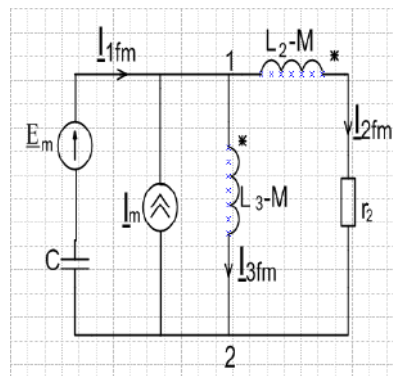


Fig.4 Circuit după comutație

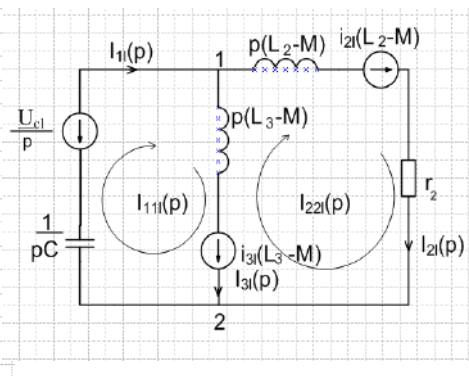


Fig.5 Schema operatorică

2. Se determin valorile inițiale $i_2(0)$; $i_3(0)$; $u_c(0)$ aplicând circuitul din *fig.2* (cu aplicarea metodei simbolice):

$$i_2(0) = 0.418, \text{A}; i_3(0) = -1.642, \text{A}; u_c(0) = 82.05, \text{V}.$$

3. Se determin valorile $i_{2f}(0)$; $i_{3f}(0)$ și $u_{cf}(0)$ considerând circuitul după comutație (cu aplicarea metodei simbolice) *fig.4*.

$$i_{2f}(0) = 0.818, \text{A}; i_{3f}(0) = 1.138, \text{A}; u_{cf}(0) = 86.588, \text{V}.$$

4. Se determine valorile $i_{2l}(0)$; $i_{3l}(0)$ și $u_{cl}(0)$ prin aplicarea expresiilor:

$$i_{2l}(0) = i_2(0) - i_{2f}(0) \tag{1}$$

$$i_{3l}(0) = i_3(0) - i_{3f}(0) \tag{2}$$

$$u_{cl}(0) = u_c(0) - u_{cf}(0) \tag{3}$$

Având valorile inițiale ale componentelor libere se alcătuiește schema echivalentă operatorică față de componentele libere (fig.5).

$$i_{2l}(0) = 0.418 - 0.818 = -0.4, \text{ A};$$

$$i_{3l}(0) = -1.642 - 1.138 = -2.78, \text{ A};$$

$$u_{cl}(0) = 82.05 - 86.588 = -4.538, \text{ A}.$$

5. Se aplică metoda operațională față de schema din fig.5.

Se determină expresia mărimilor imagine în căutare sub forma raportului a două polinoame prin aplicarea metodei curenților de conture:

$$\begin{cases} I_{11l}(p)Z_{11}(p) + I_{22l}(p)Z_{12}(p) = E_{11l}(p) \\ I_{11l}(p)Z_{21}(p) + I_{22l}(p)Z_{22}(p) = E_{22l}(p) \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{Unde: } Z_{11}(p) = \frac{1}{pC} + p(L_3 - M) = \frac{p^2 C(L_3 - M) + 1}{pC}$$

$$Z_{22}(p) = r_2 + p(L_3 - M) + p(L_2 - M)$$

$$Z_{12}(p) = Z_{21}(p) = -p(L_3 - M)$$

$$E_{11}(p) = (L_3 - M)i_{3l}(0) - \frac{u_{cl}(0)}{p}$$

$$E_{22}(p) = (L_2 - M)i_{2l}(0) - (L_3 - M)i_{3l}$$

În rezultat s-a obținut:

$$I_{22}(p) = \frac{N(p)}{M(p)} = \frac{6.36 \cdot 10^{-4} p^2 + 14.1 \cdot 10^{-2} p + 45.49}{0.2 \cdot 10^{-8} p^3 + 0.02 \cdot 10^{-4} p^2 + 0.03 p + 10}$$

Din $M(p) = 0$, avem:

$$p_1 = -338.384, s^{-1}; \quad p_2 = -330.808 + j3830, s^{-1}; \quad p_3 = -330.808 - j3830, s^{-1}.$$

Trecerea de la funcția imagină la funcția origină se efectuează prin aplicarea formulei de descompunerii.

$$i_2(t) = 3.27e^{-338.384t} + 3.678e^{-330.808t} \cdot \sin(3830t - 92^\circ)$$

Curentul $i_2(t)$ la regim tranzitoriu se determină prin suma componentelor forțată și liberă.

$$i_2(t) = i_{2f} + i_{2l} = 1.193 \cdot \sin(\omega t + 43^\circ 18') + 3.27e^{-338.384t} + 3.678e^{-330.808t} \cdot \sin(3830t - 92^\circ), \text{ A}$$

Graficul $i_2(t)$ este prezentat în fig.6.

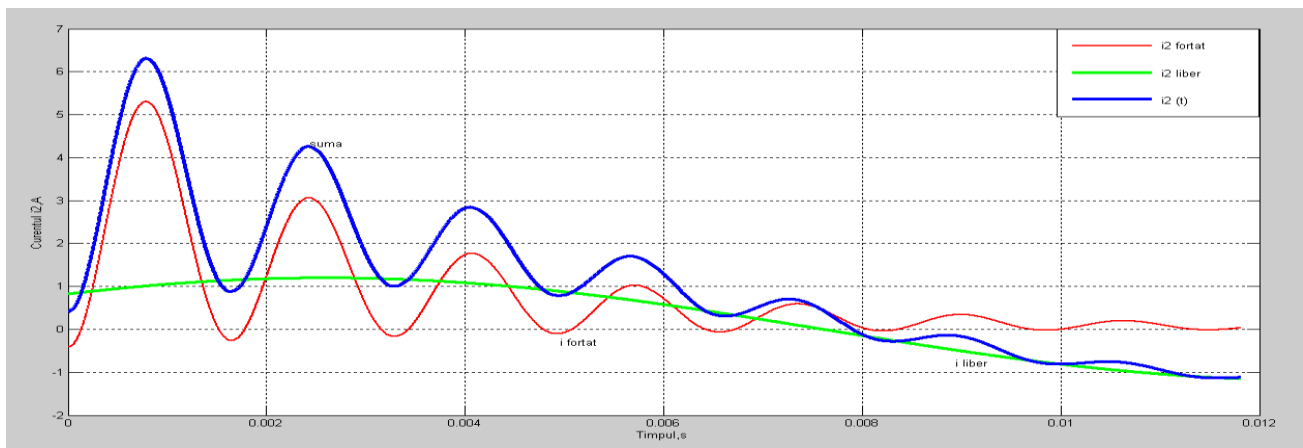


Fig.6 Graficul funcției $i_2=f(t)$.

Concluzii:

1. Calculul mărimilor circuitului în regim tranzitoriu poate fi realizat prin aplicarea metodei clasice sau metodei operaționale.
2. În cazul circuitului electric compus ce conține un număr de elemente reactive ce depășește ordinul "3" aplicarea metodei clasice reprezintă dificultăți la determinarea constantelor de integrare.
3. La calculul circuitelor electrice compuse în regim tranzitoriu cu un număr de elemente reactive 3 ce depășește numărul "3" se recomandă de aplicat metoda operațională.
4. În lucrarea de față s-a analizat aplicarea metodei operaționale față de un circuit compus cu inductanță mutuală prin suprapunerea calculului componentelor forțată și liberă efectuate aparte.
5. Calculul componentei forțate, de obicei, nu prezintă dificultăți. În cazul circuitului electric de curent continuu se aplică metoda respectivă aplicată pentru circuitele de curent continuu, iar în cazul circuitului de curent alternativ se aplică metoda simbolică.
6. Prezintă dificultăți determinarea componentei libere. În lucrarea de față s-a propus o procedură nouă la determinarea componentei libere prin metoda operațională. Conform procedurii noi este necesar de alcătuit schema echivalentă operatorică față de mărimile inițiale independente ale componentelor libere la $t = 0$, adică:

$$\begin{aligned}
 u_{cl}(0) &= u_c(0) - u_{cf}(0) \\
 i_{2l}(0) &= i_2(0) - i_{2f}(0) \\
 i_{3l}(0) &= i_3(0) - i_{3f}(0)
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Având schema echivalentă operatorică și aplicând una dintre metodele de calcul ale circuitelor electrice compuse de curent continuu se obține expresia funcției imagine în căutare sub forma raportului a două polinoame. Sa determinat rădăcinile ecuației caracteristice din expresia $M(p) = 0$. Aplicând formula descompunerii se efectuează trecerea de la funcția imagină la funcția origină:

$$i(t) = \sum \frac{N(p_k)}{M'(p_k)} e^{p_k t}
 \tag{6}$$

7. Rezultatele obținute prin metoda operațională și metoda clasică coincid. Metoda operațională este cu mult mai eficientă pentru analiza circuitelor electrice compuse în regim tranzitoriu.

Bibliografie.

1. G.V. Zeveke. Osnovî teorii țepi. M, 1983
2. G.A. Crug Osnovî ălectrotehnichi. M-L, 1952
3. C. Șora. Bazele electrotehnicii. București 1982
4. L.A. Besonov. Teoreticeschie osnovî ălectrotehnichi. M, 1993.